Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche

Session 2007

MAT-07-PG3
Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES

Vendredi 04 mai 2007 - de 8h 30 à 11h 30

Deuxième épreuve d'admissibilité

MATHÉMATIQUES	**Durée : 3 heures** **Coefficient : 3** **Note éliminatoire 5/20**

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 9 pages, numérotées de 1/9 à 9/9. Assurez-vous que cet exemplaire est complet.
S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.

Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

<u>EXERCICE 1</u> : (4 points)

Toutes les réponses seront justifiées.

1) Donner les restes des divisions par 6 et par 3 de chacune des trois sommes suivantes :

$5 + 7 + 9$ $\qquad$ $15 + 17 + 19$ $\qquad$ $1527 + 1529 + 1531$

2) Plus généralement :
a. Donner le reste de la division par 6 de la somme de trois nombres impairs consécutifs.
b. Donner le reste de la division par 3 de la somme de trois nombres impairs consécutifs.

3) Trouver trois nombres impairs consécutifs dont la somme est 12 027.

4) On cherche un nombre p tel que la somme de p nombres entiers impairs consécutifs soit toujours un multiple de 5. Déterminer la plus petite valeur possible de p.

<u>Question complémentaire</u> (4 points)

Cet exercice s'appuie sur les documents proposés dans les annexes 1 et 2 :

- **<u>ANNEXE 1</u>** : une situation inspirée d'une activité - Partages inéquitables - proposée dans l'ouvrage ERMEL *« Apprentissages numériques et résolution de problèmes - CP »*, Editions Hatier.
- **<u>ANNEXE 2</u>** : les travaux d'un élève (Hubert).

Cette situation a été présentée au troisième trimestre dans une classe de cours préparatoire.

1) Citer deux objectifs que peut viser un enseignant qui propose cette activité à ses élèves. Justifier.

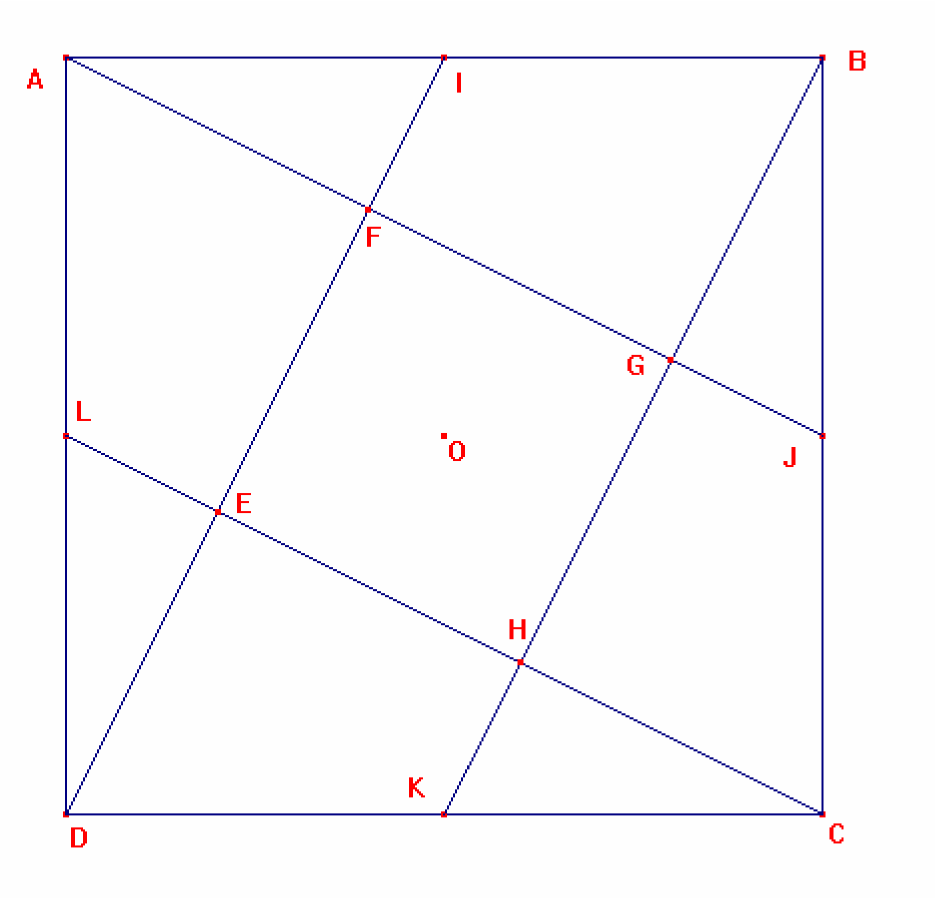
2) Indiquer deux éléments de cette situation qui peuvent avoir une influence sur les procédures mises en œuvre par les élèves.

3) Quel est le rôle de la première phase ?

4) Décrire deux procédures différentes que peuvent utiliser les élèves pour réussir la tâche demandée au cours de la deuxième phase.

5) Analyser la procédure élaborée par Hubert.

EXERCICE 2 : (4 points)



ABCD est un carré de centre O, et I, J, K et L sont les milieux de chacun de ses côtés. Le segment [AJ] coupe les segments [DI] et [BK] en F et G respectivement; le segment [CL] coupe les segments [BK] et [DI] en H et E respectivement.
On désigne par a la longueur des côtés du carré ABCD.

1) Démontrer que le quadrilatère BKDI est un parallélogramme. Calculer en fonction de a la longueur de ses côtés.

2) On admet que le quadrilatère EFGH est un carré (on ne demande pas de le démontrer).

   a. Montrer que : $AJ = \frac{5}{2}FG$

   b. En déduire le rapport $\frac{FG}{AB}$, puis le rapport des aires des deux carrés.

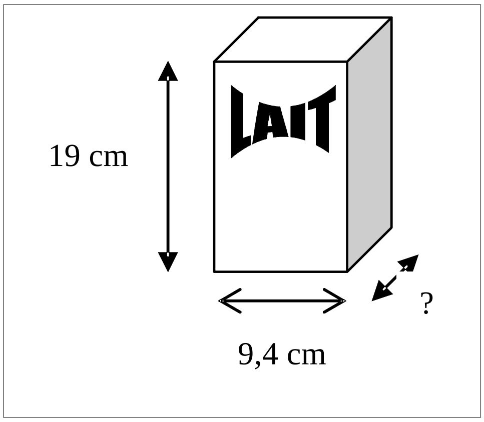
3) *a*. On appelle M le milieu du segment [FG]. Démontrer que les trois points E, M et B sont alignés.

   b. On veut construire un carré PQRS à l'intérieur du carré EFGH, par le même procédé qui a permis de construire le carré EFGH à l'intérieur du carré ABCD.
   Expliquer pourquoi cette construction peut être réalisée à l'aide uniquement d'une règle non graduée (sans compas ni équerre…).

   c. Calculer en fonction de a la longueur du côté du carré PQRS.

<u>EXERCICE 3</u> : (4 points)

On s'intéresse à la fabrication d'emballages ayant la forme d'un parallélépipède rectangle, appelés " bricks ".
On néglige l'épaisseur de la matière utilisée pour ces emballages.



1) Une des faces rectangulaires d'un " brick " de 1 litre de lait a pour dimensions 19 cm et 9,4 cm. Calculer la troisième dimension du brick et en donner une valeur approchée par excès au millimètre près.

2) *a*. La hauteur d'un " brick " à base carrée de 1 litre de jus d'orange mesure 20 cm. Calculer la longueur du côté du carré. En donner une valeur approchée par excès au millimètre près.
   b. On souhaite modifier la hauteur du brick précédent pour que, en conservant la même base, il contienne 20% de jus d'orange en plus. Déterminer la nouvelle hauteur.

3) On considère les " bricks " de volume 1 dm^3 dont les mesures en centimètre des arêtes sont des entiers supérieurs à 3.
   Déterminer toutes les possibilités. Justifier.

4) Dessiner deux patrons différents d'un même parallélépipède rectangle, dont les trois dimensions sont distinctes, en indiquant clairement par un codage les côtés de même longueur.

<u>Question complémentaire</u> (4 points)

Un enseignant de CM2 analyse les documents pédagogiques reproduits dans les annexes 3 et 4.

1) Dans l'annexe 3, préciser en quoi la situation proposée contribue à l'élaboration du langage géométrique à connaître à ce niveau.

2) Dans l'annexe 4, l'activité demande à l'élève de chercher d'autres patrons du cube.
   a. En utilisant l'annexe 5, indiquer les compétences visées par cette activité. Expliciter votre réponse.
   b. Pour faire cette activité, il est suggéré aux élèves de manipuler « six faces cartonnées ». L'annexe 5 précise que « le recours à des matériels variés permet d'insister sur des aspects différents d'un solide ». Indiquer l'intérêt pédagogique d'une construction d'un cube à partir de « tiges ».

ANNEXE 1

Les partages inéquitables.

PREMIÈRE PHASE : RÉSOLUTION DU PROBLÈME AVEC DU MATÉRIEL.
Les enfants sont répartis en groupes.

Matériel

- Pour chaque groupe, on donne un couvercle de boîte à chaussures contenant des objets (bâtonnets de glace) : 16, 19 et 27 selon les groupes.
- Des boîtes (pots de yaourt) : 4, 5 ou 7.

Consigne

« Il va falloir mettre les objets dans les boîtes. Il doit y avoir 3, 4 ou 5 objets par boîte. Pas moins de trois, pas plus de 5. Tous les objets doivent être utilisés. »

Les élèves travaillent en groupes avec pour tâche de remplir les boîtes. Chaque groupe est ensuite amené à présenter son résultat, c'est-à-dire ce qu'il a obtenu et comment il l'a obtenu. On vérifie ensuite l'exactitude de chaque répartition.

DEUXIÈME PHASE : RÉSOLUTION DU PROBLÈME SANS MATÉRIEL.

On applique toujours la consigne précédente.
Dans cette étape, les objets ainsi que les boîtes ne sont plus présents. Chaque enfant dispose d'une feuille de recherche. Le maître y indique dans les cadres réservés, le nombre de boîtes et le nombre de bâtonnets.
Les répartitions suivantes sont proposées :

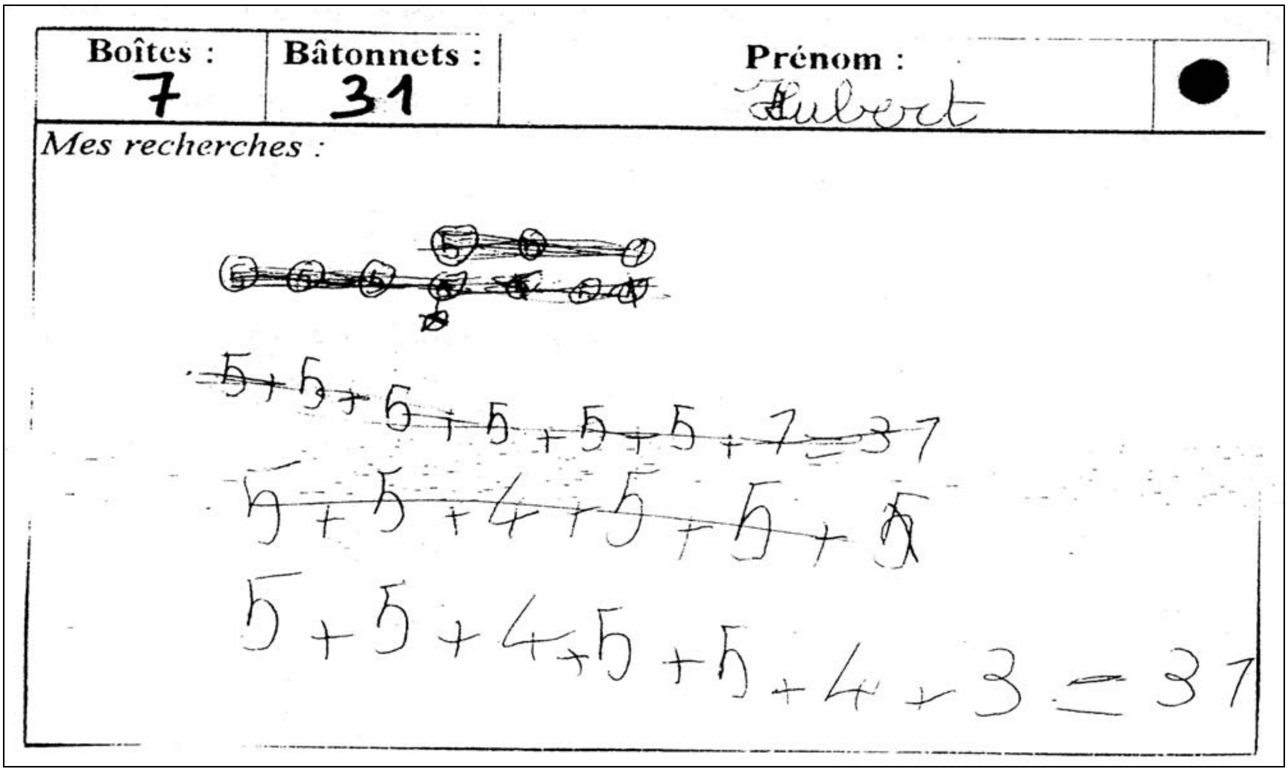
- 13 bâtonnets à répartir dans 4 boîtes ;
- 18 bâtonnets à répartir dans 4 boîtes ;
- 23 bâtonnets à répartir dans 6 boîtes ;
- 26 bâtonnets à répartir dans 6 boîtes ;
- 31 bâtonnets à répartir dans 7 boîtes.

Boîtes :	Bâtonnets :	Prénom :
Mes recherches :		

Feuille de recherche proposée aux élèves

Cette phase de recherche est suivie d'une mise en commun.

ANNEXE 2



Boîtes :	Bâtonnets :	Prénom :
7	31	Hubert

Mes recherches :

~~5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 7 = 37~~

~~5 + 5 + 4 + 5 + 5 + 5~~

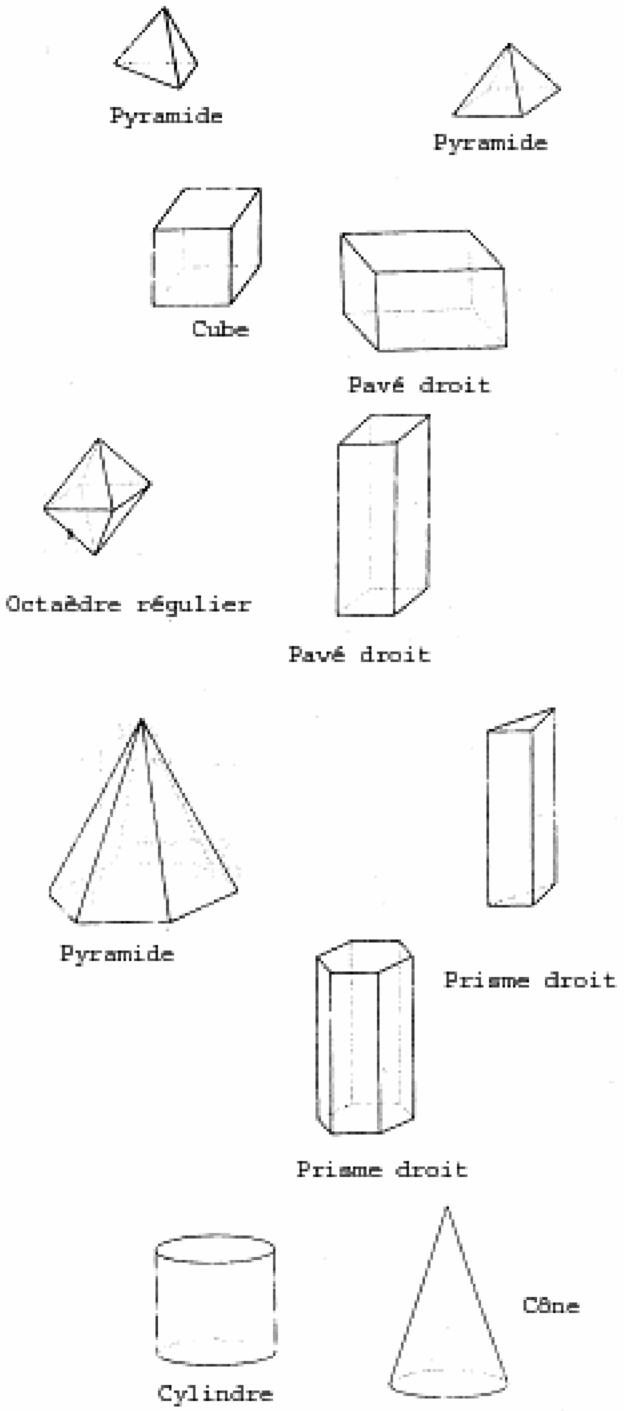
5 + 5 + 4 + 5 + 5 + 4 + 3 = 37

ANNEXE 3

D'après : Travaux Géométriques au cycle 3 (CRDP du Nord- Pas de Calais).

TRAVAUX GEOMETRIQUES AU CYCLE 3

SITUATION 3 **Le solide à retrouver**



Présentation de la situation

C'est un jeu de portrait. Les élèves posent des questions afin d'obtenir des renseignements qui doivent leur permettre de trouver un solide choisi parmi une collection de solides réels.

Compétence visée

Décrire un polyèdre.

Objectifs

Placer les élèves dans une situation où ils doivent :

- élaborer des questions relatives aux propriétés géométriques d'objets à trois dimensions et interpréter les réponses fournies pour retrouver un polyèdre choisi à l'avance.
- Elaborer un langage adapté au domaine des polyèdres.

Déroulement

Matériel :

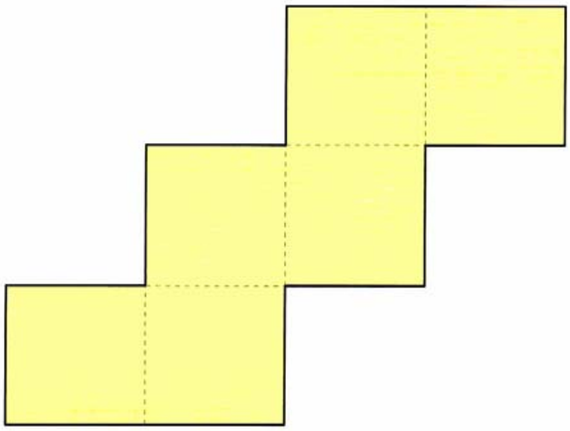
Un lot de solides.

Situation :

Les élèves sont répartis par groupes de quatre. L'enseignant a choisi un solide.
Il communique son choix à un groupe, le groupe R. Les autres groupes vont poser des questions à tour de rôle au groupe R afin de retrouver le solide choisi. Les questions ne peuvent porter que sur les formes des objets ou sur les éléments géométriques qui constituent ceux-ci (elles ne peuvent être relatives ni à une couleur, ni à la place qu'occupe l'objet choisi dans le lot).
Les réponses du groupe R sont fermées, elles ne peuvent être que « oui », « non » ou « on ne peut pas répondre ».

ANNEXE 4 :

d'après *Math +*, éditions Sed, CM2.



Cherche d'autres patrons de cube.

Découpe le patron en suivant les traits pleins et plie-le selon les traits pointillés.

Pour trouver d'autres patrons du cube, tu peux manipuler 6 faces cartonnées et faire des essais; puis les dessiner au fur et à mesure.

ANNEXE 5

Extrait des documents d'application des programmes pour le cycle 3.

Solides : cube, parallélépipède rectangle

Compétences	Commentaires
– Percevoir un solide, en donner le nom. **– Vérifier certaines propriétés relatives aux faces ou arêtes d'un solide à l'aide des instruments.**	Les compétences sont relatives à une liste limitée de solides, mais les activités qui permettent de construire ces compétences peuvent concerner d'autres solides (prisme, pyramide, sphère, cylindre, cône). L'identification se fait parmi d'autres solides ou parmi des représentations planes de solides (vues, patrons).
– Décrire un solide en vue de l'identifier dans un lot de solides ou de le faire reproduire sans équivoque.	Le travail sur la perspective cavalière relève du collège : seules des activités relatives à la lecture de telles représentations sont envisagées au cycle 3 (reconnaissance de certains solides ou mise en correspondance du solide réel avec une représentation en perspective).
– Construire un solide.	La construction est réalisée à partir d'éléments simples (faces rectangulaires ou triangulaires), en assemblant des solides simples ou en utilisant des patrons. Le recours à des matériels variés permet d'insister sur des aspects différents d'un solide (carton pour les faces, tiges pour les arêtes) et d'envisager, par exemple, la reproduction d'un solide construit à partir de ses arêtes (tiges) à l'aide de ses faces (carton).
– Reconnaître, construire ou compléter un patron de cube, de parallélépipède rectangle. **– Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : cube, parallélépipède rectangle ; sommet, arête, face.**	Pour les solides, les activités où s'établissent des relations entre espace et plan sont privilégiées. Par exemple, la description d'un solide conduit à prendre des empreintes des faces, à s'interroger sur la nature de ces faces ; la nécessité d'en construire un autre identique amène à l'élaboration d'un patron du solide, puis à son remontage. D'autres solides que le cube ou le parallélépipède rectangle peuvent donner lieu à la réalisation de patrons.