Remise nationale des prix des Olympiades de mathématiques 2011

8 juin 2011

ministère
éducation nationale
jeunesse
vie associative

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

SG/Délégation à la communication
Service de presse
http://www.education.gouv.fr

Sommaire

Remise nationale des prix des Olympiades de mathématiques 2011

Mercredi 8 juin, **Jean-Michel Blanquer, directeur général de l'enseignement scolaire**, remet les prix aux lauréats des 11ème olympiades de mathématiques, salle Condorcet, 110, rue de Grenelle – Paris 7e.

Ce concours est ouvert aux lycéens de première de toutes les séries de l'enseignement public et privé sous contrat sur la base du volontariat. Il est destiné à développer chez les élèves le goût des mathématiques et de la recherche, à stimuler leur créativité et leur esprit d'initiative, à favoriser l'émergence d'une culture scientifique par une approche originale.

Créé en 2001 pour les élèves des classes de premières scientifiques et technologiques, il est ouvert depuis 2005 aux autres séries.

14 665 élèves de première dont 4724 filles ont concouru en 2011.
La participation a plus que doublé par rapport à l'année précédente. Elle s'explique par l'engagement des équipes académiques à tous les niveaux et par l'extension des Olympiades au réseau des lycées français à l'étranger.

L'épreuve, d'une durée de quatre heures, consiste en quatre exercices indépendants : deux exercices sont communs à tous les candidats des grandes zones géographiques, les deux autres diffèrent d'une académie à l'autre. Chaque académie distribue ses prix et un palmarès national est établi.

Le palmarès national 2011 distingue trente et un élèves dont vingt-trois pour la série S.

Sept lauréates sont récompensées contre six en 2010. Les lauréats viennent des académies d'Amiens, Besançon, Caen, Créteil, Grenoble, Lille, Lyon, Montpellier, Nantes, Nice, Orléans-Tours, Paris, Poitiers, Rennes, Toulouse, Versailles et de Polynésie française, et des établissements français à l'étranger, Abou Dhabi, Madrid, New-York et Bruxelles.

La remise nationale des prix est organisée par le ministère en collaboration avec Animath, association fondée en 1998 ayant pour but de promouvoir le plaisir de faire des mathématiques

Olympiades de mathématiques

Palmarès national 2011

Classement des olympiades de mathématiques pour la série S - 2011

1er prix

M. Victor QUACH	Académie de PARIS	Lycée Louis Le Grand – PARIS

2e prix

Mlle Camille ARNAUDON	Académie de GRENOBLE	Lycée Berthollet - Annecy
M. Sébastien CHEVALEYRE	Académie de PARIS	Lycée Louis Le Grand – PARIS
M. Mathieu PIQUEREZ	Académie de CRÉTEIL	Lycée Joliot - Curie – DAMMARIE LES LYS
M. Matthieu ZHANG	Académie de NICE	Lycée International – VALBONNE

3e prix

M. Jan DLABAL	ÉTATS UNIS	Lycée français – NEW YORK – ETATS UNIS
M. Jean KIEFFER	Académie de VERSAILLES	Lycée J. d'Albret – ST GERMAIN EN LAYE
Mlle Sophie PENG-CASAVECCHIA	AEFE	Lycée français – BRUXELLES – BELGIQUE
M. Ludovic STEPHAN	Académie de LYON	Lycée du Parc – LYON

1er accessit

M. Nicolas DING	Académie de VERSAILLES	Lycée privé St Érembert – ST GERMAIN EN LAYE
M. Maxime FARON	Académie de NICE	Lycée St Exupéry – ST RAPHAËL
M. Florian LACAZE	Académie de LILLE	Lycée Albert Chatelet – DOUAI
M. Antoine MARECHAL	Académie de TOULOUSE	Lycée privé St Joseph – TOULOUSE
M. Pierre-Yves PAJOT	Académie de PARIS	Lycée Louis Le Grand – PARIS
M. Shmuel RAKOTONIRINA	Académie de CRÉTEIL	Lycée André Boulloche – LIVRY GARGAN

2e accessit

M. Jean-Baptiste DE SAINT AUBERT	Académie de MONTPELLIER	Lycée Alphonse Daudet – NÎMES
M. Jeremy DENECHAUD	Académie de POITIERS	Lycée Cordouan – ROYAN
M. Christophe FLOREANI	AEFE	Lycée français – ABOU DHABI
M. Oussamah JABER	Académie d'AMIENS	Lycée privé St Jean La Croix - SAINT QUENTIN
M. Maël MILLARDET	Académie de RENNES	Lycée privé La Mennais – PLOERMEL
Mlle Chloé PAPIN	Académie de NANTES	Lycée privé La Perverie – NANTES
M. François-Pierre PATY	Académie de CAEN	Lycée Alain Chartier – BAYEUX
M. Xavier POULOT-CAZAJOUS	Académie d'ORLEANS-TOURS	Lycée Descartes – TOURS

Classement des olympiades de mathématiques pour la série ES - 2011

1er prix

M. Thomas KEKENBOSCH	Académie de VERSAILLES	Lycée franco-allemand – BUC

2e prix

Mlle Clothilde PERRET	Académie de CRÉTEIL	Maison de la légion d'honneur – ST DENIS

3e prix

Mlle Julia DE LA TORRE CARREIRA	AEFE	Lycée français – MADRID – ESPAGNE

Classement des olympiades de mathématiques pour les séries L/STG – 2011

1er prix

Mlle Audrey BISTER (série L)	Académie de CRÉTEIL	Lycée Marcelin Berthelot – ST MAUR DES FOSSÉS

1er accessit

M. Romain LASSERRE (série L)	Académie de TOULOUSE	Lycée Pierre de Fermat – TOULOUSE
M. Vincent DE ALMEIDA (série STG)	Académie de TOULOUSE	Lycée Pierre d'Aragon - MURET

Classement des olympiades de mathématiques pour les séries STI/STL – 2011

1er prix

Mlle Léontine LAUREAU (série STL)	Académie de BESANÇON	Lycée Jacques Duhamel – DÔLE

1er accessit

M. Alexis DUPIN (série STI)	POLYNÉSIE FRANÇAISE	Lycée de Taaone – TAAONE (TAHITI)

Remise des prix des Olympiades de mathématiques
Organisation de la journée du mercredi 8 juin 2011

9h00	Accueil des lauréats, de leurs professeurs et des invités Ministère de l'éducation nationale, 110 rue de Grenelle Paris 7e Salle Condorcet
9h30	Ouverture de la cérémonie par **Charles Torossian,** inspecteur général de l'éducation nationale
9h40	Conférence de **Laure Saint-Raymond**, professeur à l'Université Pierre et Marie Curie et à l'École normale supérieure. Thème de la conférence : "Quelques problèmes mathématiques issus de l'océanographie" Prise de parole de **Martin Andler**, président d'Animath
10h45	**Discours et remise des prix par Jean-Michel Blanquer, directeur général de l'enseignement scolaire** Interventions de sponsors nationaux lors de la remise des prix
11h50	Photo de groupe avec Jean-Michel Blanquer, directeur général de l'enseignement scolaire
12h00	Cocktail-déjeuner offert par le ministre de l'éducation nationale, de la jeunesse et de la vie associative en Salle Blanche
13h00	Départ pour l'Institut Henri Poincaré 11 rue Pierre et Marie Curie Paris 5e
13h30	Accueil des lauréats à l'Institut Henri Poincaré
14h00	Atelier-conférence avec Pierre Pansu, professeur à l'Université Paris Sud et à l'École normale supérieure
16h00	Collation et discussion entre lauréats et mathématiciens

Rapport sur les Olympiades académiques de mathématiques 2011

Principes, création et évolution

Les Olympiades académiques de mathématiques ont été créées en 2001, en direction des élèves des classes de premières scientifiques des lycées, dans le but de favoriser l'émergence d'une nouvelle culture scientifique et technologique. La démarche préconisée doit conduire à développer chez les élèves le sens de l'initiative, le goût de la recherche et le plaisir de faire des mathématiques. Sa dimension académique doit favoriser les relations entre les professeurs d'une même académie et les corps d'inspection, tout en stimulant la création de clubs et d'ateliers mathématiques au sein des lycées. À partir de l'année 2005, un nouveau texte réglementaire est venu apporter quelques infléchissements aux dispositions initiales ; en particulier, les Olympiades de mathématiques concernent désormais toutes les séries et s'adressent à toutes les lycéennes et tous les lycéens.

Les Olympiades de mathématiques jouent un rôle déterminant ; elles permettent l'éclosion des talents, et valorisent l'image des mathématiques auprès des jeunes. Elles encouragent une préparation transversale parfaitement compatible avec la philosophie du nouveau lycée.

Candidatures

Cette onzième édition des olympiades a bénéficié d'une dynamique exceptionnelle et d'une progression spectaculaire des inscrits et des participants. En effet, on a compté 17 068 inscrits et 14 665 présents, soit une hausse, par rapport à 2010, de 87% pour les inscrits et 118% pour les présents.

L'ouverture à toutes les séries générales et technologiques se confirme à la session 2011 avec plus de 2000 candidats issus de séries autres que S. Toutefois, la série S compte encore 12 650 participants (soit 86,3 % des candidats).

Les jeunes filles représentent 32 % des participants. Ce chiffre, quasiment identique à celui de l'an passé, reste stable bien au-delà du lycée, puisque ce ratio se retrouve parmi les inscrites à l'agrégation de mathématiques (36% en 2010) ou les lauréates à l'agrégation de mathématiques (30% en 2010). Il faut donc poursuivre les efforts entrepris depuis de nombreuses années pour augmenter significativement la participation féminine aux différentes compétitions mathématiques et, plus généralement, dans les carrières scientifiques : les Olympiades de mathématiques constituent une étape importante de cet objectif.

Cette année est marquée par une forte croissance (inscrits ou présents) dans la plupart des académies ; douze d'entre elles voient une augmentation de plus de 150 % (par exemple Poitiers réalise +307 % sur les inscrits et la Polynésie française +1 360 %). Les académies ont du adapter leur organisation (recrutement renforcé de correcteurs, etc.) compte-tenu du nombre de participants (Versailles 2 413 présents, Lille 1 040, Créteil 850, Nantes, 714, Lyon 649, Toulouse 598, Rouen 517, etc.). Le passage de l'épreuve le matin explique en partie ces augmentations, car la déperdition entre inscrits et présents qui était de l'ordre de 25 % à 30 % les années antérieures, se situe cette année aux environs de 14 %. Toutefois, cette augmentation s'explique d'abord par l'investissement sur le terrain des IA-IPR coordonnateurs des équipes académiques et par l'engagement des professeurs de mathématiques souvent bénévoles.

L'ouverture internationale des olympiades aux lycées français ou d'enseignement français à l'étranger s'est organisée cette année sous l'impulsion de l'AEFE et de son représentant pédagogique pour les mathématiques, par ailleurs membre du jury. Une lettre de cadrage a été envoyée dans l'ensemble du réseau ; le dispositif reprend les 18 zones de formation continue constituées en association avec leur académie partenaire.
Le décalage horaire a imposé la création de 3 paires de sujets nationaux (Amériques-Caraïbes, Europe-Afrique-Asie, Océanie). Dans chacune des 18 zones, un professeur coordonnateur et un proviseur référent ont été désignés. Chaque zone a composé sur les sujets de l'académie partenaire et a élaboré son propre classement, validé par le jury de l'académie partenaire.

Environ 157 lycées issus de 84 pays ont fait composer des candidats ; au total on a compté 2 370 inscrits et 2 055 présents. Le jury national a reçu des copies d'Abou Dhabi, du Liban, du Salvador, d'Argentine, du Brésil, du Honduras, du Mexique, de Belgique, du Vietnam, de Thaïlande, des États-Unis, de Madagascar, du Sénégal, de Mauritanie, du Danemark, d'Allemagne, du Luxembourg et d'Autriche.

Lauréats

Chaque académie établit son propre palmarès. Parallèlement, le jury national examine les meilleures copies transmises par les académies (103 copies cette année dont 28 de l'étranger validées par l'académie partenaire). Chaque copie est accompagnée d'une fiche synthétique résumant les qualités remarquées en académie. Le jury national, après examen de chaque copie, sélectionne un palmarès qui s'appuie sur l'analyse des fiches et la résolution des exercices nationaux. La performance sur les sujets académiques est prise en compte pour départager des copies très proches.

Le nombre important de participants et la qualité des copies transmises justifient un palmarès étendu cette année à trente et un lauréats.

Ont été distingués 23 élèves de la série S, 2 de la série STI-STL, 3 de la série ES et 3 de la série L/STG, les classements ayant été réalisés séparément. Notons que 4 lauréats sont issus de lycées de l'étranger (États-Unis, Abou Dhabi, Espagne, Belgique) et un lauréat vient de Tahiti.

Remise des prix

Soulignons l'aspect officiel au plus haut niveau de la remise des prix aux lauréats, aussi bien dans les académies qu'au plan national.
Le directeur général de l'enseignement scolaire remet les prix aux lauréats mercredi 8 juin 2011.
La cérémonie est marquée par le désir de faire découvrir aux jeunes l'univers passionnant, international et vivant des mathématiques, par le biais de conférences et de rencontres avec des mathématiciens exceptionnels. Cette année et pour la première fois, une conférencière de très haut niveau, Laure Saint-Raymond, a accepté de partager sa passion avec les lauréats.
Enfin, deux stages olympiques (l'un en été, l'autre à l'automne) du plus riche intérêt seront proposés et organisés par l'association ANIMATH en partenariat avec le ministère de l'éducation nationale, de la jeunesse et de la vie associative.

Organisation et dispositif

Le dispositif comprend un groupe national présidé par un inspecteur général et, dans chaque académie, une cellule présidée par un responsable désigné par le recteur, en liaison avec l'inspection générale.

Une information a été faite par voie d'affiches en couleur format A3 confectionnées et envoyées en quatre exemplaires dans tous les lycées (privés ou publics, y compris ceux de l'étranger) par le ministère de l'éducation nationale, de la jeunesse et de la vie associative, accompagnées d'une lettre aux chefs d'établissements.

Dans chaque académie, les cellules ont sollicité les inscriptions par des relances régulières dans les établissements entre les mois de décembre et février.

L'épreuve s'est déroulée le mercredi 23 mars 2011 de 8h à 12h en métropole, les horaires étant décalés pour les académies lointaines ou dans les lycées de l'étranger.

Les sujets

L'épreuve, d'une durée de quatre heures, propose aux élèves quatre exercices : deux exercices sélectionnés (en fonction de la grande zone géographique) par le jury national parmi les propositions des académies, et deux exercices académiques choisis par chaque cellule académique. Le caractère national est explicitement indiqué sur les sujets proposés. Ce sont environ **70 exercices**, fort intéressants, souvent originaux (ou citant leurs sources comme demandé dans le rapport 2005) et d'une grande richesse, qui ont été élaborés, avec le souci de **privilégier le raisonnement, le sens de l'initiative, le goût de la recherche et le plaisir de trouver**.

Que les cellules académiques soient ici vivement remerciées pour la grande qualité de leur travail. Comme lors de précédentes sessions, de nombreuses académies ont décidé de proposer des exercices académiques différents selon la série des élèves. Cette formule semble donner satisfaction à un nombre croissant d'académies. Notons toutefois que les exercices nationaux concernent l'ensemble des séries. Le jury veille donc à ce que les connaissances nécessaires pour leur résolution soient communes à tous les programmes.

Les deux exercices nationaux ont été appréciés par les cellules académiques et par les candidats. De nature très différente, ils permettaient l'investigation personnelle et la prise d'initiative.

Pour la zone Europe-Afrique-Asie le problème *des essuie-glaces* a été globalement bien traité par les candidats. Le problème du *singe sauteur*, de difficulté progressive, culminait par deux questions difficiles. Seule une copie a parfaitement traité l'ensemble du problème. Pour la zone Pacifique, le premier exercice portait sur la géométrie, tandis que le second proposait l'écriture d'un *algorithme* qui a été apprécié par la plupart des candidats. Pour la zone Amériques le premier sujet traitait d'une optimisation géométrique tandis que le second portait sur *les k-nombres.*

Conclusion

Ces actions visent à **susciter des vocations scientifiques** auprès des jeunes qui ont déjà montré de l'intérêt et du talent pour les mathématiques. On ne peut, à nouveau, que se réjouir du succès confirmé de ces Olympiades de mathématiques, et de ses répercussions :

- d'abord en direction des élèves : bien que difficile à évaluer, le fait d'avoir eu plaisir à faire des mathématiques et à réfléchir sur des problèmes motivants pendant quatre heures est sans doute un élément influent lorsqu'un jeune opère des choix pour son avenir ;

- en direction des professeurs et des établissements : la préparation et l'organisation d'une telle épreuve sont un vecteur d'émulation collective et mettent à l'honneur les mathématiques. Le format des classes de premières de la réforme du lycée devrait permettre de laisser une plus grande place à ce genre d'actions.

- au niveau académique : la dynamique ainsi lancée, le travail mené, la production d'exercices originaux adaptés à une telle épreuve ne peuvent qu'avoir des retombées positives et enrichissantes dans chaque académie. Les remises de prix académiques, sous le patronage des recteurs, sont, au-delà de leurs aspects conviviaux et festifs, l'occasion de rappeler l'importance des mathématiques dans une société numérisée et de créer un pont entre les lycées, le monde universitaire et de la recherche et les entreprises investies dans l'utilisation des mathématiques.

- enfin au plan national : la publication d'annales sur différents sites internet (Eduscol, ANIMATH, APMEP) permet de diffuser les nombreuses idées originales émanant des académies dont une grande partie est largement exploitable dans les classes. Ces annales pourront être utilisées pour l'accompagnement personnalisé dans les classes de premières dès la rentrée scolaire.

Nous tenons à remercier très chaleureusement tous ceux qui contribuent à la réussite de cette compétition, en particulier les membres des cellules académiques des olympiades et du groupe national, les IA-IPR, les services rectoraux et ceux du ministère.
Doivent également être remerciés les différents parrains de la cérémonie nationale de remise des prix, qui contribuent aux cadeaux offerts aux lauréats : le ministre de l'éducation nationale, de la jeunesse et de la vie associative, le Crédit Mutuel Enseignant, Texas Instruments, CASIO, Microsoft Corporation, la SNCF, l'INRIA ainsi que les associations ANIMATH, APMEP et les éditeurs Dunod, Belin, Vuibert, Cassini et Pour la Science.

Nous souhaitons que les Olympiades de mathématiques 2012, pour leur XII^e^ édition, voient une participation encore accrue, et une confirmation de la grande qualité des productions des élèves.

Le vice-président du jury,
Olivier LASSALLE

Le président du jury,
Charles TOROSSIAN

LISTE DES MEMBRES DU JURY NATIONAL 2011

Charles TOROSSIAN, IGEN – groupe des mathématiques – président des Olympiades
Olivier LASSALLE, IA-IPR de mathématiques – vice-président des Olympiades
Johan YEBBOU, IGEN – groupe des mathématiques
Evelyne ROUDNEFF, IA-IPR de mathématiques dans l'académie de Versailles
Michel BOVANI, IA-IPR de mathématiques, détaché à l'AEFE
Patrick GENAUX, professeur de mathématiques en CPGE à Strasbourg
Daniel PERRIN, professeur à l'université d'Orsay
René LIGIER, professeur de mathématiques en CPGE à Besançon
Claudine PICARONNY, maître de conférences à l'école normale de Cachan

OLYMPIADES ACADÉMIQUES DE PREMIÈRE 2011

SUJETS NATIONAUX

Zone Europe-Afrique-Asie

Exercice national 1 : Essuie-glaces

(les parties 1, 2 et 3 sont indépendantes)

On se propose de calculer l'aire de la surface essuyée par plusieurs modèles de balais d'essuie-glace d'un véhicule. On considèrera que les pare-brises sont des surfaces planes.

- Un premier véhicule est équipé d'un seul balai porté par une tige métallique de 60 cm, modélisée par un segment [OB]. Soit A le point de [OB] tel que OA = 15 cm. Le balai en caoutchouc est alors modélisé par le segment [AB] (voir figure 1 ci-dessous). Déterminer la valeur exacte de l'aire de la surface essuyée par le balai, en admettant que celui ci décrit autour du point O un angle de 180°. En donner une valeur arrondie au cm^2 près.

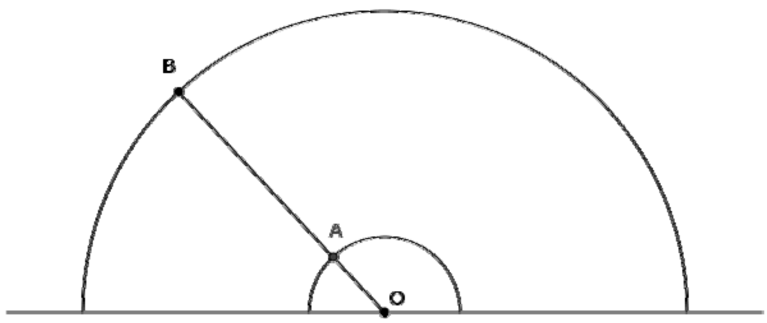


Fig. 1

- Le pare-brise d'un second véhicule possède deux essuie-glaces modélisés par deux segments [OB] et [O'B'] de même longueur R, l'un tournant autour d'un point O, l'autre autour d'un point O', tels que OO' = R (voir figure 2 ci-dessous). Ces balais en caoutchouc couvrent la longueur totale de chaque segment. L'extrémité de chaque segment décrit un demi-cercle au-dessus de la droite (OO'). Déterminer l'aire de la surface du pare-brise essuyée par les balais.

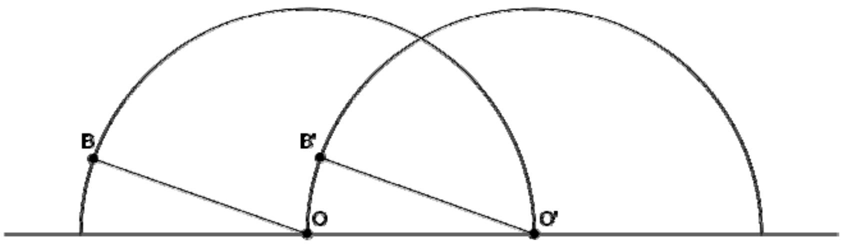


Fig. 2

- Un troisième véhicule est équipé d'un essuie-glace dont le support métallique est modélisé par la réunion de deux segments (voir la figure 3 ci-dessous) : un segment [AB], qui porte le balai en caoutchouc sur toute sa longueur, et un segment [OC] qui relie le centre de rotation O à un point C du segment [AB] tels que $\widehat{OCA} = 30°$, $CB = 4\ CA$ et $OC = \sqrt{3} \times CA$. On pose CA = *a*.

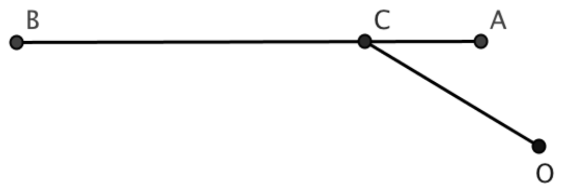


Fig. 3

a. Démontrer que le triangle AOC est isocèle.
b. Lorsqu'il essuie le pare-brise du véhicule, l'essuie-glace tourne autour du point O. En début de course le balai en caoutchouc est en position horizontale : les points A, B et C coïncident respectivement avec les points M, N et P du pare-brise tels que [MN] est horizontal (voir la figure 4 ci-dessous). En fin de course A, B, C coïncident respectivement avec les points M', N' et P' du pare-brise tels que le segment [OM'] est horizontal.

Déterminer l'angle dont a tourné le dispositif autour du point O pour passer d'une position à l'autre, puis exprimer en fonction de *a* l'aire de la surface essuyée par le balai.

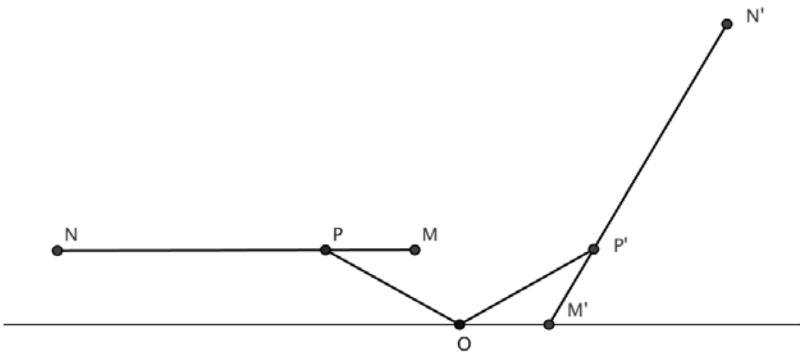
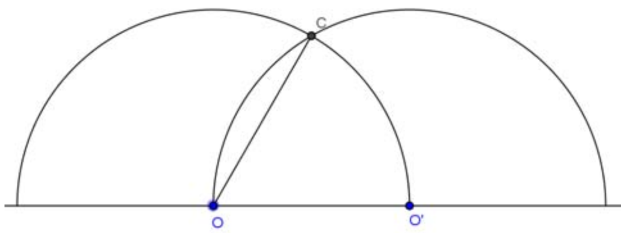


Fig. 4

Eléments de correction (proposés par l'académie de Corse)

1) L'aire demandée en cm^2 est $\mathscr{A} = \frac{1}{2}\left(\pi.60^2 - \pi.15^2\right) = \frac{\pi}{2}15^2\left(4^2-1\right) = \frac{\pi}{2}.15^3 = 3375.\frac{\pi}{2}$ soit en valeur approchée 5301 cm^2 .
2) Soit *C* l'intersection des deux demi-cercles. Calculons L'aire du triangle équilatéral *OO'C* de côté de longueur *R*, et donc de hauteur $R\frac{\sqrt{3}}{2}$: A_1= $\frac{1}{2}\left(R \times \frac{\sqrt{3}}{2}R\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}R^2$.



Calculons l'aire du secteur angulaire d'angle $\widehat{O'OC}$ de mesure $\dfrac{\pi}{3}$ en radians, qui est aussi celle du secteur angulaire d'angle $\widehat{COO'}$: $A_2 = \dfrac{\pi R^2}{6}$.

Ainsi l'aire de le portion de plan limitée par la corde [OC] et l'arc $\widehat{OC}$ sera : $A_2 - A_1$.
L'aire de la portion de plan commune aux deux demi-disques sera donc $A = A_2 + A_2 - A_1 = 2A_2 - A_1$

Donc $A_3 = \dfrac{\pi}{3}R^2 - \dfrac{\sqrt{3}}{4}R^2$.

L'aire essuyée par les deux balais est donc celle d'un cercle de rayon R privée de A_3 soit

$\mathscr{A} = \pi R^2 - \left(\dfrac{\pi}{3}R^2 - \dfrac{\sqrt{3}}{4}R^2\right) = \left(\dfrac{2\pi}{3} + \dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$ et donc $\boxed{\mathscr{A} = \left(\dfrac{2\pi}{3} + \dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2}$

(Autre méthode : la surface cherchée vaut l'aire du triangle et les deux secteurs d'angle $\dfrac{2\pi}{3}$)

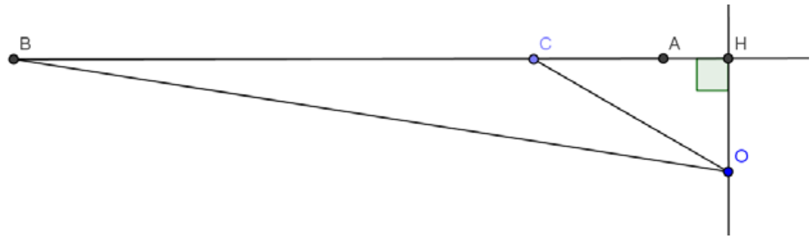
3)

a) $\sin\widehat{OCH} = \sin 30° = \dfrac{1}{2}$ donc

$\dfrac{OH}{OC} = \dfrac{1}{2}$ soit $OH = \dfrac{1}{2}a\sqrt{3}$.

De même $\dfrac{HC}{OC} = \cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

donc $HC = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a\sqrt{3} = \dfrac{3}{2}a$.



Enfin d'après le théorème de Pythagore dans le triangle HOA rectangle en H on a

$$OA^2 = HA^2 + HO^2 = (HC - CA)^2 + HO^2 = \left(\frac{3}{2}a - a\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} = a^2 .$$

Ainsi $OA = OC$ et donc $\boxed{\text{le triangle } AOC \text{ est isocèle.}}$

b) L'angle dont a tourné le dispositif est la mesure de l'angle $\widehat{MOM'}$. En degré elle vaut $180 - \widehat{XOM}$ avec X comme sur le dessin. Or les angles $\widehat{XOP}$ et $\widehat{OPM}$ sont alternes internes, et le triangle MOP est isocèle ; on en déduit donc que $\widehat{MOX} = 2 \times 30 = 60°$. Donc l'angle géométrique $\widehat{MOM'}$ a pour mesure 180-60= $\boxed{120°.}$

La portion de plan essuyée est celle qui est limitée par les segments [MN] et [M'N'] et les arcs $\widehat{MM'}$ et $\widehat{NN'}$.
Soient T et T' les intersections du cercle de centre O passant par M et les segments [ON] et [ON']. Le cercle étant invariant par la rotation et le segment [ON] ayant pour image [ON'], T a donc pour image T'. Les points M, T, N ont respectivement pour images M', T' et N', et la conservation des aires par rotation montre que la portion de plan limitée par [MN], [NT] et l'arc $\widehat{MT}$ a la même aire que celle limitée par [M'N'], [N'T'] et l'arc $\widehat{M'T'}$. On peut dire aussi que le système étant rigide, les triangles OMP et OM'P' sont isométriques.

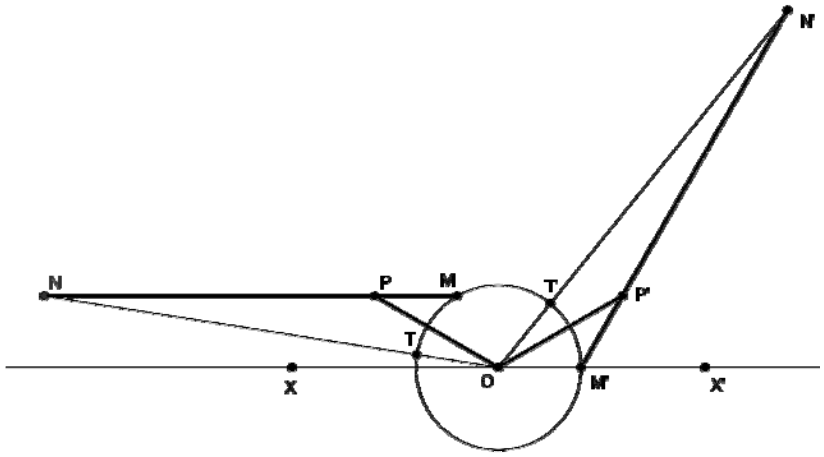
Ainsi la portion essuyée a la même aire que celle qui est limitée par les segments [NT] et [N'T'] et les arc de cercle $\widehat{NN'}$ et $\widehat{TT'}$.

L'aire de cette portion de plan est donc $\mathscr{A} = \dfrac{1}{3}\left(\pi.ON^2 - \pi.OT^2\right) = \dfrac{\pi}{3}\left(OB^2 - OA^2\right)$

Or, $OA^2 = a^2$ et d'après le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle OBH,

$$OB^2 = OH^2 + HB^2 = OH^2 + (HC + CB)^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3a}{2} + 4a\right)^2 = \left(\frac{3}{4} + \frac{121}{4}\right)a^2 = 31a^2$$

L'aire cherchée est donc $\mathscr{A} = \frac{\pi}{3}\left(31a^2 - a^2\right) = \frac{\pi}{3} \times 30a^2 = 10\pi a^2$ $\boxed{\mathscr{A} = 10\pi a^2}$

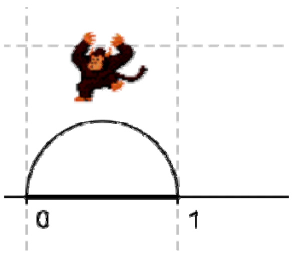


Exercice National 2 : Le singe sauteur

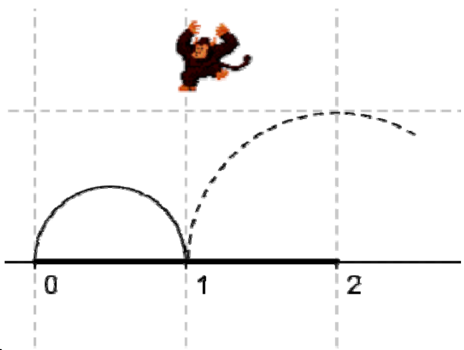
J'ai un petit singe sauteur qui passe son temps à faire des bonds sur une demi-droite graduée en choisissant d'aller vers l'avant ou vers l'arrière.

Le nombre n est dit ***atteignable*** si le singe peut, en partant de l'**origine** (position d'abscisse 0), atteindre la position d'abscisse n en **exactement** n bonds successifs (en avant ou en arrière) de longueurs 1, 2, …, n (**effectués** dans cet ordre) et sans **jamais** sortir du segment [0 ; n].

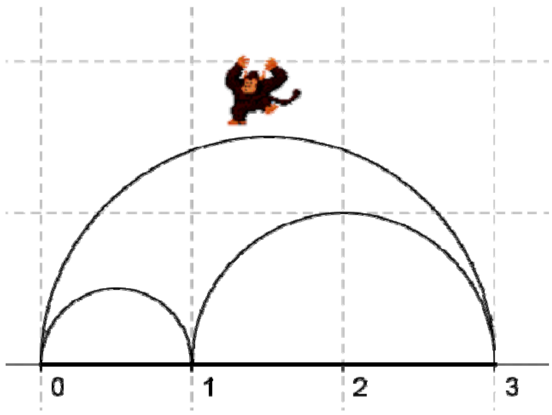
Par exemple : Le nombre 1 est atteignable en un bond.



Mais le nombre 2 ne l'est pas car, après avoir fait le bond de longueur 1 (qu'il est obligé de faire vers l'avant), s'il fait un bond de longueur 2 en avant ou en arrière il sort de l'intervalle [0 ; 2].



Le nombre 3 n'est pas atteignable pour une autre raison : après avoir fait un bond de longueur 1 et un autre de longueur 2 vers l'avant, il est obligé de faire un bond de longueur 3 vers l'arrière (sinon il sort de l'intervalle [0 ; 3]) et se trouve sur le nombre 0 au lieu de 3.



Questions

1. Montrer que le nombre 4 est atteignable et ceci d'une seule façon.
2. Montrer que le nombre 5 n'est pas atteignable.

On peut montrer de la même façon que les nombres 6, 7 et 8 ne sont pas atteignables ; *ce résultat est admis.*

3. Le nombre 9 est-il atteignable ?

Pour la suite, on rappelle que, pour tout nombre entier *m*, on a : $1+2+3+....+m=\dfrac{m(m+1)}{2}$.

4. Montrer que tous les nombres entiers qui sont des carrés sont atteignables.

5.
   a. Montrer que si le nombre entier n est atteignable alors le produit $n(n-1)$ est divisible par 4. En déduire une condition sur l'entier n pour qu'il soit atteignable.
   b. La réciproque de cette proposition est-elle vraie ?

6. On suppose N $\geq$ 6 et atteignable par une séquence qui commence par 1+2+3 … Montrer que N+4 est aussi atteignable.

Eléments de correction (proposés par l'académie de Montpellier)

1. Le nombre 4 est atteignable car 1+2-3+4=4.
2. Le singe n'a le choix : 1+2-3+4 et … il est bloqué !!
3. Le nombre 9 est atteignable car on a 1+2+3-4+5-6+7-8+9=9, sans jamais sortir de l'intervalle [0 ; 9].
4. Les exemples précédents traitent les carrés 4 et 9. Le cas échéant la recherche pour 16 peut donner 1+2+3+4-5+6-7+8-9+10-11+12-13+14-15+16, en remarquant que l'on ne sort jamais de l'intervalle [0 ; 16]. L'observation des sommes produites peut amener la solution générale :

$$1+2+3+.....+n-(n+1)+(n+2)-(n+3)+(n+4)..........-(n^2-1)+n^2=$$
$$\frac{n(n+1)}{2}+1+1+1+.................+1=\frac{n(n+1)}{2}+\frac{n^2-n}{2}=n^2$$

d'où n^2 est atteignable. Les seules difficultés sont le comptage des termes valant 1 et la vérification du fait que l'on reste bien dans l'intervalle [0 ; n^2].

5. Si le nombre n est atteignable, il existe des a_i valant 1 ou -1 telles que $1+2a_2+3a_3+......+(n-1)a_{n-1}=0$. Dans cette somme on sépare les termes positifs dont on note la somme S_+ des termes négatifs dont on note la somme S_- . On a alors : $S_+=S_-$ On calcule ensuite :

$$1+2+3+.......+(n-1)=S_+-S_-=2S_+$$

On en déduit que : $\frac{(n-1)n}{2}=2S_+$ d'où $n(n-1)=4S_+$ et donc 4 divise le produit *n(n-1)*. Donc *n* est de la forme 4*k* ou 4*k*+1. Par exemple 18 n'est pas atteignable.

La réciproque est fausse puisque 5 n'est pas atteignable.

6. L'idée est de transformer une configuration de signes + - en - +, cela va ajouter 2 au nombre N. Ensuite on complète par la suite -(N+1) + (N+2) – (N+3) + (N+4) et l'on trouve N+4. On note S(i) la somme partielle des *i*-premiers termes. Remarquons que la séquence donnant N se termine par -(N-1)+ N. La séquence commence par 1+2+3 et le premier signe – apparaît en position i+1. Alors S(i-1) ≥ i, car S(3) ≥ 4. On change alors la sous-séquence i-(i+1) en –i+(i+1), ce qui est possible. On ajoute la séquence -(N+1) + (N+2) – (N+3) + (N+4), ce qui assure que N+4 est atteignable. Question subsidiaire : est-il vrai que les nombres de la forme N=4k ou 4k+1, hormis 5, 8, 12, 17 sont atteignables ?

Zone Amériques-Caraïbes

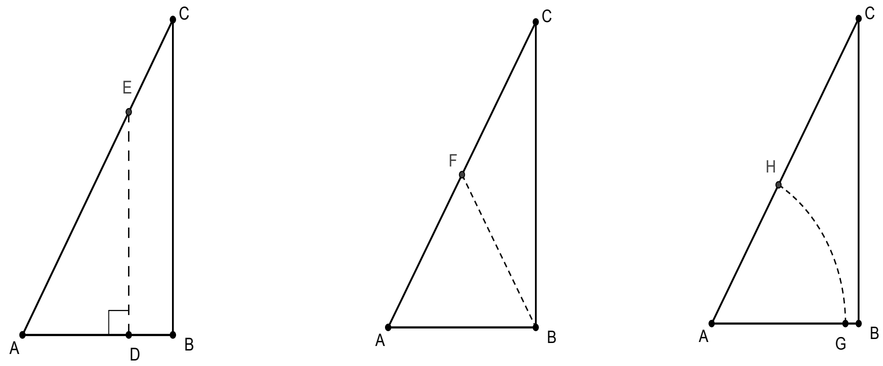
Sujet National 1 : Découpage d'un triangle

Partie A

Soit ABC un triangle rectangle en B, tel que l'angle en A mesure 60°. On supposera de plus que l'aire du triangle ABC est 2.

1. Justifier que la longueur AB vaut $\dfrac{2}{\sqrt{\sqrt{3}}}$.

On propose ci-dessous trois découpages, le long d'une ligne en pointillé, du triangle ABC en deux parties de même aire :



découpage 1 *découpage 2* *découpage 3*

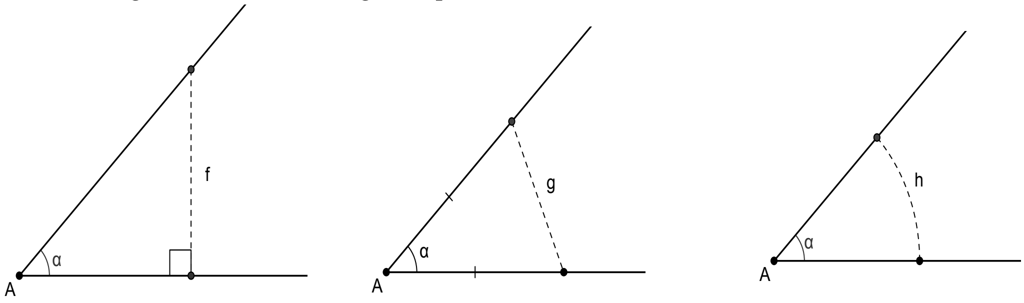
Dans les découpages 1 et 2, les lignes (en pointillé) [DE] et [BF] sont des segments.

Dans le découpage 3, la ligne (en pointillé) $\overset{\frown}{GH}$ est un arc de cercle de centre A.

2. Déterminer les longueurs des segments [DE] et [BF], et la longueur de l'arc $\overset{\frown}{GH}$. Parmi ces trois lignes, quelle est la plus courte ?
3. Proposer un autre découpage du triangle ABC en deux parties de même aire par une ligne de longueur inférieure aux trois lignes précédentes.

Partie B

Deux demi-droites d'origine A forment un angle aigu α.
Sur les trois figures ci-dessous, la ligne en pointillé délimite entre les demi-droites une surface d'aire de mesure 1.



Les lignes (en pointillé) de longueur f et g sont des segments, la ligne de longueur h est un arc de cercle de centre A.

1. Montrer que $h < f$ (on pourra utiliser le résultat suivant, admis : pour un angle aigu non nul, dont la mesure α est exprimée en radian, alors $\alpha < \tan \alpha$).
2. Montrer de même, que $h < g$.
3. Un triangle est d'aire de mesure 2 et d'angles de mesures 40°, 60° et 80°. Proposer, en utilisant l'une des trois méthodes précédentes, un découpage en deux parties de même aire par une ligne la plus courte possible. Préciser la longueur de la ligne obtenue.

Éléments de correction (proposés par l'académie de Limoges)

Partie A

1. En posant a = AB, on a BC = a tan 60° = $a\sqrt{3}$. L'aire de ABC vaut 2, donc $\frac{AB\times BC}{2}=2$. D'où, après calculs, AB = $\frac{2}{\sqrt{\sqrt{3}}}$.
2. Dans le découpage 1, par un raisonnement similaire à celui utilisé dans la question 1., on trouve $DE=\sqrt{2\sqrt{3}}$

   Dans le découpage 2, on démontre facilement que ABF est équilatéral, donc BF = $\frac{2}{\sqrt{\sqrt{3}}}$.

   Dans le découpage 3, on doit avoir $\frac{1}{6}\pi\times AG^2 = 1$, d'où AG = $\sqrt{\frac{6}{\pi}}$. L'arc $\overset{\frown}{GH}$ est le sixième du cercle de centre A et rayon AG, d'où, après calcul, l'arc $\overset{\frown}{GH}$ mesure $\sqrt{\frac{2\pi}{3}}$.

   Le calcul de valeurs approchées des trois longueurs permet de conclure que la plus courte est l'arc $\overset{\frown}{GH}$.
3. Une solution possible est par exemple de tracer l'arc de cercle centré en C : on obtient une surface d'aire 1 en prenant pour rayon $\sqrt{\frac{12}{\pi}}$. L'arc mesure alors $\sqrt{\frac{\pi}{3}}$, qui est bien plus court que les trois lignes définies précédemment.

Partie B

On calcule d'abord les longueurs des trois lignes en fonction de α :

On trouve f = $\sqrt{2\tan\alpha}$; g = $2\sqrt{\tan\frac{\alpha}{2}}$; h = $\sqrt{2\alpha}$.

1. On a $\alpha < \tan\alpha$ donc $2\alpha < 2\tan\alpha$ d'où $\sqrt{2\alpha} < \sqrt{2\tan\alpha}$.
2. On a $\sqrt{2\alpha} = \sqrt{4\frac{\alpha}{2}} = 2\sqrt{\frac{\alpha}{2}}$. Or $\frac{\alpha}{2} < \tan\frac{\alpha}{2}$, on en déduit donc après calculs que $\sqrt{2\alpha} < 2\sqrt{\tan\frac{\alpha}{2}}$.
3. La question précédente montre que parmi les trois méthodes, celle qui donne la ligne la plus courte est l'arc de cercle construit sur l'angle le plus aigu, car la fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ est croissante. La longueur de la ligne est donc $\frac{2}{3}\sqrt{\pi} \approx 1{,}18$ et le rayon de l'arc de cercle vaut $\frac{3}{\sqrt{\pi}}$ ≈ 1,69. Encore faut-il s'assurer que le découpage est bien possible, ce que l'on fait a posteriori en s'assurant que les 2 cotés associés à l'angle de mesure 40° ont des longueurs suffisantes. Notons A, B, C les sommets aux angles de mesures 40°, 60°, 80° et a, b, c les longueurs des cotés. En calculant l'aire du triangle on obtient bc sin(40)=ac sin(60)=ab sin (80)=4. Ce qui donne bc ≈ 6,22 ; ac ≈ 4,61 ; ab ≈ 4,06. On en déduit facilement que a<b<c et les rapports b/a ≈ 1,35 ; c/a ≈ 1,53 ; c/b ≈ 1,13. On trouve alors a ≈ 1,73 ; b ≈ 2,35 et c ≈ 2,65 et on peut effectuer largement la découpe (faire un dessin).

Exercice national 2 : Les k-nombres

Pour un entier $k \geqslant 2$ fixé, on appelle k-nombre tout entier relatif N pouvant s'écrire sous la forme

$$N = 1 \pm 2 \pm \cdots \pm k.$$

Par exemple, si $k = 2$, les 2-nombres sont

$$1-2=-1 \quad \text{et} \quad 1+2=3,$$

tandis que si $k = 3$, les 3-nombres sont

$$1-2-3=-4, \quad 1+2-3=0, \quad 1-2+3=2 \quad \text{et} \quad 1+2+3=6.$$

Dans cet exercice, on pourra utiliser, sans démonstration, le résultat suivant :

$$1+2+\cdots+k = \frac{k(k+1)}{2}.$$

1.

a. Donner la liste des 4-nombres, rangés par ordre croissant.
b. L'entier 11 est-il un 5-nombre?

2.

a. Exprimer en fonction de k le plus grand k-nombre et le plus petit k-nombre.
b. Quel est le plus petit entier $k \geqslant 2$ tel que 51 soit un k-nombre?

3.

a. Pour un entier $k \geqslant 2$ fixé, montrer que tous les k-nombres ont la même parité.
b. Déterminer les entiers $k \geqslant 2$ pour lesquels les k-nombres sont impairs.

4. Pour $k = 2$ et $k = 3$, on peut remarquer que l'écriture de tout k-nombre N sous la forme

$$N = 1 \pm 2 \pm \cdots \pm k$$

est unique.

a. Préciser toutes les valeurs de k pour lesquelles cela est le cas.
b. Peut-on trouver un entier k pour lequel il existe un k-nombre N admettant **au moins** 2011 écritures différentes sous la forme

$$N = 1 \pm 2 \pm \cdots \pm k\,?$$

(On pourra évaluer, pour k fixé, le nombre d'écritures possibles donnant des k-nombres et par ailleurs majorer le nombre de k-nombres.)

Éléments de correction (proposés par l'académie de Clermont-Ferrand)

a. Pour $k = 4$, on trouve $1-2-3-4=-8$, $1+2-3-4=-4$, $1-2+3-4=-2$, $1-2-3+4=0$, $1+2+3-4=2$, $1+2-3+4=4$, $1-2+3+4=6$ et enfin $1+2+3+4=10$.

b. L'entier 11 est un 5-nombre puisque $11 = 1-2+3+4+5$.

1.

a. Le plus grand k-nombre est $1+2+3+\cdots+k = \dfrac{k(k+1)}{2}$ tandis que le plus petit k-nombre est $1-(2+3+\cdots+k) = 2-(1+2+3+\cdots+k) = 2-\dfrac{k(k+1)}{2}$.

b. Pour que 51 soit un k-nombre, il faut déjà que $\frac{k(k+1)}{2} \geqslant 51$, c'est-à-dire $k(k+1) \geqslant 102$ donc $k \geqslant 10$. On essaie alors pour $k = 10$. On peut commencer par additionner les termes en partant de 10, jusqu'à dépasser 51 :

$$10+9+8+7+6+5+4+3 = 52$$

puis $52-2+1 = 51$. Ainsi, $51 = 1-2+3+4+5+6+7+8+9+10$.
Finalement, le plus petit entier k tel que 51 soit un k-nombre est $k = 10$.

2.

a. Soit $k \geqslant 2$ et $N = 1 \pm 2 \pm \cdots \pm k$ un k-nombre. On note A la somme des entiers positifs intervenant dans N avec un signe $+$ et B la somme des entiers positifs intervenant dans N avec un signe — (donc $B = 0$ s'il n'y en a pas). Alors $A - B = N$ tandis que $A + B = 1+2+\cdots+k = \dfrac{k(k+1)}{2}$. Ainsi, $N = A+B-2B = \dfrac{k(k+1)}{2} - 2B$. Donc N est de même parité que le plus grand k-nombre, à savoir $\dfrac{k(k+1)}{2}$.

b. Tous les k-nombres ont la parité de $\dfrac{k(k+1)}{2}$. Si k admet r pour reste et q pour quotient dans la division euclidienne par 4, k s'écrit $4q+r$ donc

$$k(k+1) = (4q+r)(4q+r+1) = 4(4q^2+2qr+q) + r(r+1), \text{ et}$$
$$\frac{k(k+1)}{2} = 2(4q^2+2qr+q) + \frac{r(r+1)}{2}.$$

Ainsi, $\dfrac{k(k+1)}{2}$ a la même parité que $\dfrac{r(r+1)}{2}$, donnée par le tableau ci-dessous :

r	$\frac{r(r+1)}{2}$	parité
0	0	pair
1	1	impair
2	3	impair
3	6	pair

Les entiers k qui fournissent des k-nombres impairs sont donc les entiers de la forme $4q+1$ ($q > 1$) ou $4q+2$ ($q \geqslant 0$).

3.

a. Pour $k = 4$, on a vu que les 4-nombres étaient au nombre de 8 et il y a $2^3 = 8$ possibilités de choisir les signes $\pm$ donc 8 écritures possibles. Ainsi, chaque 4-nombre a une et une seule écriture possible. Ensuite, pour $k \geqslant 5$, ce n'est plus jamais le cas puisque par exemple,
$$\frac{k(k+1)}{2} - 10 = 1 - 2 - 3 + 4 + 5 + \cdots + k = 1 + 2 + 3 + 4 - 5 + \cdots + k.$$
Les entiers k pour lesquels tout k-nombre admet une seule écriture sous la forme $1 \pm 2 \pm \cdots \pm k$ sont donc $2, 3$ et 4.

b. Le plus grand k-nombre est $M_k = \dfrac{k(k+1)}{2}$, le plus petit est $N_k = 2 - \dfrac{k(k+1)}{2}$ mais tous ont la même parité, donc tous sont de la forme $M_k - 2p$ avec p entier et $0 \leqslant p \leqslant M_k - 1$. Il y a ainsi au plus M_k k-nombres[1]. Si chaque k-nombre possède strictement moins de 2011 écritures, il existe alors strictement moins de $2011 \times \dfrac{k(k+1)}{2}$ écritures possibles. Par ailleurs, il y a 2^{k-1} choix possibles pour déterminer les signes $\pm$ d'un k-nombre, donc 2^{k-1} écritures possibles. Si aucun k-nombre ne possède au moins 2011 écritures différentes, on doit avoir
$$2^{k-1} < 2011 \times \frac{k(k+1)}{2},$$
ce qui n'est pas le cas pour $k = 20$. Il existe donc un 20-nombre possédant au moins 2011 écritures différentes.

[1] On peut montrer qu'il y en a $(M_k - 2)$ mais ce n'est pas utile pour la question.

Zone Océanie

Exercice national 1 : Suite de nombres

L'exercice consiste à étudier les nombres obtenus **en partant du nombre 1** par une succession d'étapes, de la manière suivante : un nombre obtenu à l'une des étapes est remplacé à l'étape suivante soit par sa moitié (étape codée M) soit par son complément à 1(étape codée C).
Ainsi par exemple :

- la première étape consiste toujours à passer de 1 soit à $\frac{1}{2}$ (étape M) soit à 0 (étape C).
- la succession d'étapes M puis M puis C puis M, notée MMCM, conduit au nombre $\frac{3}{8}$ par le chemin $1 \to \frac{1}{2} \to \frac{1}{4} \to \frac{3}{4} \to \frac{3}{8}$.
- à partir du nombre $\frac{3}{8}$ on peut obtenir, à l'étape suivante, soit $\frac{3}{16}$ (étape M) soit $\frac{5}{8}$ (étape C).

1. Quels sont les nombres obtenus après chacune des successions :
   a. CMM (C puis M puis M)
   b. MMMCM (M puis M puis M puis C puis M)
   c. CCCCCC

2. Donner tous les nombres que l'on peut obtenir au bout de 3 étapes, puis de 4 étapes.

3. Montrer que tous les nombres obtenus, au bout d'un nombre quelconque d'étapes, sont dans l'intervalle [0 ; 1].

4. Écrire, dans les trois cas suivants, une succession d'étapes permettant d'obtenir les nombres indiqués :
   a. $\frac{3}{2^8}$
   b. $\frac{253}{256}$
   c. $\frac{2011}{2^{2011}}$

5. Soient n et N deux entiers naturels tels que N est impair et $N < 2^n$. Écrire un algorithme permettant d'atteindre le $\frac{N}{2^n}$ en un nombre fini d'étapes. Conclure.

Eléments de correction (proposés par l'académie de Nantes)

1. On obtient respectivement les nombres : $0, \frac{7}{16}, 1$.

2. Après la 3$^{\text{ème}}$ étape on obtient l'un des nombres : $0, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1$.

   Après la 4$^{\text{ème}}$ étape on aboutit à l'un des nombres : $0, \frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, 1$.

3. Les applications M et C préservent l'intervalle [0,1]

4.

a. MMCMMMMMM donne $3/2^8$

b. MMCMMMMMMC donne 253/256.

c. La succession MMCMCMMCMCMMMMMC aboutit à $2011/2^{11}$.

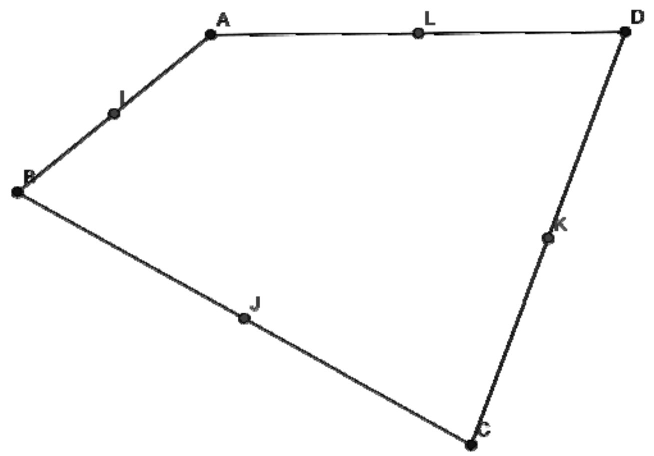
5. L'algorithme explicité dans la réponse du 4c fournit une solution.

On part de $\frac{N}{2^n}$, compris entre 0 et 1, et à chaque étape, soit on double le nombre s'il est inférieur à 1/2, étape notée (D) inverse de (M), soit on prend son complément à 1, étape notée (C) inverse de (C). Chaque étape conduit à une fraction irréductible de la forme $\frac{a}{2^m}$, comprise entre 0 et 1, où a et m sont deux entiers naturels. Les étapes DD, DC et CD, appliquées à ce nombre, conduisent respectivement à $\frac{a}{2^{m-2}}$, $\frac{2^{m-1}-a}{2^{m-1}}$ et $\frac{2^m-a}{2^{m-1}}$. Au bout de deux étapes successives, le dénominateur est donc divisé par 2 ou par 4. En partant de $\frac{N}{2^n}$, on aboutit donc à un dénominateur égal à 1 avec au plus $2n$ étapes. En inversant la démarche on obtient une succession aboutissant à $\frac{N}{2^n}$ en partant de 1.

```
Entrée (k, n)
X=liste vide ; Vérifier k impair et k < 2^n
Tant que n>0
        Si k≤2^(n-1) faire X ← concat(M,X) et n ← n-1
                    sinon X← concat(C,X) et k← 2^n –k
   fin de tant que ;
   afficher X
```

Exercice national 2 : La pelouse arrosée

Un jardinier doit arroser une pelouse, assimilée à un quadrilatère convexe ABCD quelconque (voir la figure ci-dessous pour un exemple). Pour cela, il place un arroseur automatique à chacun des milieux I, J, K et L des côtés [AB], [BC], [CD] et [DA].



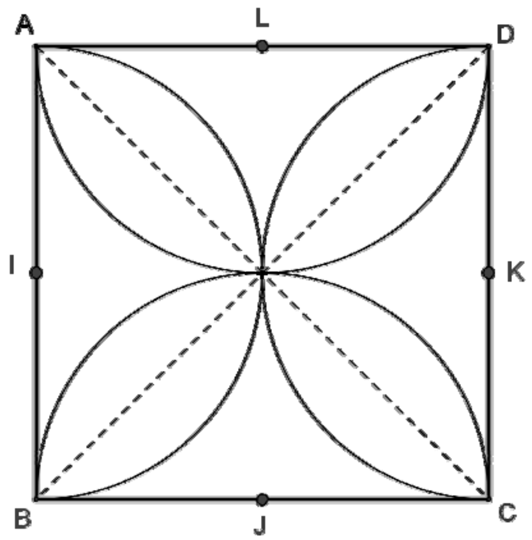
La portée du jet de l'arroseur situé en I est de mesure $\frac{AB}{2}$. Le jet commence par arroser le segment [IA], puis il pivote de 180°, pour arroser le segment [IB]. Chacun des trois autres arroseurs est réglé de manière analogue. Les quatre arroseurs arrosent ainsi quatre demi-disques.

1- Montrer que, dans le cas d'une pelouse de forme carrée, toute la surface est arrosée.

2- Est-ce encore vrai dans le cas général ?

Eléments de correction (proposés par l'académie d'Amiens)

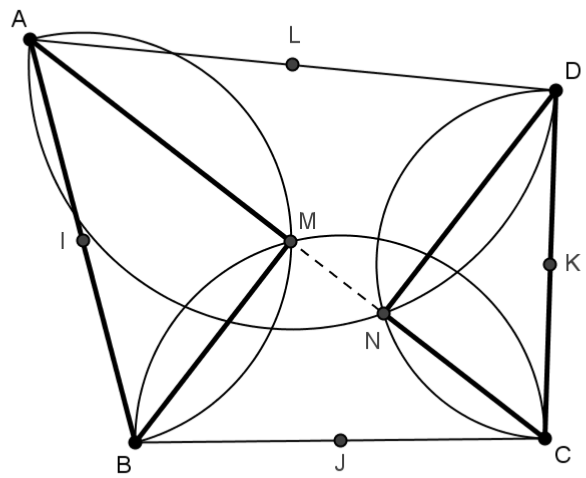
1- Dans le cas du carré, on peut démontrer facilement que les triangles isocèles formés par les cotés et les diagonales sont des surfaces atteintes par les arrosoirs car inclus dans les demi-cercles.



2- Les cercles de diamètres [AB] et [BC] ne sont pas tangents (car l'angle $\widehat{ABC}$ n'est pas plat), donc ils se coupent en un point autre que B. Appelons-le M.

Les triangles AMB et BMC sont rectangles en M (car inscrits dans des demi-cercles). Donc l'angle $\widehat{AMC}$ est plat. Ce qui signifie que le point M est aligné avec A et C.

Ensuite, le demi-cercle centré en I arrose au moins le triangle AMB. Et celui centré en J arrose au moins le triangle BMC. Donc le triangle ABC est arrosé par ces deux arroseurs.
On peut faire de même en définissant N comme point d'intersection des deux autres demi-cercles. Et ces demi-cercles arrosent au moins le triangle ADC.
Finalement, on constate bien que toute la pelouse est arrosée.

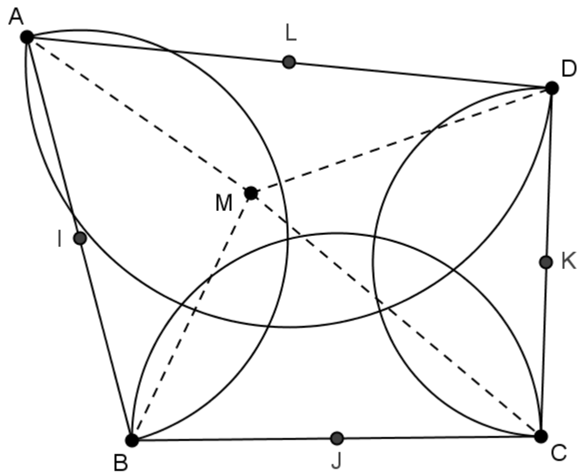


Autre méthode :

Prenons un point M quelconque sur la pelouse.

On alors : $\widehat{AMB}+\widehat{BMC}+\widehat{CMD}+\widehat{DMA}=360°$.
Par conséquent, l'un au moins des quatre angles est supérieur ou égal à 90° (par l'absurde : si tous les quatre sont strictement inférieurs à 90°, la somme ne peut pas faire 360°).

Sur la figure ci-dessous, on a par exemple $\widehat{AMB}\geq 90°$. Cela implique que le point M se trouve à l'intérieur du demi-disque de diamètre [AB]. Il est donc arrosé par l'arroseur situé en I.
Donc, dans tous les cas, le point M sera atteint par l'un des quatre arroseurs.



Olympiades de mathématiques 2012

Calendrier annuel 2011-2012

Envoi des propositions académiques au ministère	Avant le vendredi 21 octobre 2011
Réunion de l'équipe nationale pour le choix des énoncés nationaux	Jeudi 10 novembre 2011 de 14h à 18h
Envoi aux cellules académiques des deux énoncés nationaux + sujets spécifiques zone Pacifique et Amérique	Début décembre 2011
Envoi des affiches dans les lycées	Début décembre 2011
Clôture des inscriptions académiques	Le 11 février 2012
DATE de l'EPREUVE	Mercredi 21 mars 2012 au matin
Réunion calage cérémonie remise des prix	Vendredi 6 avril 2012 de 10h à 12h
Envoi des copies au ministère avec fiche individuelle d'évaluation, énoncés + corrigés, statistiques, rapports + palmarès académiques	Avant le 30 avril 2012
Réunion de l'équipe nationale pour le palmarès national	Vendredi 4 mai 2012 de 10h à 18h
Envoi aux responsables académiques de la liste alphabétique des primés (après vérification)	Mercredi 9 mai 2012
Palmarès et distribution des prix nationaux Discours et conférence Après midi à l'IHP : conférence	Mercredi 6 juin 2012 au ministère de l'éducation nationale

Annexe

www.animath.fr

Fondée en 1998 à l'initiative de la Société mathématique de France, avec le soutien de l'association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, de la société de mathématiques appliquées et industrielles, de l'association *femmes et mathématiques*, de l'inspection générale de mathématiques, du centre international et de la fédération française de jeux mathématiques, de Math en Jeans, etc., l'association Animath réunit maintenant les principales composantes de la vie mathématique française dans le but de promouvoir le plaisir de faire des mathématiques dans les établissements scolaires, à travers des activités périscolaires, clubs et compétitions.

Animath soutient les clubs et ateliers de mathématiques qui fonctionnent dans les lycées et les collèges et s'efforce de créer des liens entre eux, notamment par l'intermédiaire du site web : www.animath.fr. Elle propose des bibliographies à l'usage des lycées et des collèges, notamment pour permettre aux CDI d'enrichir leurs fonds d'ouvrages mathématiques. Elle participe à la formation des enseignants pour ces activités, par des universités d'été et des stages de formation.

Face à la désaffection des étudiants français pour les mathématiques, notre souci est de donner une meilleure image de cette science : en collaboration avec la société mathématique de France (SMF), et avec le soutien actif de l'INRIA et du CNRS, Animath invite lycéens et collégiens à des promenades mathématiques, pour découvrir la recherche en mathématiques avec des mathématiciens professionnels. Avec la société française de statistique et la société de mathématiques appliquées et industrielles, Animath organise la venue d'ingénieurs, techniciens et autres professionnels dans les collèges et lycées pour montrer que « les maths, ça sert ». Au travers de stages, tutorats, écoles d'été (et notamment des stages labellisés MathC2+), Animath aide certains lycéens motivés, soit déjà très engagés par la participation à des compétitions mathématiques, soit simplement curieux d'entrer dans le monde des mathématiques. Nous souhaitons tout particulièrement encourager les jeunes filles et les élèves des quartiers défavorisés.

Par ailleurs, depuis 1969, la France participe régulièrement aux Olympiades internationales de mathématiques : chaque année, plus de 80 pays envoient leurs six meilleurs lycéens résoudre en temps limité (deux fois 4h30) six problèmes difficiles, mais où la sagacité prévaut sur les connaissances. Outre les pays qui ont lancé cette épreuve en 1959 (Roumanie, Bulgarie, etc.), les meilleurs pays sont traditionnellement la Chine, la Russie, les États-Unis et certains s'investissent beaucoup dans la préparation de cette épreuve. La participation française à l'Olympiade internationale est placée sous la responsabilité de l'Olympiade française de mathématiques. Animath y contribue grâce à une subvention du ministère de l'Éducation nationale en organisant des stages olympiques. Le prochain accueillera 35 élèves du 25 août au 1er septembre 2011. Un test de sélection d'une durée de 3h a été organisé dans les établissements scolaires le 7 juin. Parmi eux, les lauréats des Olympiades de mathématiques de première, mais aussi des élèves plus jeunes.

Animath s'est beaucoup investie pour que soient créées en 2001 les Olympiades académiques de mathématiques : aujourd'hui, nous contribuons à l'organisation de la remise des prix aux lauréats nationaux et nous organisons pour eux une « promenade mathématique » à l'institut Henri-Poincaré à Paris. Cette année le conférencier est le mathématicien Pierre Pansu, professeur à l'université Paris-Sud et à l'École normale supérieure.

Association pour l'animation mathématique
IHP, 11-13 rue Pierre et Marie Curie 75231 Paris Cedex 05 France + 33 1 44 27 66 70