Secrétariat Général

Direction générale des ressources humaines

Sous-direction du recrutement

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

Concours du second degré – Rapport de jury

Session 2011

Troisième concours
CAPES Externe de MATHÉMATIQUES

Rapport de jury présenté par M. Xavier SORBE
Président de jury

Les rapports des jurys des concours sont établis sous la responsabilité des présidents de jury

Conseil aux futurs candidats

Il est recommandé aux futurs candidats de s'informer à l'avance sur les modalités du concours.

Les renseignements généraux (conditions d'accès, épreuves, carrière, etc.) sont donnés sur le site du ministère de l'éducation nationale (système d'information et d'aide aux concours du second degré) :

http://www.education.gouv.fr/pid63/siac2.html

Pour faciliter la recherche d'informations spécifiques, le jury du CAPES externe de Mathématiques met à disposition des candidats et des formateurs un site dédié au concours :

http://capes-math.org

L'épreuve écrite de la session 2011 s'est déroulée le 18 novembre 2010.

Les épreuves orales se sont tenues du 18 au 20 juin 2011,
dans les locaux du lycée Jean Lurçat, Paris 13e.
Que soient ici remerciés Madame le Proviseur et l'ensemble des personnels du lycée
pour la qualité de leur accueil et leur disponibilité.

Table des matières

1 PRÉSENTATION DU CONCOURS 2011

1.1 Composition du jury

AGUER Bernard, vice-président	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
ANDRIEUX Jean-Claude	professeur agrégé
BARKA Odile	maître de conférences
CHAREYRE Bernard	professeur agrégé
DEAT Joëlle	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
ERNOULT Monique	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
GOSSE Michel	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
HANS Jean-Luc	professeur de chaire supérieure
LAPOLE Isabelle	professeur agrégé
LAPOLE René	professeur agrégé
MEGARD Marie, vice-présidente	inspecteur général de l'éducation nationale
MICHALAK Pierre	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
PUYOU Jacques	professeur agrégé
RODOZ-PLAGNE Sophie	professeur agrégé
ROUDNEFF Evelyne	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
SINTUREL Emile	professeur agrégé
SORBE Xavier, président du jury	inspecteur général de l'éducation nationale

1.2 Définition des épreuves

Arrêté du 28 décembre 2009 fixant les sections et les modalités d'organisation des concours du certificat d'aptitude au professorat du second degré (MENH0931286A)

Section mathématiques

A. — Épreuve d'admissibilité

Première épreuve écrite d'admissibilité du concours externe du CAPES de mathématiques (coefficient 3).

Durée : cinq heures, coefficient 3.
Le sujet est constitué d'un ou de plusieurs problèmes.
Le programme de ces épreuves est constitué des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des classes post-baccalauréat du lycée (STS et CPGE).
L'usage de calculatrices scientifiques est autorisé selon la réglementation en vigueur.

B. — Épreuve d'admission

Seconde épreuve orale d'admission du concours externe du CAPES de mathématiques (coefficient 3).

Epreuve sur dossier comportant deux parties : 14 points sont attribués à la première partie et 6 points à la seconde.
Durée de la préparation : deux heures et demie ; durée totale de l'épreuve : une heure ; coefficient 3.
Première partie : épreuve d'exercices ; durée : quarante minutes.
L'épreuve permet au candidat de montrer :

- sa culture mathématique et professionnelle ;
- sa connaissance des contenus d'enseignement et des programmes ;
- sa réflexion sur l'histoire et les finalités des mathématiques et leurs relations avec les autres disciplines.

L'épreuve s'appuie sur un dossier fourni par le jury, portant sur un thème des programmes de mathématiques du collège, du lycée ou des sections de techniciens supérieurs. Ce thème est illustré par l'énoncé d'un exercice, pouvant être complété par des extraits de manuels, des productions d'élèves ou des passages des programmes officiels. Le dossier comprend des questions permettant d'apprécier la réflexion pédagogique du candidat. Ces questions portent sur l'énoncé de l'exercice et sa résolution ou d'autres aspects pédagogiques liés au contenu du dossier.
Pendant vingt minutes, le candidat expose ses réponses aux questions posées dans le dossier et propose, en motivant ses choix, plusieurs exercices s'inscrivant dans le thème du dossier.
Cette première partie se termine par un entretien avec le jury, portant sur l'exposé du candidat, en particulier sur les exercices qu'il a proposés, aussi bien en ce qui concerne leur résolution que les stratégies mises en œuvre.
Pendant le temps de préparation et lors de l'interrogation, le candidat bénéficie du matériel informatique mis à sa disposition. Il a également accès aux ouvrages de la bibliothèque du concours et peut, dans les conditions définies par le jury, utiliser des ouvrages personnels.
Le programme de cette première partie d'épreuve est constitué des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des sections de techniciens supérieurs.
Seconde partie : interrogation portant sur la compétence Agir en fonctionnaire de l'Etat et de façon éthique et responsable . (Présentation dix minutes, entretien avec le jury : dix minutes.)
Le candidat répond pendant dix minutes à une question, à partir d'un document inclus dans le dossier qui lui a été remis au début de l'épreuve, question pour laquelle il a préparé les éléments de réponse durant le temps de préparation de l'épreuve. La question et le document portent sur les thématiques regroupées autour des connaissances, des capacités et des attitudes définies, pour la compétence désignée ci-dessus, dans le point 3 « les compétences professionnelles des maîtres » de l'annexe de l'arrêté du 19 décembre 2006.
L'exposé se poursuit par un entretien avec le jury pendant dix minutes.

L'épreuve d'admission doit en outre permettre au candidat de démontrer qu'il a réfléchi à l'apport que son expérience professionnelle constitue pour l'exercice de son futur métier et dans ses relations avec l'institution scolaire, en intégrant et en valorisant les acquis de son expérience et de ses connaissances professionnelles dans ses réponses aux questions du jury.

1.3 Programme

Bulletin officiel spécial n°7 du 8 juillet 2010

Épreuves écrites
Le programme est constitué de la réunion des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des classes post-baccalauréat du lycée (STS et CPGE) en vigueur au titre de l'année scolaire 2010-2011 et de ceux en vigueur au titre de l'année scolaire 2009-2010.

Épreuves orales
Le programme est constitué de la réunion des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des sections de techniciens supérieurs en vigueur au titre de l'année scolaire 2010-2011 et de ceux en vigueur au titre de l'année scolaire 2009-2010.

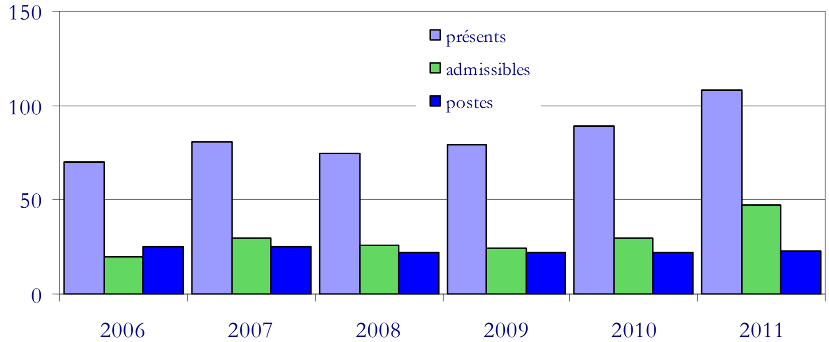
2. QUELQUES STATISTIQUES

2.1 Historique

La session 2011 des concours externes de recrutement d'enseignants a été marquée par la mise en œuvre des décrets du 28 juillet 2009 modifiant les conditions d'inscription.
Pour se présenter au CAPES, il faut désormais être titulaire d'un master ou d'un diplôme équivalent, ou bien être inscrit en dernière année d'études en vue de l'obtention d'un tel diplôme (décret 2009-915 du 28 juillet 2009, MENH0910221D, arrêté du 31 décembre 2009, MENH0931169A) : ces nouvelles dispositions ont provoqué pour cette session une baisse mécanique du nombre d'inscrits.

Avec moins de la moitié de l'effectif de l'année précédente, le CAPES externe de Mathématiques a atteint un ratio candidats / postes particulièrement faible (1,4).
Compte tenu de cette situation inédite et des besoins des académies en enseignants titulaires, le concours 2011 a été exceptionnellement ouvert, puisque 45% des candidats présents à l'écrit ont été admis.

Troisième concours CAPES	postes	présents à l'écrit	admissibles	admis
2006	25	70	20	9
2007	25	81	30	11
2008	22	75	26	11
2009	22	79	24	9
2010	22	89	30	11
2011	**23**	**108**	**47**	**21**



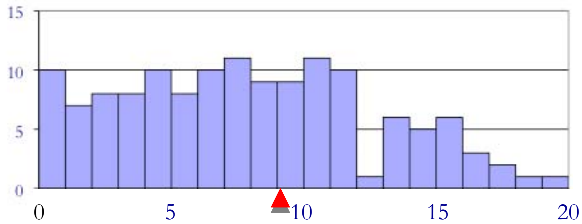
Troisième concours CAFEP	postes	présents à l'écrit	admissibles	admis
2006	5	13	5	1
2007	5	17	3	1
2008	5	18	6	2
2009	3	33	8	3
2010	10	29	7	3
2011	**2**	**28**	**8**	**2**

2.2 Répartition des notes

Les données suivantes concernent les troisièmes concours CAPES et CAFEP confondus.
Sauf mention contraire, les notes indiquées sont sur 20.

2.2.1 Épreuve d'admissibilité

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
7,89	4,77	4,08	7,64	11,19

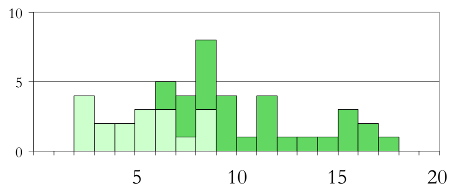


La barre d'admissibilité (ci-dessus en rouge) a été fixée à 27,36 sur 60, soit 9,12 sur 20.

2.2.2 Épreuve d'admission

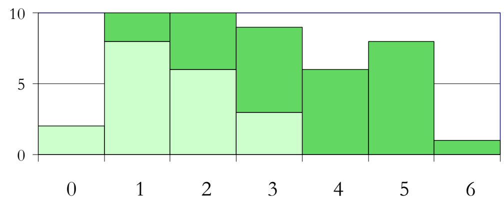
Dossier / Exercice

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
8,48	4,07	6,00	8	11



Dossier / Agir en fonctionnaire (notes sur 6)

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
2,76	1,58	1	3	4

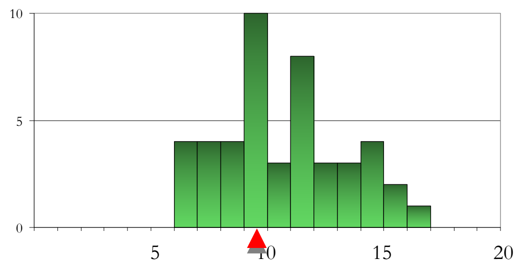


admis non admis

La note sur 20 de l'épreuve sur dossier est constituée de la partie « Exercice » sur 14 (représentée ici sur 20) et de la partie « Agir en fonctionnaire » sur 6.

Moyenne générale (écrit et oral)

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
10,65	2,65	8,96	10,31	12,11



La barre d'admission du troisième concours CAPES (ci-dessus en rouge) a été fixée a 57,87 sur 120, soit 9,65 sur 20. Pour la première fois depuis sa création, presque tous les postes ont été pourvus (21 sur 23).

Les deux postes du troisième concours CAFEP ont été pourvus (barre à 85,35 sur 120, soit 14,23 sur 20).

3. ANALYSES ET COMMENTAIRES

Les nouvelles épreuves définies par l'arrêté du 28 décembre 2009 renforcent la prise en compte de la dimension professionnelle dans le recrutement des enseignants.

La possibilité de proposer plusieurs problèmes dans l'épreuve écrite permet de diversifier les objectifs des sujets.
La nouvelle conception de l'épreuve orale rapproche le candidat de la situation d'enseignement, en plaçant l'élève au cœur des préoccupations, en donnant la possibilité d'accéder à différentes ressources et en élargissant la réflexion au fonctionnement du système éducatif.

3.1 Épreuve écrite

Le sujet était composée de trois problèmes : un de géométrie élémentaire et deux d'analyse.

La résolution du premier problème reposait exclusivement sur des connaissances du collège et du lycée. Cette partie de l'épreuve a mis en difficulté un nombre non négligeable de candidats, dont certains ne dominent pas le vocabulaire de base de la géométrie plane. Une très grande majorité se contente par ailleurs de fournir une recette de construction sans s'assurer qu'elle répond au problème posé.

Le deuxième problème, très proche du cours, était consacré à la démonstration et à une application du théorème des valeurs intermédiaires ainsi qu'à la démonstration du théorème de Darboux sur les fonctions dérivées. On a décelé dans cette partie de l'épreuve des lacunes importantes dans la mise en œuvre des concepts de base de l'analyse :

- confusion entre hypothèse et conclusion ;
- maîtrise insuffisante des définitions de la limite d'une suite et de la continuité ;
- difficulté à écrire la négation d'une proposition et à organiser un raisonnement cohérent avec des quantificateurs ;
- conservation des inégalités strictes par passage à la limite.

Le troisième problème était consacré à l'étude de quelques propriétés des polynômes de Laguerre. Seule la partie I a été abordée de façon significative.
De nombreux candidats se montrent à l'aise dans les parties calculatoires. On déplore en revanche un manque de précision dans les notations utilisées.

Un effort important est à faire dans la rigueur des raisonnements, notamment dans l'utilisation des quantificateurs, des implications et des équivalences.
De trop nombreuses copies sont mal rédigées, entachées d'incorrections syntaxiques et orthographiques.
On attend d'un futur professeur qu'il maîtrise parfaitement les connaissances au programme de l'enseignement secondaire et qu'il soit capable d'exposer de façon claire des raisonnements rigoureux.

3.2 Épreuve orale

3.2.1 Exercice

La partie *Exercice* de l'épreuve sur dossier s'inscrit pleinement dans une approche professionnelle, étant entendu que l'acte d'enseignement est à destination d'élèves :

- l'explicitation des connaissances et compétences mises en jeu dans l'exercice proposé nécessite de prendre du recul par rapport à la simple résolution de celui-ci, qui est par ailleurs systématiquement demandée, parfois selon plusieurs méthodes ;
- l'analyse de productions d'élèves, d'extraits des programmes officiels ou des spécificités d'un énoncé amène à porter un regard pédagogique conforme aux exigences du métier d'enseignant ;
- le choix d'exercices portant sur un thème donné contraint à s'interroger sur les critères retenus en fonction des objectifs visés.

On a constaté une certaine difficulté à s'inscrire dans la durée prévue pour répondre aux questions posées (vingt minutes).
Outre un entraînement en temps limité, l'utilisation à bon escient du vidéoprojecteur peut favoriser une présentation dynamique et efficace. De plus, il importe de ne pas s'empêtrer dans les questions portant sur les compétences développées chez les élèves. Celles-ci sont trop souvent considérées comme une sorte de rituel donnant lieu à des réponses vagues et inutilement longues, laissant penser que le candidat cherche à gagner du temps en alignant des généralités convenues.
La lecture des objectifs généraux des programmes officiels ou des documents relatifs au socle commun permet de mieux cerner ce qu'il convient d'entendre par « compétence ».

L'étude de productions d'élèves est un aspect essentiel des nouvelles épreuves. Faisant appel à une certaine clairvoyance et à des qualités de bon sens, elle a été réussie par les candidats ayant su non seulement déceler les erreurs et émettre des hypothèses sur leurs causes, mais ayant également repéré les aspects positifs de la démarche. Dans son futur métier, le candidat sera en effet amené à repérer et corriger les erreurs mais aussi à valoriser les connaissances et compétences mises en œuvre par les élèves.

Soulignons ici que la notion de conjecture, désormais très présente dans l'enseignement secondaire, mérite une meilleure diffusion, tout comme l'intérêt d'utiliser dans cet perspective certains logiciels.

La correction de l'exercice du jury a pu mettre en difficulté quelques candidats. Certains n'ont pas su s'écarter des pistes données dans le dossier par la solution d'un élève.
La demande de correction d'une question « comme vous l'exposeriez devant une classe » a trop rarement été comprise comme devant donner lieu à un effort particulier de clarté, d'explication et d'anticipation sur des erreurs éventuelles, tel qu'on l'attendrait en présence d'élèves. Pour satisfaire les attentes du jury sur ce point, le candidat a tout intérêt à jouer le jeu en manifestant ses qualités d'exposition, plutôt que de recopier ses notes en murmurant face au tableau comme le font certains.

La proposition des exercices par le candidat obéit à plusieurs règles.
En nombre suffisant et de nature variée (distincts de celui du jury !), ils doivent présenter un intérêt mathématique allant au-delà d'applications triviales et s'inscrire dans le thème indiqué (ainsi, présenter des exercices dont la résolution fait appel au calcul intégral ne consiste pas à proposer des calculs d'intégrales).
Leur présentation au jury ne revient pas à copier des énoncés au tableau. On attend du candidat qu'il en précise l'objet de façon vivante, motive ses choix en explicitant les objectifs visés, les compétences développées et envisage d'éventuels aménagements des énoncés.
Enfin, il va sans dire que le candidat doit impérativement se montrer capable de résoudre sans difficulté les exercices qu'il a choisis, faute de quoi son choix se trouve largement discrédité.
Pour réussir cette étape importante, il est nécessaire d'assurer un travail de préparation en amont des épreuves orales. Il ne serait pas sérieux de prétendre faire un choix éclairé réunissant les qualités précédemment citées en se contentant d'adopter au hasard des exercices découverts dans des manuels quelques minutes avant l'interrogation.

3.2.2 Agir en fonctionnaire de l'État

Chaque sujet de la partie *Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable* repose sur une étude de cas, présentée brièvement et complétée par un ou plusieurs documents (extraits de textes officiels, analyses statistiques, articles divers, etc.). Les thèmes abordés lors de cette session du troisième concours concernaient le fonctionnement des établissements (projet d'établissement, professeur principal) ou des questions d'enseignement (maîtrise de la langue, évaluation, socle commun).

Cette partie de l'épreuve sur dossier permet d'apprécier si le candidat a conscience des obligations du fonctionnaire et s'est approprié les principales valeurs du service public. Elle lui donne l'occasion d'exprimer sa conception du travail en équipe ou des relations hiérarchiques et de faire part de sa vision d'ensemble des missions du professeur.
Si l'on ne peut exiger qu'ils maîtrisent dans les détails le fonctionnement de l'institution scolaire, il est attendu de futurs enseignants une certaine connaissance de l'organisation des établissements, ainsi qu'une forme de culture autour des grands enjeux et débats sur le système éducatif.

Le jury a apprécié que des candidats aient visiblement consacré du temps pour se préparer à cette partie de l'épreuve. Certains d'entre eux ont su valoriser les acquis issus de leur expérience professionnelle, ce qui est parfaitement dans l'esprit du troisième concours.
La plupart conçoivent assez spontanément que la mission d'un enseignant comprend un rôle d'éducateur.
D'autres au contraire, restent exclusivement centrés sur la discipline, ne s'intéressent pas aux élèves, n'ont aucune conscience de l'évolution des missions au-delà de l'acte d'enseignement, ni aucune idée de l'organisation du système éducatif ou des réformes en cours, ce qui est bien entendu sanctionné par le jury.
Les examinateurs ont aussi dénoncé le travers consistant à évacuer les problèmes vers les autres acteurs (chef d'établissement, CPE, infirmière, etc.).

Comme pour les autres épreuves, un exposé structuré est souhaité. Celui-ci atteste d'un certain niveau d'information. Paraphraser les documents fournis ou bien réciter un catalogue de sigles ou d'instances sans rapport avec le sujet ne présente aucun intérêt.
L'argumentation doit se fonder sur des références objectives et non sur ses propres émotions.
Au-delà de la compétence *Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable* les candidats sont vivement encouragés à s'approprier les dix compétences professionnelles des maîtres publiées au bulletin officiel n°29 du 22 juillet 2010.

Notons que cette partie de l'épreuve sur dossier a eu un réel impact sur les résultats.
Tous les candidats ayant obtenu une note supérieure ou égale à 4 sur 6 ont été reçus.

Grâce à l'expérience de cette première session, les centres de préparation vont pouvoir se concentrer sur des objectifs clairement identifiés, directement en rapport avec les attentes du concours.

4. ÉNONCÉS

4.1 Énoncé de l'épreuve écrite

ministère Éducation nationale

EBE MAT 1
Repère à reporter sur la copie

SESSION 2011

CAPES
CONCOURS EXTERNE
TROISIEME CONCOURS
ET CAFEP CORRESPONDANTS

Section : MATHÉMATIQUES
Section : LANGUES RÉGIONALES : BRETON

ÉCRIT 1

PREMIÈRE COMPOSITION

Durée : 5 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : *Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.*

Tournez la page S.V.P.

Problème 1 : construction de triangles

Dans un plan affine euclidien orienté, on considère deux points distincts B et C et un point M n'appartenant pas à la droite (BC).

Pour chacune des assertions suivantes, déterminer s'il existe un point A qui la vérifie.

On précisera pour chaque cas le nombre de solutions et on prendra soin de fournir toutes les explications et justifications utiles.

1. M est le centre de gravité du triangle ABC.
2. M est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.
3. M est l'orthocentre du triangle ABC.
4. M est le centre du cercle inscrit au triangle ABC.

Problème 2 : autour du théorème des valeurs intermédiaires

> *Darboux*[1] *systématisera dans son mémoire de 1875 la démarche amorcée dans sa correspondance où il expose au coup par coup [...] les propriétés implicites de la pratique commune de la notion de fonction continue.*
> *Il cherche à dégrossir le concept de fonction continue et à le dépouiller de tout ce qui n'est pas strictement induit par sa définition, et que l'« usage », l'activité mathématique passée lui avait donc conféré. Cauchy*[2] *avait cassé le cadre fonction continue/fonction analytique. Darboux cherche à casser les assimilations suivantes : fonction continue/fonction monotone, fonction continue entre a et b/ fonction qui passe par toutes les valeurs intermédiaires entre $f(a)$ et $f(b)$, fonction continue/fonction dérivable.*
> *En réduisant à sa juste mesure la classe des fonctions continues, Darboux donne une réalité, une épaisseur aux classes des fonctions qui ne le sont pas. Il libère le concept de fonction du carcan de la continuité.*[3]

On se propose dans ce qui suit de mettre en lumière quelques points évoqués par le texte précédent.

Partie I : préliminaires

On pourra utiliser les résultats suivants :

- ◇ toute partie non vide majorée de $\mathbb{R}$ admet une borne supérieure ;
- ◇ soient a et b des réels tels que $a < b$; toute application continue $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ est bornée et atteint ses bornes ;
- ◇ toute suite croissante et majorée est convergente, toute suite décroissante et minorée est convergente ;
- ◇ si deux suites réelles $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ convergent alors $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n+v_n) = \lim\limits_{n\to+\infty} u_n + \lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ et si pour tout entier n on a $u_n \leqslant v_n$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n \leqslant \lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

1. Gaston Darboux (1842-1917)
2. Augustin-Louis Cauchy (1789-1857)
3. Principes de l'analyse chez Darboux et Houël : textes et contextes (Hélène Gispert in Revue d'histoire des sciences, 1990, Tome 43, n° 2-3. pp 181-220)

Les résultats suivants sont à démontrer ; ils ne doivent pas être considérés ici comme des propriétés connues.

1. Démontrer que si $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite décroissante de limite ℓ alors, pour tout entier n, on a $w_n \geqslant \ell$ (*on raisonnera par l'absurde*).
2. **Théorème des suites adjacentes**

   On considère deux suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ adjacentes, c'est à dire telles que :

$$\begin{cases} (u_n)_{n\in\mathbb{N}} \text{ est une suite croissante} \\ (v_n)_{n\in\mathbb{N}} \text{ est une suite décroissante} \\ \text{la suite } (v_n - u_n)_{n\in\mathbb{N}} \text{ converge vers } 0 \end{cases}$$

   2.1. Montrer que la suite $(v_n - u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante.

   2.2. En déduire que, pour tout entier n, on a : $v_n - u_n \geqslant 0$.

   2.3. Montrer que les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ convergent.

   2.4. Montrer que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} v_n$
3. **Suite et application continue**

   Soit X une partie non vide de $\mathbb{R}$ et soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite d'éléments de X qui converge vers un réel ℓ. Soit f une application, définie sur X, à valeurs dans $\mathbb{R}$, définie et continue en ℓ.
   Montrer que la suite $\big((f(u_n)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $f(\ell)$.

Partie II : propriété des valeurs intermédiaires

Soit f une fonction à valeurs dans $\mathbb{R}$ définie sur un intervalle I d'intérieur non vide. On dit que f possède la propriété des valeurs intermédiaires si pour tout $(a,b) \in I^2$ tel que $a < b$ et pour tout réel λ compris entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe $c \in [a,b]$ tel que $f(c) = \lambda$.
Cette propriété sera notée $\mathcal{P}$ dans la suite.

1. **Démonstration du théorème des valeurs intermédiaires**

   On se propose dans ce qui suit de démontrer le théorème suivant (théorème des valeurs intermédiaires) :

   si f est une application continue de I dans $\mathbb{R}$ alors f possède la propriété $\mathcal{P}$.

   Soit $(a,b) \in I^2$ tel que $a < b$. La conclusion étant immédiate si $f(a) = f(b)$, on peut toujours supposer (quitte à remplacer f par $-f$) que $f(a) < f(b)$; dans la suite on supposera cette hypothèse vérifiée.

   On considère les suites $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies par $a_0 = a$, $b_0 = b$ et pour tout entier n :

$$\text{si } f\left(\frac{a_n + b_n}{2}\right) < \lambda \quad \text{alors} \quad \begin{cases} a_{n+1} = \dfrac{a_n + b_n}{2} \\ b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$$\text{si } f\left(\frac{a_n + b_n}{2}\right) \geqslant \lambda \quad \text{alors} \quad \begin{cases} a_{n+1} = a_n \\ b_{n+1} = \dfrac{a_n + b_n}{2} \end{cases}$$

   1.1. Justifier que, pour tout entier n, $a_n \in [a,b]$ et $b_n \in [a,b]$

   1.2. Montrer que, pour tout entier n :

$$b_{n+1} - a_{n+1} = \frac{b_n - a_n}{2}$$

   1.3. Montrer que les suites $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sont adjacentes.

   1.4. Conclure.

2. **Application 1 : un théorème du point fixe**

   Soient a et b deux réels tels que $a < b$ et soit f une fonction continue sur l'intervalle $[a, b]$ à valeurs dans l'intervalle $[a, b]$. Montrer qu'il existe $c \in [a, b]$ tel que $f(c) = c$.

3. **Application 2 : première formule de la moyenne**

   Soient a et b deux réels tels que $a < b$ et soient f et g deux fonctions continues sur l'intervalle $[a, b]$. Montrer que si g est positive sur $[a, b]$ alors il existe $c \in [a, b]$ tel que :

$$\int_a^b f(x)g(x)\,\mathrm{d}x = f(c)\int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$$

4. **Application 3**

   Soit f une fonction continue sur $[0, 1]$ telle que $f(0) = f(1)$.

   4.1. Montrer que, pour tout entier n non nul, il existe $c_n \in \left[0, 1 - \frac{1}{n}\right]$ tel que :

$$f(c_n) = f\left(c_n + \frac{1}{n}\right)$$

   indication : on pourra considérer la fonction f_n définie sur $\left[0, 1 - \frac{1}{n}\right]$ par

$$f_n(x) = f\left(x + \frac{1}{n}\right) - f(x)$$

   et écrire $f(1) - f(0)$ en fonction de f_n.

   4.2. Montrer que si on remplace $\frac{1}{n}$ par un réel $\alpha \in]0, 1[$ tel que $\frac{1}{\alpha} \notin \mathbb{N}$ le résultat précédent n'est plus vrai. On pourra considérer la fonction f définie sur $[0, 1]$ par :

$$f(x) = \cos\left(\frac{2\pi x}{\alpha}\right) - x\left[\cos\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right) - 1\right]$$

Partie III : réciproque du théorème des valeurs intermédiaires

> *Bien avant Darboux, [. . .] Bolzano*[4] *avait critiqué comme incorrect l'acceptation du concept de continuité d'une fonction dans le sens où la propriété des valeurs intermédiaires est vérifiée par la fonction. Mais Lebesgue*[5] *note dans ses leçons sur l'intégration qu'« on avait pris en France l'habitude de définir une fonction continue celle qui ne peut passer d'une valeur à l'autre sans passer par toutes les valeurs intermédiaires, et l'on considérait cette définition comme équivalente à celle de Cauchy. Darboux, qui construisait dans son « Mémoire » des fonctions dérivées non continues au sens de Cauchy, a pu montrer que les deux définitions de la continuité étaient forts différentes ».*[6]

1. **Un exemple**

   On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = \sin\left(\dfrac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$$

   Montrer que la fonction f vérifie la proposition $\mathcal{P}$ mais n'est pas continue en 0.

4. Bernard Bolzano (1781-1848)
5. Henri Lebesgue (1875-1941)
6. Gispert, op. cit., p2

2. **Une classe de fonctions qui vérifient $\mathcal{P}$: un théorème de Darboux**

   Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I d'intérieur non vide et soit $(a,b) \in I^2$ $(a < b)$. On se propose de montrer que f' vérifie $\mathcal{P}$.

   On suppose $f'(a) < f'(b)$ et on considère $\lambda \in]f'(a), f'(b)[$. On considère la fonction g définie sur I par $g(x) = f(x) - \lambda x$.

   2.1. Justifier qu'il existe $c \in [a,b]$ tel que $g(c) = \inf\limits_{x \in [a,b]} g(x)$.

   2.2. Montrer que $c \neq a$ et $c \neq b$.

   2.3. Conclure.

   2.4. En déduire un exemple d'une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et qui ne possède pas de primitive sur $\mathbb{R}$.

3. **Une condition pour qu'une fonction qui vérifie $\mathcal{P}$ soit continue.**

   Soit f une fonction définie sur un intervalle I d'intérieur non vide et telle que :

   - f vérifie $\mathcal{P}$
   - pour tout $x \in I$, $f^{-1}(\{f(x)\})$ est fermé dans I.

   Montrer que f est continue sur I.

Problème 3 : quelques propriétés des polynômes de Laguerre[7]

On pose pour tout entier naturel n et pour tout réel x :

$$h_n(x) = x^n e^{-x} \qquad \text{et} \qquad L_n(x) = \frac{e^x}{n!} h_n^{(n)}(x)$$

Partie I : étude de la famille (L_n)

1. Justifier les écritures précédentes, c'est-à-dire que L_n est bien définie pour tout entier n.
2. Calculer L_0, L_1 et L_2 explicitement.
3. En précisant le logiciel de calcul formel ou le modèle de calculatrice utilisé, écrire une procédure permettant d'afficher L_n pour une valeur de n donnée.
4. Montrer que pour tout entier n, L_n est une fonction polynomiale et déterminer son degré.

   Dans toute la suite, on identifiera la fonction polynomiale L_n et le polynôme associé.
5. Soit $n \in \mathbb{N}$.

   5.1. Calculer $h_n^{(n)}$ et $h_n^{(n+1)}$ en fonction de L_n et L_n'.

   5.2. Donner une relation simple entre h_{n+1} et h_n.

   5.3. En déduire que : $L_{n+1} = \dfrac{X}{n+1} L_n' + \left(1 - \dfrac{X}{n+1}\right) L_n$.
6. En remarquant que $\left(h_{n+1}'\right)^{(n+1)} = \left(\left(h_{n+1}\right)^{(n+1)}\right)'$, montrer la relation :
$$L_{n+1}' = L_n' - L_n\,.$$
7. En utilisant les différents résultats obtenus, montrer que :
$$\forall n \in \mathbb{N}\,,\; XL_n'' + (1-X)L_n' + nL_n = 0$$
   et que :
$$\forall n \geq 1\,,\; (n+1)L_{n+1} + (X - 2n - 1)L_n + nL_{n-1} = 0\,.$$

7. Edmond Laguerre (1834-1886)

Partie II : application à un calcul de somme de coefficients binomiaux

1. En utilisant la formule de Leibniz, déterminer pour $n \in \mathbb{N}$, les coefficients du polynôme L_n.
2. 2.1. Soient n un entier naturel et f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = x^{n+2} \sin\left(\dfrac{1}{x^{n+1}}\right) & \text{si } x \neq 0 \end{cases} .$$

Démontrer que f admet un développement limité à l'ordre $n+1$ en 0 mais que f' n'admet pas de développement limité à l'ordre 0 en 0.

2.2. Soient f une fonction admettant un développement limité à l'ordre n en 0 et k un entier naturel tel que $k \leqslant n$. Donner une condition suffisante pour que $f^{(n-k)}$ admette un développement limité à l'ordre k en 0

3. On fixe $n \in \mathbb{N}$ et on considère $N \in \mathbb{N}$ tel que $N \geq n$.

3.1. Déterminer le développement limité à l'ordre $n+N$ en 0 de h_n.

3.2. En déduire le développement limité à l'ordre N en 0 de $h_n^{(n)}$.

3.3. Montrer alors que l'on a au voisinage de 0 :

$$L_n(x) = \sum_{p=0}^{N} c_p x^p + o(x^N) \text{ où } \forall p \in [\![0, N]\!] \text{ , } c_p = \frac{1}{p!} \sum_{k=0}^{p} (-1)^k \binom{n+k}{k} \binom{p}{k} .$$

3.4. En déduire que pour tout entier $p \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=0}^{p} (-1)^k \binom{n+k}{k} \binom{p}{k} = \begin{cases} (-1)^p \dbinom{n}{p} & \text{si } 0 \leq p \leq n \\ 0 & \text{si } p > n \end{cases} .$$

Partie III : étude des polynômes de Laguerre comme base orthonormée

Pour tous P et Q appartenant à $\mathbb{R}[X]$, on pose :

$$\varphi(P, Q) = (P|Q) = \int_0^{+\infty} P(x)Q(x)e^{-x} \, \mathrm{d}x$$

1. Montrer que φ est bien définie.
2. Montrer que φ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}[X]$.
3. Calculer pour $n \in \mathbb{N}$, $\varphi(L_0, X^n)$.
4. 4.1. Montrer que : $\forall k \in [\![0, n]\!]$, $\exists Q_k \in \mathbb{R}[X]$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $h_n^{(k)}(x) = x^{n-k} e^{-x} Q_k(x)$.

4.2. Établir que :

$$\forall n \in \mathbb{N} \text{ , } \forall P \in \mathbb{R}[X] \text{ , } \forall p \in [\![0, n]\!] \text{ , } \varphi(L_n, P) = \frac{(-1)^p}{n!} \int_0^{+\infty} h_n^{(n-p)}(x) P^{(p)}(x) \, \mathrm{d}x \, .$$

5. En déduire que $(L_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une famille orthonormée de $(\mathbb{R}[X], \varphi)$.

4.2 Énoncés de l'épreuve orale

4.2.1 Exercice

Thème : nombres complexes

L'exercice

1) **Restitution organisée de connaissances**

Dans le plan orienté muni d'un repère orthonormal direct, on considère un point Ω d'affixe ω et un réel θ. Démontrer que l'affixe z' du point M' image d'un point M d'affixe z par la rotation de centre Ω et d'angle θ est définie par :

$$z' - \omega = e^{i\theta}\left(z - \omega\right)$$

2) On considère un triangle ABC direct sur lequel on construit extérieurement trois triangles équilatéraux BCA', ACB' et ABC' et on note P, Q et R les centres de gravité respectifs des triangles BCA', ACB' et ABC'.

Soient a, b, c, a', b', c', p, q et r les affixes respectives des points A, B, C, A', B', C', P, Q et R.

2.1) Exprimer a', b' et c' en fonction de a, b et c.

2.2) Montrer que les triangles ABC, $A'B'C'$ et PQR ont le même centre de gravité.

Une réponse d'élève à la question 1)

M' est l'image de M par la rotation de centre Ω et d'angle θ si $\Omega M' = \Omega M$ et $\left(\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega M'}\right) = \theta$.

Donc $|z' - \omega| = |z - \omega|$ et $\arg\left(\dfrac{z' - \omega}{z - \omega}\right) = \theta$. On en déduit que $\dfrac{z' - \omega}{z - \omega} = e^{i\theta}$ donc $z' - \omega = e^{i\theta}\left(z - \omega\right)$.

Le travail à exposer devant le jury

1- Quelles sont les connaissances et les compétences mises en jeu dans dans l'exercice ?

2- Analyser la réponse proposée par l'élève.

3- Donner une correction de la question 2.2) pour les triangles ABC et $A'B'C'$ comme vous la présenteriez devant une classe de Terminale.

4- Présenter deux ou trois exercices de géométrie plane pour lesquels l'utilisation de nombres complexes est pertinente.

Thème : résolution d'équations

L'exercice

Existe-t-il un nombre réel dont le carré est égal à ce nombre diminué de 1 ?

Deux réponses d'élèves

Élève 1

> *C'est impossible car le carré d'un nombre est toujours plus grand que le nombre, donc il ne peut pas être égal au nombre diminué de 1.*

Élève 2

> *Soit x le nombre cherché. On a :*
>
> $$x^2 = x - 1$$
> $$x^2 - x = -1$$
> $$x(x-1) = -1$$
>
> *Donc $x = -1$ ou $x - 1 = -1$ d'où $x = -1$ ou $x = 0$.*

Le travail à exposer devant le jury

1- Quelles sont les connaissances et les compétences mises en jeu dans l'exercice ?

2- Analyser les réponses proposées par les élèves.

3- Présenter diverses méthodes qui, au niveau de la classe de seconde, permettent de résoudre le problème et détailler l'une d'elles.

4- Donner deux ou trois exercices sur le thème « résolution d'équations ».

Thème : calculs d'aires

L'exercice

On se propose de partager un carré $ABCD$ de côté 1 en trois parties de même aire.

1) Soient un point M appartenant au segment $[AB]$ et N son symétrique par rapport à (BD). On considère les triangles ADM, DCN et le quadrilatère $MBND$. Cette méthode permet-elle de répondre au problème posé ?
2) On considère une parabole (P) qui contient les points A et C et la parabole symétrique de (P) par rapport à la droite (AC). Cette méthode permet-elle de répondre au problème posé ?

La réponse orale d'un élève à la question 1)

« *La méthode est bonne. Avec mon ordinateur, je vois que l'aire du quadrilatère $MBND$ passe de 0 à 1 lorsque M se déplace de A à B donc obligatoirement elle est égale à* $\frac{1}{3}$. »

Le travail à exposer devant le jury

1- Quelles sont les compétences mises en jeu dans l'exercice ?

2- Analyser la réponse proposée par l'élève.

3- Proposer pour des élèves de la classe de terminale un corrigé de la question 2) en choisissant un repère adapté au problème.

4- Donner deux ou trois exercices sur le thème « calculs d'aires ».

Thème : géométrie repérée

L'exercice

Le plan est rapporté à un repère orthonormal . On considère la parabole (P) d'équation $y = 0,25\,x^2$. Soit M un point de la parabole (P) distinct de O. La droite(T) tangente à (P) au point M coupe l'axe des ordonnées au point A. La droite (Δ) perpendiculaire à (T) passant par M coupe l'axe des ordonnées au point B. On note (C) le cercle circonscrit au triangle MAB.

1. Émettre une conjecture sur le cercle (C) lorsque M décrit la parabole (P) privée de O.
2. Confirmer ou infirmer cette conjecture.

Une réponse d'élève

J'observe que tous les cercles ont le même centre. Pour le trouver je prends le point $M(1; 0,25)$ qui est sur la parabole. La tangente (T) a pour équation :

$$y - 0,25 = 0,5(x - 1) \qquad \textit{(formule du cours)}$$

En faisant $x = 0$, je trouve $A(0; -0,25)$.

On a $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MA} = 0$. B a pour coordonnées $(0; b)$ d'où :

$$1 - 0,5b + 0,125 = 0$$

c'est à dire $B(0; 2,25)$.

Donc le milieu de $[AB]$ est $I(0; 1)$ et c'est le centre du cercle.

Le travail à exposer devant le jury

1- Quelles sont les connaissances et les compétences mises en jeu dans l'exercice ?

2- Analyser la réponse proposée par l'élève.

3- Exposer une correction de la question 2) comme vous la feriez devant une classe de première.

4- Présenter deux ou trois exercices sur le thème « géométrie repérée ».

Thème : géométrie plane

L'exercice

Soient M un point du plan et (C) un cercle de centre M. Soient O_1, O_2, O_3 et O_4 des points distincts se succédant dans cet ordre sur (C). On désigne par (C_1), (C_2), (C_3) et (C_4) les cercles passant par M et de centres respectifs O_1, O_2, O_3 et O_4.

- on suppose que (C_1) et (C_2) ne sont pas tangents et on note B_1 leur deuxième point d'intersection ;
- on suppose que (C_2) et (C_3) ne sont pas tangents et on note B_2 leur deuxième point d'intersection ;
- on suppose que (C_3) et (C_4) ne sont pas tangents et on note B_3 leur deuxième point d'intersection ;
- on suppose que (C_4) et (C_1) ne sont pas tangents et on note B_4 leur deuxième point d'intersection.

1) Conjecturer la nature du quadrilatère $B_1B_2B_3B_4$.

2)

   2.a) Quelle est la nature des quadrilatères $B_1O_2MO_1$, $B_2O_3MO_2$, $B_3O_4MO_3$ et $B_4O_1MO_4$?

   2.b) Peut-on confirmer la conjecture faite à la question 1).

3) Comment peut-on choisir les points O_1, O_2, O_3 et O_4 pour que le quadrilatère $B_1B_2B_3B_4$ soit un carré ?

Un extrait des programmes

Extrait du programme de seconde (BO n° 30 du 23 juillet 2009)

2. Géométrie

L'objectif de l'enseignement de la géométrie plane est de rendre les élèves capables d'étudier un problème dont la résolution repose sur des calculs de distance, la démonstration d'un alignement de points ou du parallélisme de deux droites, la recherche des coordonnées du point d'intersection de deux droites, en mobilisant des techniques de la géométrie plane repérée.

Les configurations étudiées au collège, à base de triangles, quadrilatères, cercles, sont la source de problèmes pour lesquels la géométrie repérée et les vecteurs fournissent des outils nouveaux et performants. En fin de compte, l'objectif est de rendre les élèves capables d'étudier un problème d'alignement de points, de parallélisme ou d'intersection de droites, de reconnaissance des propriétés d'un triangle, d'un polygone, toute autonomie pouvant être laissée sur l'introduction ou non d'un repère, l'utilisation ou non de vecteurs.

Dans le cadre de la résolution de problèmes, l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique par les élèves leur donne une plus grande autonomie et encourage leur prise d'initiative.

La définition proposée des vecteurs permet d'introduire rapidement l'addition de deux vecteurs et la multiplication d'un vecteur par un nombre réel. Cette introduction est faite en liaison avec la géométrie plane repérée. La translation, en tant que transformation du plan, n'est pas étudiée en classe de seconde.

Le travail à exposer devant le jury

1- Cet exercice s'inscrit-il dans les objectifs du programme ?

2- Proposer pour des élèves de la classe de seconde un corrigé de la question 2).

3- Donner deux ou trois exercices sur le thème « géométrie plane » dont un au moins pour des élèves du collège.

.4.2.2 Agir en fonctionnaire de l'État

Thème : le professeur principal

Exposé du cas

Votre chef d'établissement vous annonce à la rentrée que vous êtes professeur principal d'une classe de 4ème.

Question

Quelles sont les missions spécifiques qui vous incombent et comment allez-vous les intégrer à vos missions de professeur de mathématiques ?

Documentation fournie avec le sujet

Extrait de la Circulaire n° 93-087 du 21 janvier 1993 - Rôle du professeur principal dans les collèges et les lycées.

« Les équipes pédagogiques ont pour mission, conformément à l'article 32 du décret n° 85-924 du 30 août 1985 relatif aux EPLE, outre la coordination des enseignements et des méthodes d'enseignement, d'assurer le suivi et l'évaluation des élèves, d'organiser l'aide à leur travail personnel. Elles conseillent les élèves pour le bon déroulement de leur scolarité et le choix de leur orientation. Au sein des équipes pédagogiques, le professeur principal effectue la synthèse des résultats obtenus par les élèves. En application de l'article 33 du décret précité, il présente cette synthèse au conseil de classe. Il est chargé de proposer à l'élève, en accord avec l'équipe pédagogique, les objectifs pédagogiques et les moyens permettant l'élaboration et la réalisation de son projet personnel. Son activité est placée sous l'autorité et la responsabilité pédagogique du chef d'établissement [...]

Les membres de l'équipe pédagogique sont chargés du suivi individuel, de l'information et de l'orientation des élèves. Dans ce cadre, le professeur principal assure la coordination de l'équipe. Cette mission concerne toutes les classes de la Sixième à la Terminale et tous les types d'enseignement. Une observation et un dialogue continus entre les professeurs, notamment le professeur principal, et l'élève doivent s'engager sur ses motivations, ses résultats scolaires et ses capacités dégagées avec l'aide du conseiller d'orientation psychologue, afin d'élaborer un projet de formation et d'insertion. Le professeur principal a ainsi une responsabilité particulière dans le suivi, l'information et la préparation de l'orientation des élèves. »

Thème : évaluation

Exposé du cas

« J'ai été saqué ! », « Le prof s'est trompé », « Avec Mme X, j'aurais eu une meilleure note »... Lorsque l'on pose la question de l'exactitude et de la justice de la notation à neuf cents collégiens, on est surpris des réponses. En français, seulement un élève sur six pense qu'il aurait la même note si sa copie était corrigée par un autre professeur. Presque 50% pensent que leur note serait différente (les autres ne savent pas).

Les mathématiques inspirent davantage confiance : un tiers des collégiens pense obtenir la même note, un autre tiers une note différente, le dernier tiers ne sait pas.

Beaucoup d'élèves sont donc peu convaincus de la fiabilité des notes, surtout dans les disciplines littéraires, probablement en raison de l'absence d'un barème explicite ou d'une interprétation simple de celui-ci. [...]

Question

Comment un professeur de mathématiques peut-il donner confiance à ses élèves dans l'impartialité de ses évaluations ?

Documentation fournie avec le sujet

Extrait de la circulaire nº 97-123 du 23 mai 97 parue au Bulletin Officiel n° 22 du 29 mai 1997

Le professeur sait, en un langage clair et précis, présenter aux élèves l'objectif et les contenus d'une séquence, les modalités du travail attendu et la manière dont les résultats seront évalués [...]. Il est attentif aux effets de l'évaluation sur les élèves et utilise outils et méthodes permettant aux élèves d'identifier tout autant leurs acquis que les savoirs et savoir-faire mal maîtrisés.

Extrait du code de l'éducation Article L912-1 modifié par Loi nº 2005-380 du 23 avril 2005-art. 47 JORF 24 avril 2005

Les enseignants sont responsables de l'ensemble des activités scolaires des élèves.[...]

Les enseignants apportent une aide au travail personnel des élèves et en assurent le suivi. Ils procèdent à leur évaluation. Ils les conseillent dans le choix de leur projet d'orientation en collaboration avec les personnels d'éducation et d'orientation.

Ils contribuent à la continuité de l'enseignement sous l'autorité du chef d'établissement en assurant des enseignements complémentaires.

Thème : projet d'établissement

Exposé du cas

Vous êtes affecté(e) à la rentrée dans un nouvel établissement. Lors de la pré-rentrée le chef d'établissement expose le projet d'établissement adopté dans le courant de l'année scolaire précédente.

Question

Dans quelle mesure êtes-vous engagé(e) par les décisions d'action collective inscrites dans ce projet ?

Documentation fournie avec le sujet

Extrait de la présentation du projet d'établissement sur le site de l'école supérieure de l'Éducation nationale (ESEN).

Rendu obligatoire par la loi d'orientation du 10 juillet 1989, le projet d'établissement définit, au niveau de l'EPLE, les modalités particulières de mise en œuvre des orientations, des objectifs et des programmes nationaux, ainsi que du projet académique.

Inscrit dans le cadre de l'autonomie des EPLE, le projet d'établissement exprime et fixe les choix pédagogiques et la politique éducative de l'établissement. Élaboré par les différents partenaires, particulièrement au sein du conseil pédagogique, il est adopté par le conseil d'administration. Il sert à exprimer la volonté collective d'une communauté particulière et à assurer la cohérence de ses actions avec ses valeurs. Conformément à l'article L.401-1 du Code de l'éducation, issu de la loi du 23 avril 2005, il peut notamment prévoir la réalisation d'expérimentations pédagogiques.

Extrait de la circulaire du 23 mai 1997 : les missions du professeur.

Un professeur n'est pas seul ; au sein de la communauté scolaire, il est membre d'une ou plusieurs équipes pédagogiques et éducatives. Il est préparé à travailler en équipe et à conduire avec d'autres des actions et des projets. Il a le souci de confronter ses démarches, dans une perspective d'harmonisation et de cohérence, avec celles de ses collègues. Il peut solliciter leur aide, ainsi que le conseil et l'appui des équipes de direction et des corps d'inspection. Il sait quel rôle jouent dans l'établissement tous ceux qui, quel que soit leur emploi, participent à son fonctionnement.

Thème : maîtrise de la langue française

Exposé du cas

Affecté(e) en collège, vous constatez que certains de vos élèves ont des difficultés dans la maîtrise de la langue.

Question

En tant que professeur de mathématiques comment prenez-vous en compte ces difficultés ?

Documentation fournie avec le sujet

Extrait de la circulaire n° 2010-38 - Préparation de la rentrée 2010

[...] Garantir à tous les élèves les moyens de la maîtrise du socle commun.

Assurer la maîtrise des connaissances et des compétences du socle commun par tous les élèves est l'objectif premier de la scolarité obligatoire. La maîtrise de la langue française est prioritaire, parce qu'elle conditionne les acquisitions dans les autres domaines.

Cette priorité ne doit bien sûr pas faire oublier les mathématiques qui fournissent aux élèves des outils pour agir, choisir et décider dans la vie quotidienne, mais aussi pour penser et conceptualiser. La progression de cet apprentissage doit être soigneusement vérifiée à chaque palier du socle et les élèves doivent, comme c'est le cas en français, recevoir les aides nécessaires. En particulier, les mécanismes de mémorisation, l'acquisition au cycle 2 des automatismes tels que prévus par les programmes, font l'objet d'une vigilance extrême de la part des enseignants et des inspecteurs. L'interaction entre ces deux apprentissages fondamentaux, facilitée dans le premier degré par la polyvalence du maître, constitue un levier permettant la structuration d'acquis solides dans l'ensemble des domaines d'enseignement.[...]

Extrait de la circulaire 2011-071 - Préparation de la rentrée 2011

[...] La prévention de l'illettrisme doit être la préoccupation permanente de tous les acteurs du système éducatif. Les travaux conduits dans les académies dans le cadre du plan pour prévenir l'illettrisme doivent désormais se généraliser et se traduire dans les résultats des élèves. La maîtrise de la langue française demeure une priorité à l'oral comme à l'écrit pour l'école du socle commun.[...]

[...] La maîtrise progressive de la langue française passe également par le temps accordé à un enseignement structuré de la grammaire et de l'orthographe. Faire acquérir les mécanismes de la langue, pour mieux comprendre les textes et mieux les écrire, sous-tend une progression méthodique dans laquelle l'analyse et la logique ont toute leur place. À ce titre, les termes grammaticaux sont étudiés à l'école et au collège, en fonction de leurs programmes respectifs, pour constituer un ensemble de références communes. Un enseignement effectif de l'orthographe, dès le cours préparatoire, appuyé sur des entraînements réguliers, est garant d'acquisitions solides en ce domaine.[...]

Thème : socle commun de connaissances et de compétences

Exposé du cas

Affecté(e) en collège, votre service comporte uniquement des classes de sixième et de cinquième.

Question

Comment êtes-vous concerné(e) par le socle commun de connaissances et de compétences ?

Documentation fournie avec le sujet

Site Eduscol, extrait de la page de présentation sur le socle commun de connaissances et de compétences

Le socle commun de connaissances et de compétences est une disposition majeure de la loi d'orientation et de programme pour l'avenir de l'École du 23 avril 2005. Il désigne un ensemble de connaissances et de compétences que les élèves doivent maîtriser à l'issue de la scolarité obligatoire pour poursuivre leur formation, construire leur avenir professionnel et réussir leur vie en société. [...]

Un ensemble de valeurs, de savoirs et de pratiques

Le décret du 11 juillet 2006 pris en application de la loi pour l'avenir de l'École organise le contenu du socle commun autour de sept grandes compétences qui définissent ce que nul n'est censé ignorer en fin de scolarité obligatoire : un ensemble de valeurs, de savoirs, de langages et de pratiques. Compétences constitutives du socle commun :

- maîtrise de la langue française ;
- pratique d'une langue vivante étrangère ;
- principaux éléments de mathématiques et culture scientifique et technologique ;
- maîtrise des techniques usuelles de l'information et de la communication ;
- culture humaniste ;
- compétences sociales et civiques ;
- autonomie et initiative.

Le socle commun fournit un principe d'organisation des enseignements en fondant les objectifs des programmes. Il est indissociable d'une exigence d'évaluation des acquis des élèves.

Sa déclinaison touche les écoles, les collèges et la voie professionnelle.

.5. ANNEXES

5.1. Ressources numériques et logiciels à disposition des candidats

Textes officiels

- réglementation du concours ;
- programmes de Mathématiques des classes de collège, de lycée et des sections de technicien supérieur ;
- documents ressources pour le collège et le lycée ;
- extrait de l'arrêté du 12 mai 2010 spécifiant les compétences professionnelles des maîtres.

Logiciels

- Algobox ;
- ClassPad Manager ;
- Geogebra ;
- Geoplan ;
- Geospace ;
- Maxima ;
- OpenOffice.org ;
- Python ;
- Scilab ;
- Sinequanon ;
- TI-NSpire CAS TE ;
- TI-SmartView 83 Plus.fr ;
- Xcas.

L'utilisation de tout support numérique personnel est exclue.
L'usage des téléphones mobiles et de toute forme d'accès à internet est interdit dans l'enceinte du concours.

Manuels numériques

- DIDIER : Dimathème 6^{e}, 5^{e}, 4^{e}, 3^{e} ;
- BORDAS : Myriade 5^{e}, Indice 2de ;
- NATHAN : Transmath 6^{e}, 5^{e}, 4^{e}, 3^{e}, Transmath 2de, Hyperbole 2de.

Le jury remercie les éditeurs de logiciels et de manuels ayant mis gracieusement leurs produits à la disposition du concours.

5.2 Bibliothèque du concours

Le candidat peut utiliser des ouvrages personnels. Seuls sont autorisés les livres en vente dans le commerce, à condition qu'ils ne soient pas annotés et à l'exclusion des manuels spécifiques de préparation aux concours d'enseignants. Le jury se réserve la possibilité d'interdire l'usage de certains ouvrages dont le contenu serait contraire à l'esprit des épreuves.

La bibliothèque du concours propose quelques exemplaires de manuels du collège, du lycée et des sections de technicien supérieur.

Ouvrages disponibles lors de la session 2011

Sixième	Belin	Prisme	2005
	Bordas	Myriade	2010
	Delagrave		2005
	Didier	Hélice	2009
		Dimathème	2005
	Hachette Education	Phare	2005
		Diabolo	2005
	Nathan	Domino	2005
		Transmath	2005
Cinquième	Bordas	Babylone	2006
		Myriade	2010
	Bréal		2006
	Didier	Dimathème	2006
	Hachette Education	Phare	2006
	Magnard		2006
	Nathan	Transmath	2010
		Domino	2006
Quatrième	Belin	Prisme	2009
	Bordas	Myriade	2011
		Babylone	2007
	Bréal		2007
	Didier	Horizon	2011
		Dimathème	2007
	Hachette Education	Phare	2011
		Diabolo	2007
	Nathan	Transmath	2007
Troisième	Belin	Prisme	2008
	Bréal		2008
	Didier	Dimathème	2008
	Hachette Education	Diabolo	2008
		Phare	2008
	Magnard		2003
	Nathan	Transmath	2008

Seconde	Belin	Symbole	2009
	Bordas	Pixel	2009
	Didier	Math'x	2010
	Hachette Education	Déclic	2010
		Repères	2004
	Nathan	Hyperbole	2010
		Transmath	2010
Première S	Belin	Symbole	2011
	Bordas	Indice	2001
		Fractale	2001
	Bréal		2001
	Didier	Dimathème	2001
		Dimathème analyse probabilités	2001
		Math'x	2005

	Hachette Education	Déclic	2001
		Terracher géométrie	2001
		Terracher Analyse	2001
	Nathan	Hyperbole	2001
		Transmath	2001
Première ES	Bréal		2001
	Didier	Dimathème obligatoire	2001
		Dimathème option	2001
	Hachette Education	Déclic obligatoire et option	2001
	Nathan	Hyperbole	2001
		Transmath	2001
Première L	Bordas	Indice ; Maths informatique	2001
	Delagrave	Maths informatique obligatoire	2001
	Ellipses		2002
	Hachette Education	Déclic mathématiques	2003
		Déclic (enseignement scientifique)	1999
	Hatier	Mathématiques informatique	2001
	Nathan	Transmath	2001
Premières STI-STL	Didier	Dimathème	1998
Première SMS	Didier	Dimathème	1998
Terminale S	Bordas	Fractale (enseignement obligatoire)	2002
		Fractale (enseignement de spécialité)	2002
		Indice (enseignement obligatoire)	2002
		Indice (enseignement de spécialité)	2002
	Bréal	enseignement obligatoire	2002
		enseignement de spécialité	2002
	Didier	Math'x (enseignement obligatoire)	2006
		Math'x (enseignement de spécialité)	2006
	Hachette Education	Déclic	2005
		Déclic (enseignement de spécialité)	2002
		Terracher	2002
		Terracher (enseignement obligatoire)	1998
		Terracher (enseignement de spécialité)	1998
	Nathan	Hyperbole (enseignement obligatoire)	2006
		Hyperbole (enseignement de spécialité)	2006
		Transmath	2002
Terminale ES	Bréal		2002
	Didier	Dimathème	2002
	Hachette Education	Déclic	2005
	Nathan	Transmath	2002
	Nathan	Hyperbole	2006

Sections de technicien supérieur	Foucher	Sigma (BTS industriels, groupement BCD, analyse et algèbre)	2009
		Sigma (BTS industriels, groupement BCD, statistique et probabilités)	2002
		Sigma (BTS industriels, groupement A, tome 1)	2002
		Sigma (BTS industriels, groupement A, tome 2)	2007
		BTS Industriels. analyse, algèbre linéaire, nombres complexes	1997
		BTS Tertiaire, analyse et algèbre linéaire	1997
	Hachette Education	BTS Comptabilité et gestion, informatique de gestion	2000
	Nathan technique	BTS Mathématiques, comptabilité et gestion des organisations	2007
		BTS Mathématiques, groupement B, C, D	2007