

SESSION 2012

**AGRÉGATION
CONCOURS EXTERNE**

Section : GÉNIE CIVIL

**ÉPREUVE DE GÉOTECHNIQUE
ET DE QUALITÉ DES AMBIANCES**

Durée : 6 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Cette épreuve est constituée de trois parties indépendantes :

- 1- Géotechnique et environnement ;**
- 2- Qualité des ambiances – partie acoustique ;**
- 3- Qualité des ambiances – partie thermique.**

Il est demandé aux candidats de traiter les trois parties sur des copies séparées.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.

Géotechnique et environnement

Avertissement

Les membres du jury proposent aux candidats un problème qui permet des développements relatifs aux fondamentaux de la géotechnique en direction de l'identification et de la caractérisation des sols, de la réalisation et de l'interprétation des essais de laboratoire et in situ, de la conception, du calcul et de la réalisation des ouvrages en interaction avec le sol.

Le sujet est rédigé en sorte que les différentes parties puissent être traitées de manière relativement indépendante. Toute donnée numérique non fournie est laissée à l'appréciation des candidats. Les candidats se reporteront, lorsque nécessaire, aux annexes fournies.

Les documents supports utilisés par les candidats seront joints aux copies.

Généralités

La réalisation d'un projet autoroutier va nécessiter, sur une partie de son tracé, la construction d'un remblai ainsi que le déplacement d'une ligne électrique haute tension existante.

Le sujet porte sur l'étude et le pré-dimensionnement du remblai autoroutier ainsi que des fondations de pylônes électriques devant être installés à proximité.

On considèrera dans tout le problème que l'accélération de la pesanteur g est égale à 10 m/s^2 .

Éléments de géologie du site

Le projet autoroutier dans son ensemble se situe dans une grande plaine alluviale. Le tronçon considéré dans le cadre de la présente étude correspond à une portion d'autoroute d'une longueur d'environ deux kilomètres, située à proximité d'une rivière. Dans la zone concernée par la présente étude, le profil du sol est très proche de l'horizontale (très faible déclivité) et, à cause de la proximité de la rivière, la nappe phréatique affleure pratiquement à la surface du sol. On considèrera dans toute la suite que le sol est saturé à partir de sa surface.

- 1) Décrire le(s) processus géologique(s) de formation d'une plaine alluviale.
- 2) Décrire le processus de formation des limons et des argiles. Quelles sont les principales différences entre ces deux types de sols.
- 3) Citer les trois principaux minéraux constitutifs des argiles. Quelles sont leurs caractéristiques spécifiques respectives et les implications « géotechniques » qui en résultent.

Reconnaissance géotechnique du site

Une reconnaissance préalable du site d'étude a été réalisée grâce à une campagne d'essais au piézocône, qui a permis, grâce à un maillage assez fin des essais, d'obtenir une image « géotechnique » relativement précise du site.

- 4) a) Décrire l'essai au piézocône (CPTU) : principe, équipement, protocoles expérimentaux, mesures, interprétations, utilisations ; b) Quels sont les avantages et les inconvénients de cet essai par rapport à l'essai au pénétromètre quasi statique classique (CPT).
- 5) La figure 1 (annexe 1) présente un essai typique représentatif de l'ensemble des essais au piézocône réalisés sur le site d'étude, en termes des grandeurs résistance de pointe q_c et pression interstitielle u mesurées en fonction de la profondeur z . La campagne d'essais a, en particulier, permis de mettre en évidence une très bonne homogénéité spatiale du site dans la zone d'étude. a) Commenter et interpréter les résultats de l'essai à partir de l'analyse des deux graphes. A quoi peut-on, en particulier, attribuer l'augmentation régulière de q_c et de la surpression interstitielle Δu jusqu'à une profondeur de 18 m ; b) quelles informations géotechniques importantes peuvent être déduites de l'essai ?

Plusieurs sondages carottés ont été réalisés dans la zone d'étude. Ils ont permis de prélever des échantillons non remaniés de bonne qualité, afin de réaliser une campagne d'essais en laboratoire d'identification physique et de caractérisation mécanique.

- 6) La figure 2 (annexe 1) présente une courbe granulométrique représentative du sol rencontré sur le site, qui s'est avéré être très homogène sur une épaisseur de l'ordre de 18 m. On a, de plus, obtenu les valeurs $w_p = 40$ et $w_l = 70$ pour ses limites d'Atterberg. Donner la classification USCS/LCPC de ce sol.
- 7) Une série d'essais de compressibilité a été réalisée à l'oedomètre sur des éprouvettes non remaniées. Elle a permis d'obtenir les résultats représentatifs fournis dans le tableau 1 ci-dessous. On pourra se reporter à l'annexe 2 pour la définition des paramètres présentés dans le tableau.

Tableau 1 – Paramètres représentatifs obtenus à partir des essais de compressibilité à l'oedomètre

Essai	Profondeur de prélèv. (m)	C_c	C_s	σ'_{vp} (kPa)	c_v (m^2/s)
C1	3	0,40	0,10	20	10^{-7}
C2	9	0,40	0,10	62	10^{-7}
C3	15	0,40	0,10	105	10^{-7}

On a obtenu, par ailleurs, une valeur moyenne de la masse volumique humide du sol (sol saturé) et de son indice des vides initial, supposés constants sur toute l'épaisseur de la couche :

$$\rho_{sat} = 1,70 \text{ t/m}^3 \quad e_0 = 1,50$$

Donner l'état de consolidation probable de la couche de sol compressible. Justifier.

Une série d'essais triaxiaux de compression consolidés drainés (CD) et non consolidés non drainés (UU) a été réalisée sur des éprouvettes non remaniées, taillées à partir des carottes prélevées sur le site. Des résultats d'essais représentatifs sont présentés dans le tableau 2, en termes du déviateur des contraintes mesuré à la rupture, q_{rupt} . On se reportera à l'annexe 2 qui précise les notations relatives à l'essai triaxial de révolution utilisées dans la suite (questions 8, 9 et 10).

Tableau 2 – Caractéristiques des essais triaxiaux réalisés et résultats obtenus

essai	Profondeur de prélèv. (m)	Type essai	σ'_c (kPa)	p_{cell} (kPa)	q_{rupt} (kPa)
T1	9	CD	50	50	73
T2	9	CD	100	100	146
T3	9	CD	200	200	292
T4	3	UU	-	100	10
T5	9	UU	-	100	28
T6	15	UU	-	100	46

- 8) a) Décrire les dispositifs expérimentaux et les procédures d'essai associées pour réaliser un essai de cisaillement de compression, respectivement consolidé drainé (CD) et non consolidé non drainé (UU) à l'appareil triaxial. Quels sont les objectifs respectifs de ces deux types d'essai ; b) Expliquer pourquoi, dans les essais UU, on obtient toujours la même valeur de la résistance au cisaillement non drainé (appelée aussi « cohésion non drainée ») c_u , pour des éprouvettes réputées semblables, prélevées à la même profondeur, quelle que soit la pression de confinement p_{cell} appliquée à l'éprouvette.
- 9) a) A partir des résultats présentés dans le tableau 2, déterminer les paramètres de rupture Φ' et c' du critère de rupture de Mohr-Coulomb du sol. Ces paramètres paraissent-ils compatibles avec la nature du sol et son état de consolidation ? b) A partir d'un graphique donnant le profil probable de la résistance au cisaillement non drainé c_u en fonction de la profondeur z , proposer une relation entre c_u et z . A quoi peut-on attribuer l'augmentation de c_u avec la profondeur ?
- 10) On appelle plan des contraintes de Cambridge le plan (q , p et p') qui permet de représenter les « chemins de contraintes » (totales et effectives) suivis par une éprouvette au cours d'un essai triaxial. a) Retrouver l'expression, dans ce plan, du critère de rupture de Mohr-Coulomb pour des essais triaxiaux de compression ; b) Représenter, sur un graphe à l'échelle, pour le sol étudié, ce critère dans le plan de Cambridge ainsi que les chemins de contraintes totales et effectives correspondant aux trois essais CD réalisés, T1, T2 et T3.

Etude du remblai et de sa réalisation

On se propose de faire un pré-dimensionnement du remblai en utilisant, dans un premier temps, des hypothèses simplifiées concernant le « modèle géotechnique ». La plate-forme du remblai doit avoir une largeur en tête de 30 m, avec des talus symétriques de chaque côté, inclinés à 33°. La figure 4 (annexe 1) présente un schéma simplifié de la configuration retenue pour l'étude. On fera, en particulier, l'hypothèse que le remblai applique un chargement uniforme sur une surface de grandes dimensions. On se placera dans les hypothèses de la

théorie de la consolidation unidimensionnelle de Terzaghi et l'on utilisera la méthode oedométrique pour l'évaluation des tassements. On va étudier un profil représentatif du remblai situé en un point où la cote NGF de la surface du terrain naturel est égale à +51 m. A cet endroit, la cote de la plate-forme du remblai après stabilisation des tassements devra être à +55 m NGF (4 m au dessus du terrain naturel). On ne prendra en compte, dans la suite, que les tassements de consolidation pouvant se produire dans la couche de sol compressible.

Les essais d'identification ont confirmé que le sol rencontré à partir de 18 m est une grave sableuse compacte et très perméable, sur une épaisseur d'au moins 5 m (profondeur atteinte par les essais au piézocône), connectée hydrauliquement à la rivière (régime hydrostatique stable). Un tapis drainant (composite de géotextiles et de graviers) sera mis en œuvre entre le remblai et le sol support, assurant un drainage parfait du sol support à l'interface avec le remblai.

- 11) a) Décrire brièvement l'état de contrainte, généralement admis, régnant dans un massif de sol horizontal saturé de grande étendue. Quelles sont les conditions requises pour que cet état de contraintes puisse exister ; b) Donner les expressions, tout d'abord littérales puis numériques, en fonction de la profondeur z (z pris égal à zéro à la surface du sol dans son état initial) de σ_{v0} , u_0 , σ'_{v0} , σ_{h0} et σ'_{h0} (notations usuelles) correspondant à cet état de contrainte, pour la couche de sol compressible. On introduira les poids volumiques (appellation générique γ) pour alléger les notations et on fera une estimation numérique d'un paramètre de comportement du sol ; c) Représenter, sur un graphe à l'échelle, l'évolution de ces cinq grandeurs avec la profondeur pour la couche de sol compressible.
- 12) Représenter, dans le plan de Mohr (τ , σ et σ'), sur un même graphe, les cercles de Mohr en contraintes totales et en contraintes effectives correspondant à cet état de contrainte initial pour les trois profondeurs suivantes : 3 m, 9 m et 15 m. Est-ce que le niveau de cisaillement du sol, au sens du rapport τ/σ' , augmente avec la profondeur et pourquoi ?

Le matériau retenu pour réaliser le remblai est une grave de bonnes caractéristiques mécaniques, disponible à proximité. Des essais de compactage au moule Proctor ont permis de déterminer sa courbe de compactage (Proctor Normal). La masse volumique humide que l'on veut obtenir à la mise en œuvre du matériau après compactage, lors de la construction du remblai, est de 1,9 t/m³ (compactage côté sec), correspondant à 90% de l'Optimum Proctor Normal (OPN).

- 13) Evaluer, dans ces conditions, l'épaisseur totale de remblai H qu'il faudrait mettre en œuvre, dans l'hypothèse d'une construction en une seule étape, pour atteindre, après stabilisation, la cote de projet de +55 m NGF pour la plateforme. On fera un calcul approché en considérant une seule couche de sol d'épaisseur 18 m, de caractéristiques moyennes à estimer. On négligera, dans toute cette partie, les effets divers pouvant résulter de l'enfoncement progressif de la base du remblai dans le sol.
- 14) Refaire le calcul de tassement du remblai avec la hauteur de remblai calculée à la question précédente en prenant en compte trois sous-couches représentatives, que l'on définira, en vue d'affiner le calcul de tassement. Conclusion ?
- 15) Evaluer, à partir de la théorie de la consolidation unidimensionnelle de Terzaghi les temps t_{50} et t_{90} au bout desquels on aurait respectivement 50% et 90% de la consolidation moyenne de la couche de sol compressible dans la configuration présentée ci-dessus.

- 16) Etant donné la durée prohibitive du phénomène de consolidation dans les conditions ci-dessus par rapport au planning de réalisation du projet, on envisage de mettre en œuvre une méthode alternative permettant d'accélérer la construction du remblai. Décrire trois méthodes qui pourraient être mises en œuvre à cet effet : principes, matériels, mise en œuvre, effets escomptés, etc.

On décide de retenir une solution basée sur l'implantation d'un réseau de drains verticaux préfabriqués de 8 cm de diamètre jusqu'à la profondeur de 18 m (drains connectés en partie basse avec la grave perméable). Le réseau prévu est à maille triangulaire, la distance entre les drains étant la même, appelée s (triangles équilatéraux). Dans ce cas, on montre que la zone d'influence approchée d'un drain, de forme circulaire, a un diamètre $D = 1,05s$.

L'abaque de Barron (1947), fourni en annexe, donne, pour une configuration de consolidation radiale, le degré de consolidation moyen U_r de la zone d'influence en fonction du facteur temps T_r , paramétré par le rapport n entre le diamètre de la zone d'influence D et le diamètre du drain d . On a pu estimer, à partir d'essais de perméabilité mettant en évidence l'anisotropie de perméabilité du sol, que le coefficient de consolidation horizontal ou radial c_r était le double du coefficient de consolidation vertical c_v présenté dans le tableau 1.

- 17) Evaluer l'espacement s entre les drains nécessaire pour obtenir 80% de la consolidation moyenne sous le remblai en 12 mois.

Dans l'hypothèse où l'on construit le remblai en une seule fois, on désire évaluer la stabilité de l'ensemble à « court terme » par rapport à une rupture dans un mécanisme du type cercle de glissement. On veut faire une pré-évaluation « rapide » du coefficient de sécurité à partir des abaques de Pilot-Moreau (1973) relatives à la stabilité des remblais sur sols mous. On utilisera la configuration et les abaques donnés en annexe (qui correspondent à l'inclinaison de talus β de 33° retenue pour le projet), en prenant en compte une valeur moyenne représentative de la résistance au cisaillement non drainé (ou « cohésion non drainée ») c_u dont on justifiera le choix. On appliquera, avant d'entrer dans les abaques de Pilot-Moreau, un coefficient correcteur $\mu(I_p)$ sur la valeur de c_u retenue, permettant de prendre en compte l'influence de l'indice de plasticité du sol support sur la stabilité du remblai.

- 18) a) Evaluer, dans ces conditions, le coefficient de sécurité F que l'on aurait pour la configuration envisagée. On prendra en compte, pour ce calcul, une épaisseur de remblai de 5,40 m et un angle de frottement interne de la grave compactée, Φ_r , considérée comme un matériau uniquement pulvérulent, de 40° . Conclusion ; b) Dans le cas où la stabilité ne serait pas assurée selon cet abaque, proposer, en la justifiant, une solution, tout en restant dans le cadre de la méthode du réseau de drains verticaux, qui permettrait de s'affranchir de ce problème de stabilité.

Pré-dimensionnement d'une fondation sur pieux battus

La construction du tronçon autoroutier va nécessiter la modification partielle du tracé d'une ligne électrique à haute tension et la construction d'un certain nombre de nouveaux pylônes. Dans la zone d'étude, on envisage de fonder ces pylônes sur quatre pieux formant les quatre coins d'un carré de 5 m de côté. Les pylônes doivent avoir une hauteur de 50 m et une masse de 40 tonnes et on suppose, pour le pré-dimensionnement statique des fondations, que le poids du pylône est réparti de manière équivalente sur chaque pieu. Une des solutions envisagées, économique dans le contexte du projet, consisterait à réaliser des pieux battus (tubes métalliques à bout fermé) jusqu'à une profondeur de 12 m.

On veut faire une pré-évaluation du diamètre des pieux nécessaire pour reprendre la charge statique induite par les pylônes.

- 19) Décrire, de manière comparative, les méthodes d'installation/mise en place de pieux à partir des techniques de battage et de vibrofonçage : principe, équipements, procédures, avantages et inconvénients de chaque méthode. Indiquer pourquoi, dans le cas du battage dans des sols fins saturés, en particulier, il est important de faire un calcul de capacité portante à court terme et à long terme. Quel est généralement le cas le plus défavorable et pourquoi.
- 20) On supposera que toute la charge doit être reprise par frottement latéral, en négligeant la résistance en pointe du pieu. a) Justifier cette hypothèse ; b) Dans ces conditions, déterminer le diamètre B du pieu qui serait nécessaire pour reprendre l'effort statique dû au poids du pylône à court terme et à long terme, avec un coefficient de sécurité de 1,5 par rapport à la capacité portante du pieu. Conclusion sur le cas le plus défavorable et sur la faisabilité de cette solution.
- En conditions non drainées, on pourra évaluer le frottement local limite le long du pieu par la formule $q_{s,l} = \alpha c_u$ avec $\alpha = 0,70$. En conditions drainées, le frottement local limite pourra être estimé à partir de la formule : $q_{s,l} = K \sigma'_{v0} \tan \delta$, avec δ , angle de frottement de l'interface sol-pieu, pris égal à 22° , K étant pris ici égal à 0,50.

ANNEXE 1 – FIGURES

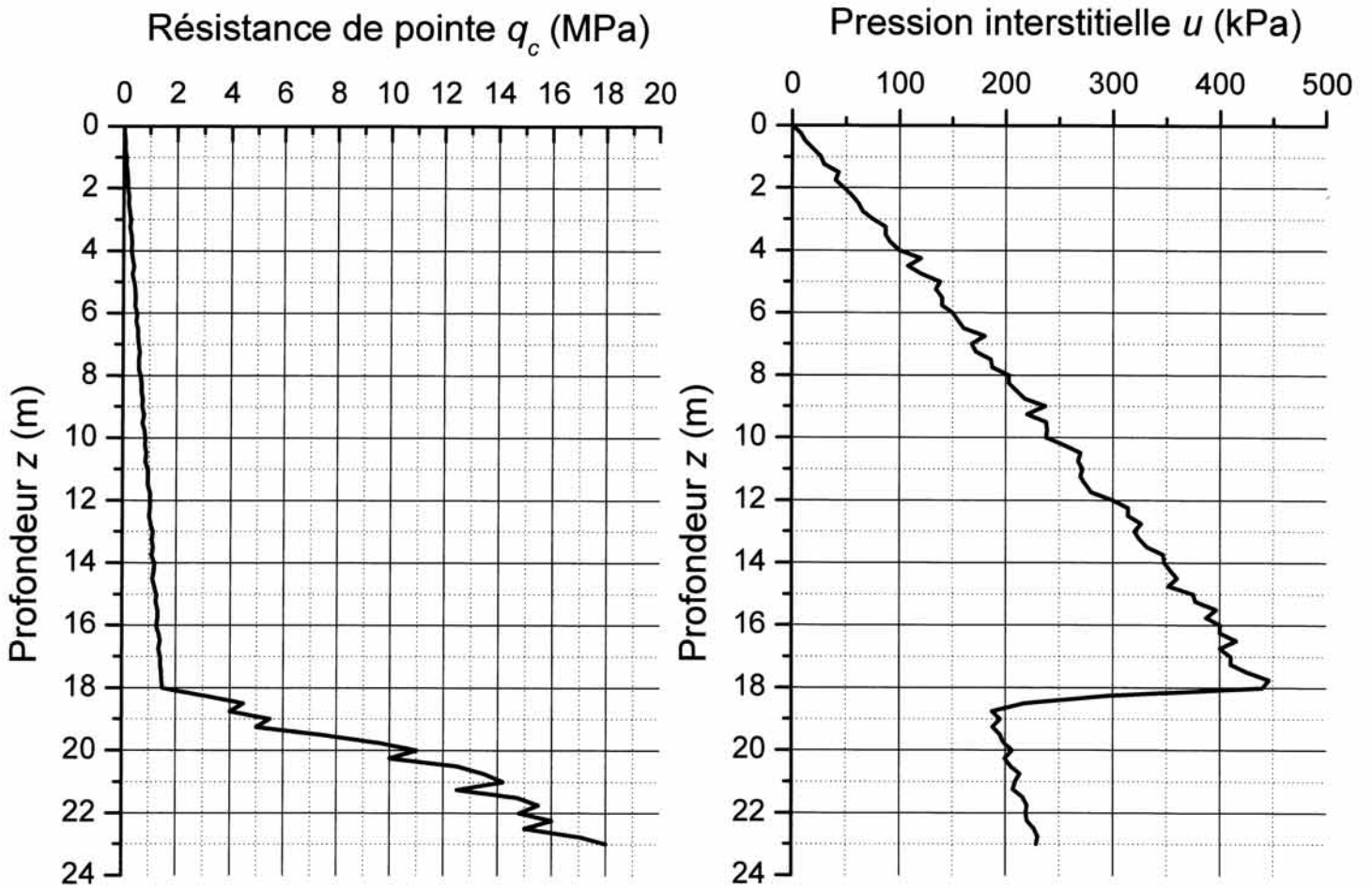


Figure 1 – Résultats de l'essai au piézocône

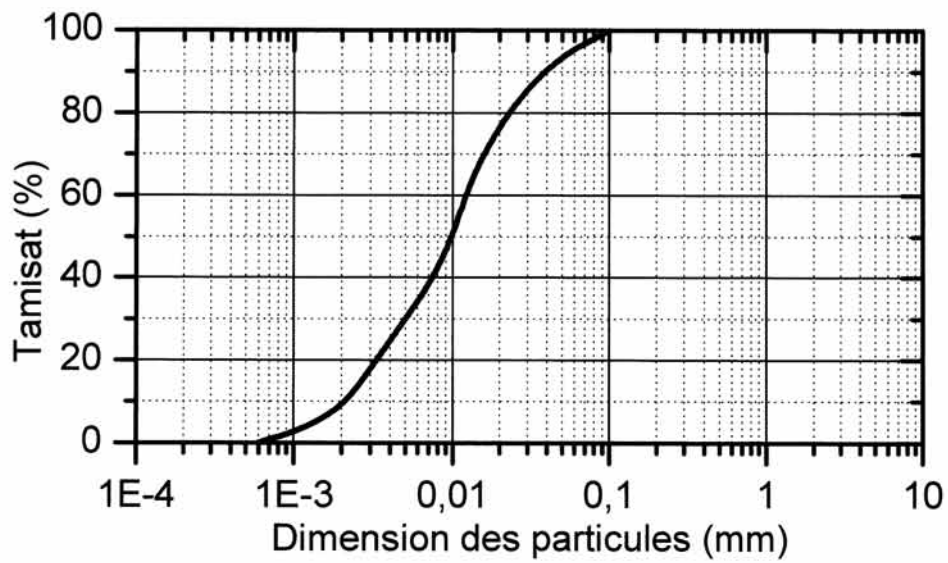


Figure 2 – Courbe granulométrique typique

d_{50}	fraction > 80 μm	fraction < 80 μm		nom LCPC	symbole USCS
SOLS GRENUS	majorité > 2 mm GRAVES	0 à 5% Grave propre	$C_U > 4$ et $1 < C_C < 3$	Gb grave propre bien graduée	GW
			sinon	Gm grave propre mal graduée	GP
		5 à 12 %	diagramme de plasticité : au-dessus de la ligne A	GA grave argileuse	GC
			diagramme de plasticité : au-dessous de la ligne A	GL grave limoneuse	GM
		> 12 %	double classement et double symbole		GA/GL - Lp/Lt/Ap/At
	majorité < 2 mm SABLES	< 5% Sable propre	$C_U > 6$ et $1 < C_C < 3$	Sb sable propre bien gradué	SW
			sinon	Sm sable propre mal gradué	SP
		5 à 12 %	diagramme de plasticité : au-dessus de la ligne A	SA sable argileux	SC
			diagramme de plasticité : au-dessous de la ligne A	SL sable limoneux	SM
		> 12 %	double classement et double symbole		SA/SL - Lp/Lt/Ap/At
SOLS FINS	Détermination des limites de consistance sur la fraction < 0,42 mm				
	<p>Les dénominations dépendent de la position du point sur le diagramme: argile au-dessus de la ligne A, limon au-dessous de la ligne A ; peu plastique si $w_L < 50$; très plastique si $w_L > 50$. Les sols organiques O ont plus de 10% de matières organiques.</p>				<p>At = CH Ap = CL Lt = MH Lp = ML Ot = OH Op = OL</p>

Figure 3 – Classification USCS/LCPC des sols (d'après Magnan, 1999)

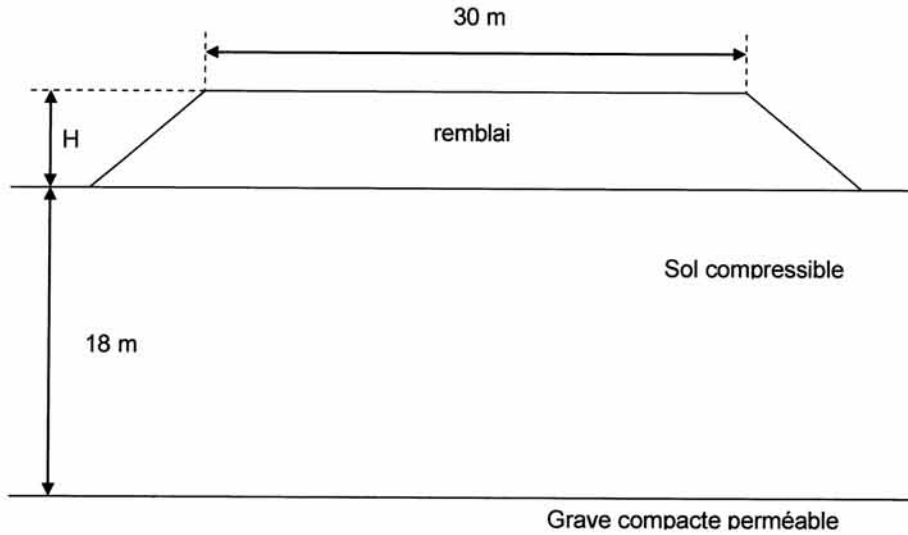


Figure 4 – Schéma simplifié (non à l'échelle) de la configuration étudiée

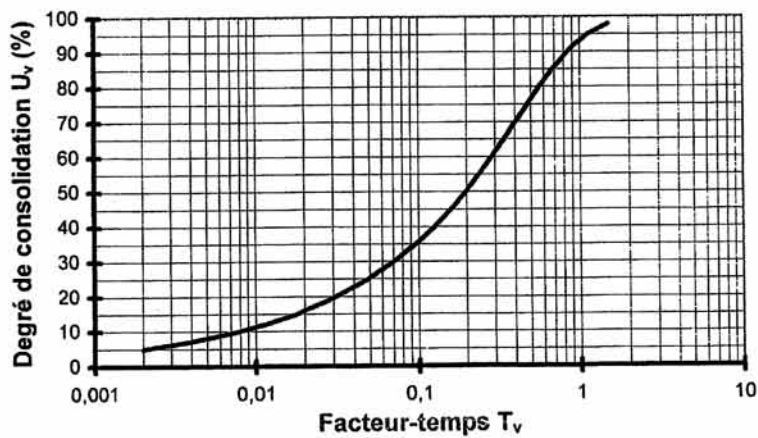
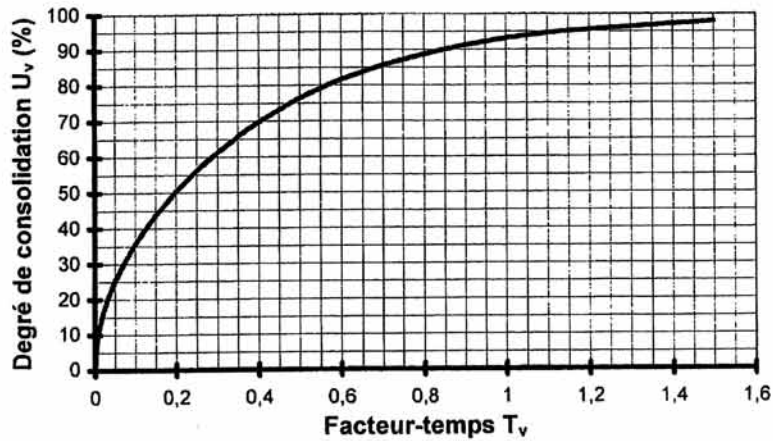


Figure 5 – Degré de consolidation moyen d'une couche de sol (consolidation unidimensionnelle de Terzaghi), d'après Magnan (1999)

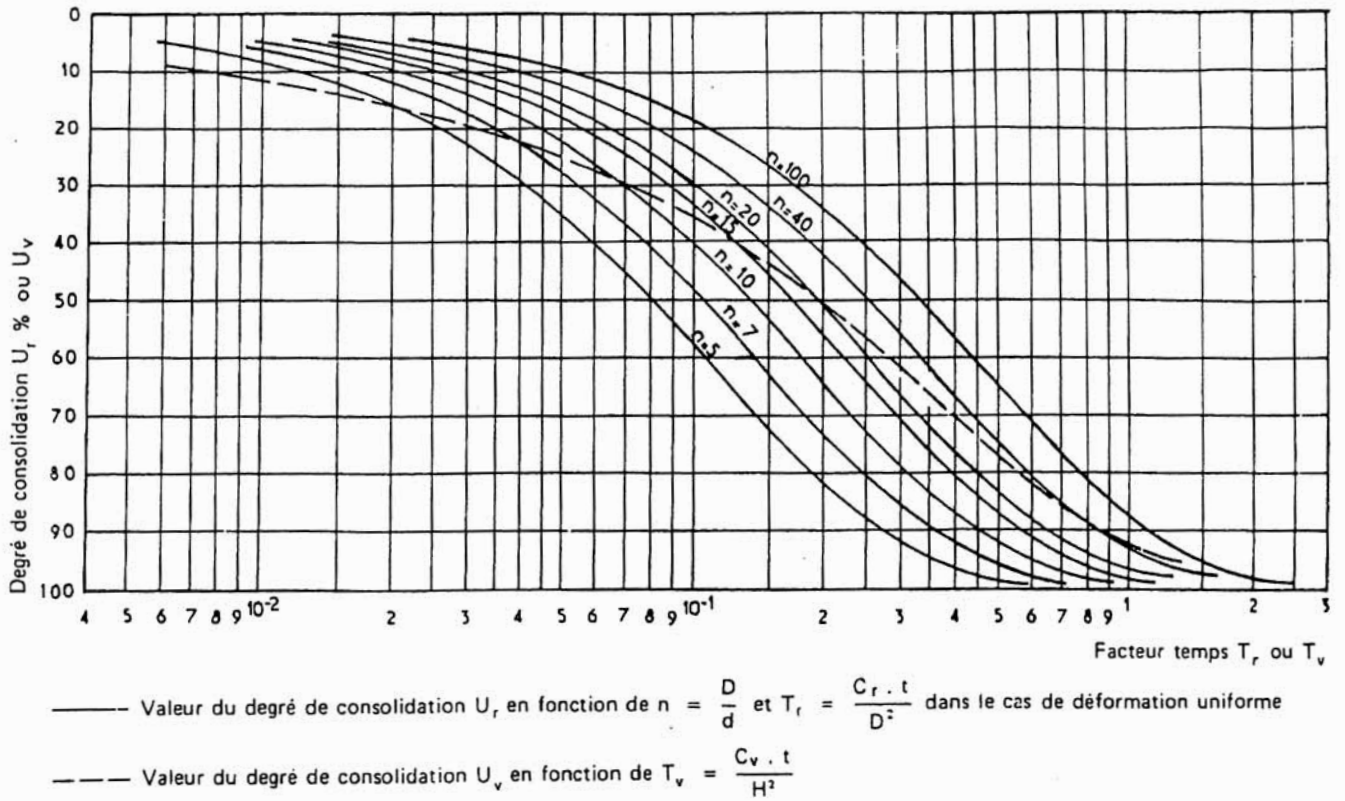


Figure 6 – Abaque de Barron (1947) donnant le degré de consolidation moyen d'une couche de sol en configuration de consolidation radiale

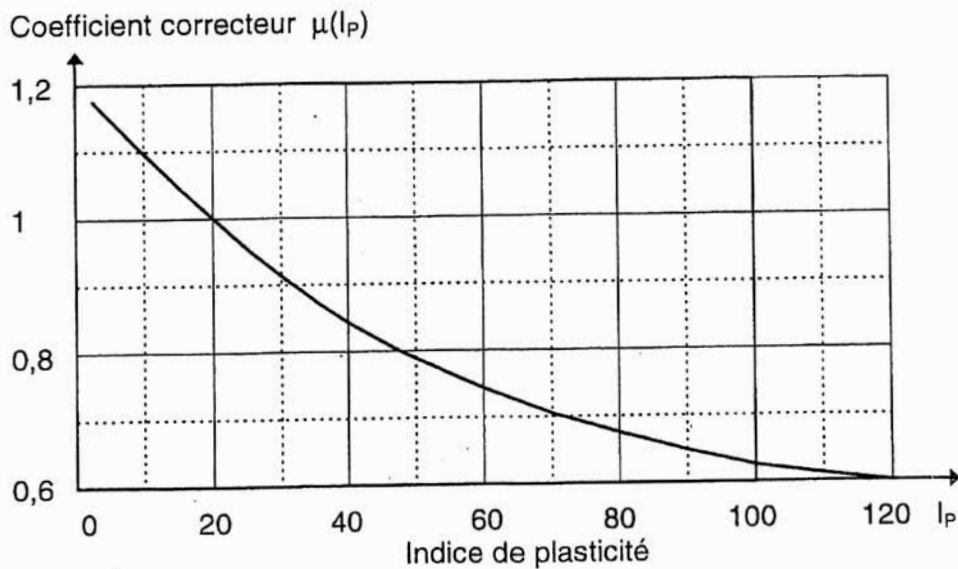
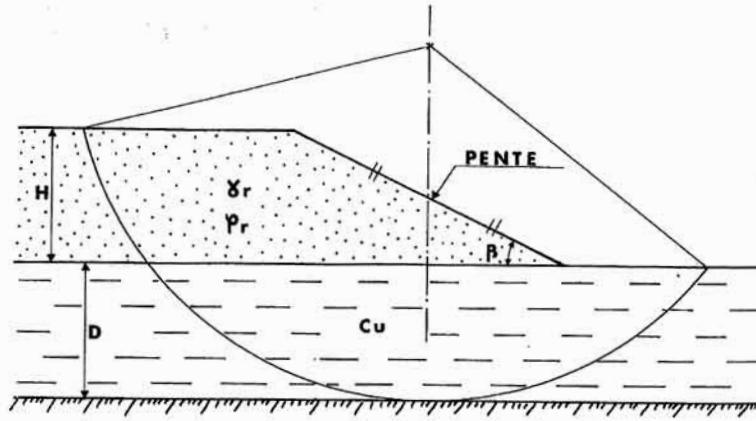


Figure 7 – Facteur de correction sur la résistance au cisaillement non drainé c_u pour les calculs de stabilité des remblais sur sols mous



$$N = \frac{c_u}{\gamma_r \cdot H}$$

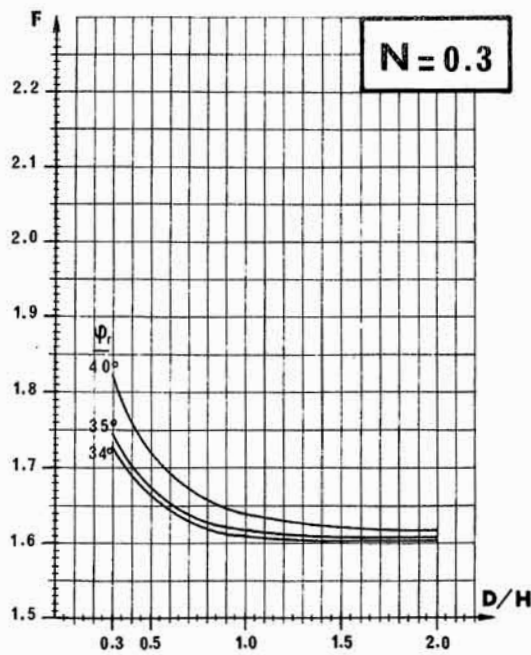
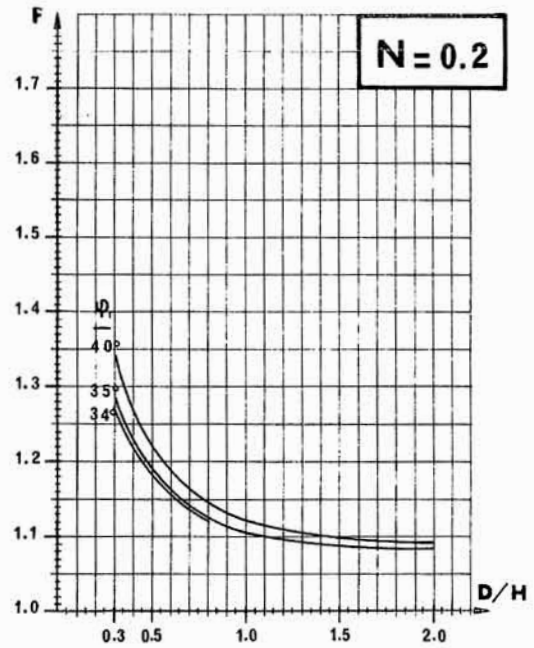
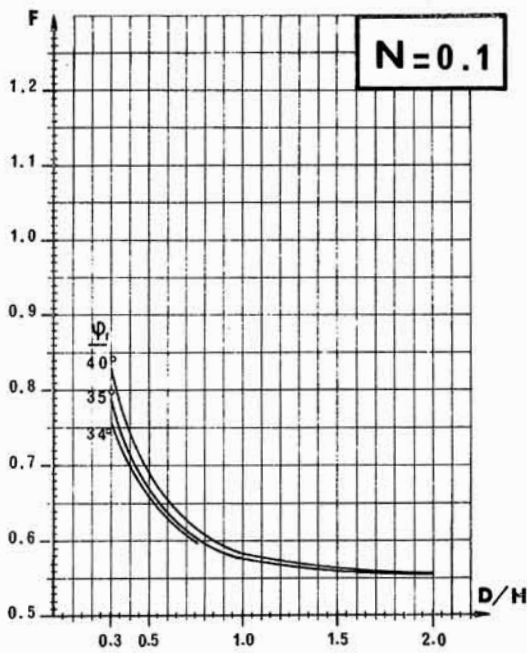


Figure 8 – Extrait des abaques de Pilot-Moreau (1973) pour les calculs de stabilité des remblais sur sols mous

ANNEXE 2 – NOTATIONS, DEFINITION DE PARAMETRES

Essais de compressibilité à l'oedomètre, consolidation : définitions

C_c : coefficient ou indice de compression

C_s : coefficient ou indice de gonflement

σ'_{vp} : contrainte de préconsolidation verticale

c_v : coefficient de consolidation verticale

c_r : coefficient de consolidation radiale

$T_v = c_v t / H_d^2$: facteur temps (consolidation unidimensionnelle de Terzaghi)

U_v (%) : degré de consolidation moyen d'une couche de sol compressible (consolidation unidimensionnelle de Terzaghi)

Essai triaxial : notations

$q = \sigma_v - \sigma_h$: déviateur des contraintes (positif pour des essais de cisaillement en compression), avec σ_v contrainte axiale et σ_h contrainte latérale (on définit aussi, en contraintes effectives, $q' = \sigma'_v - \sigma'_h = q$) ; pour des essais de compression, $\sigma_v = \sigma_1$ (contrainte principale majeure) et $\sigma_h = \sigma_3$ (contrainte principale mineure) ;

$p = (\sigma_v + 2\sigma_h)/3$: contrainte moyenne totale ($p' = p - u$, contrainte moyenne effective) ;

σ'_c : contrainte de consolidation isotrope appliquée à l'éprouvette triaxiale avant cisaillement, dans les essais CD ou CU ;

p_{cell} : pression du liquide (eau, huile) de confinement de l'éprouvette, contenu dans la cellule triaxiale, permettant, en particulier, de consolider les éprouvettes dans les essais CD et CU ;

u : pression interstitielle régnant dans l'éprouvette : $u = u_0 + \Delta u$, u_0 étant une contrepression éventuelle régnant dans l'éprouvette avant cisaillement (habituellement appliquée pour améliorer la saturation des éprouvettes), Δu étant la surpression interstitielle. Dans un essai consolidé drainé (CD) ou consolidé non drainé (CU), $\sigma'_c = p_{cell} - u_0$

Qualité des ambiances

Partie « Acoustique »

Problème : Emission sonore d'une source ponctuelle en champ libre et semi-libre

Notations : on notera « j » le nombre complexe tel que : $j = \sqrt{-1}$. On notera « Δ » l'opérateur Laplacien.

Problème : Emission sonore d'une source ponctuelle en champ libre ou semi-libre

On se place dans un espace infini rempli d'air supposé homogène et isotrope, caractérisé par une masse volumique ρ ($1,2 \text{ kg/m}^3$) et une célérité des ondes sonores c (340 m/s). On suppose que les hypothèses classiques de l'acoustique linéaire s'appliquent. On considèrera dans l'ensemble du problème que les ondes sonores ont un mouvement harmonique en $\exp(+j\omega t)$ où ω est la pulsation de l'onde.

Partie 1 : rappel des lois fondamentales de propagation

1. **Rappeler** l'équation de Helmholtz (équation des ondes pour un mouvement harmonique) qui régit la pression acoustique $p(M)$ en un point M de l'espace.
2. Solution en dimension 1. On supposera dans un premier temps que l'onde sonore ne peut se propager que dans une seule direction. On repère la position du point M par son abscisse x suivant cette direction. **Montrer** qu'une onde telle que : $p(M) = A \exp(-jkx)$ où A est l'amplitude de la pression acoustique et k le nombre d'onde (ou constante de propagation) est solution de l'équation de Helmholtz. **Comment** appelle-t-on une telle onde ? **Comment** évolue son amplitude avec la distance ?
3. **Exprimer** la vitesse particulière v du milieu. On utilisera pour cela l'équation d'Euler : $\overrightarrow{\text{grad}}(p) = -\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$. **Préciser** si cette vitesse est en phase ou non avec la pression acoustique.
4. **En déduire** que l'impédance acoustique spécifique Z_0 d'une telle onde (rapport entre la pression acoustique et la vitesse particulière) vaut $Z_0 = \rho c$. **Evaluer** Z_0 .

Partie 2 : ondes acoustiques en dimension 3

Cette fois, l'onde se propage dans toutes les directions de l'espace. On repère la position du point M dans l'espace par ses coordonnées polaires (r, θ, ϕ) . On supposera que les ondes ont une symétrie sphérique et qu'en conséquence, la pression acoustique p ne dépend pas des coordonnées angulaires θ et ϕ . Sous cette condition, on rappelle que l'opérateur Laplacien se

réduit en coordonnées polaires à : $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r}$.

5. **Montrer** qu'une onde s'écrivant $p(r) = \frac{A}{r} \exp(-jkr)$ où A est une constante, est solution de l'équation de Helmholtz. **Comment** appelle-t-on une telle onde ? **Comment** évolue son amplitude avec la distance ?

6. A l'aide de l'équation d'Euler, **établir l'expression** de la vitesse particulière v du milieu. On rappelle que la composante radiale du gradient est : $\text{grad}_r = \frac{\partial}{\partial r}$. **Préciser** si cette vitesse est en phase ou non avec la pression acoustique.

7. **En déduire** que l'impédance acoustique spécifique Z d'une telle onde s'écrit : $Z = (\alpha + j\beta)$ avec α (résistance spécifique acoustique) et β (réactance spécifique acoustique) des quantités réelles que l'on exprimera toutes deux en fonction de Z_0 et du produit kr .

Montrer qu'en champ proche (condition $kr \ll 1$), la réactance spécifique acoustique prédomine et Z peut être approximé par $Z \approx jZ_0 kr$.

Montrer qu'en champ lointain (condition : $kr \gg 1$), l'impédance acoustique spécifique Z tend vers celle obtenue en dimension 1 ($Z \approx Z_0$).

8. **Montrer** que l'intensité acoustique, définie par $I = \frac{1}{2} \text{Re}(pv^*)$ où $\text{Re}(\)$ désigne la partie réelle d'un nombre complexe et v^* désigne le nombre complexe conjugué de v , peut se ramener à l'expression suivante : $I = \frac{1}{2} \frac{1}{Z_0} \frac{|A|^2}{r^2}$

Partie 3 : Introduction d'une source sonore : la sphère pulsante.

On suppose que l'on introduit dans l'espace une sphère centrée sur l'origine, de rayon a et dont tous les points de la surface vibrent radialement en phase (symétrie radiale), selon un mouvement sinusoïdal de pulsation ω et d'amplitude en vitesse V_a (sphère pulsante). On suppose que le déplacement de la surface est beaucoup plus petit que le rayon de la sphère a . La sphère émet ainsi des ondes acoustiques qui se propagent dans l'espace et dont les caractéristiques ont été étudiées précédemment en partie 2.

9. En supposant que la sphère est de petite dimension par rapport à la longueur d'onde, et en se référant à la question 7, **exprimer** l'impédance acoustique spécifique Z_a en $r = a$.

10. **Montrer** alors que la pression acoustique sur la sphère peut s'écrire : $p(a) = j Z_0 V_a k a$. **En**

déduire la valeur du module du coefficient d'amplitude de pression $|A|$.

11. En intégrant l'intensité acoustique sur une sphère fictive de rayon r centrée sur la source, **montrer** que la puissance acoustique moyenne W de la source est indépendante de la distance r et s'écrit : $W = \frac{1}{2} \frac{4\pi}{Z_0} |A|^2$.
12. **En déduire** que la relation entre la puissance acoustique et la pression acoustique efficace p_{eff} en un point à une distance r du centre de la source s'écrit : $W = \frac{1}{Z_0} 4\pi r^2 |p_{eff}|^2$. **Traduire** cette expression en reliant le niveau de puissance acoustique L_W en décibels (dB) (ref. 10^{-12} Watts) et le niveau de pression acoustique L_p en dB (ref. $2 \cdot 10^{-5}$ Pa).
13. **Application numérique** : la sphère pulsante a pour rayon $a = 25$ mm. Elle vibre à une fréquence de 315 Hz et avec une amplitude maximum de 1 mm.
- Montrer** que les hypothèses de source ponctuelle (petite sphère pulsante) sont vérifiées.
 - Calculer** l'amplitude maximum de vitesse de la surface de la sphère V_a
 - Calculer** la puissance acoustique W de la source sonore et son niveau de puissance acoustique L_W .
 - Calculer** le niveau de pression acoustique en dB (re. $2 \cdot 10^{-5}$ Pa) à une distance $r = 5$ m de la source, puis à une distance $r = 10$ m de la source.

Partie 4 : Introduction d'un plan réflecteur.

La source sonore est placée à une distance h_S au dessus d'un sol plan, infini, qui limite l'espace en un espace semi-infini. On place un récepteur acoustique (microphone) en un point de l'espace semi-fini situé à une distance r de la source ponctuelle. La pression sonore en ce point s'écrit sous la forme : $p(r) = \frac{A}{r} \exp(-jkr) + \mathcal{R} \frac{A}{r'} \exp(-jkr')$

14. **Expliquer** à quoi correspondent physiquement chacun des deux termes de la somme ainsi que la grandeur r' et le paramètre \mathcal{R} . On pourra s'aider d'un schéma pour illustrer l'explication. On considère par la suite que $\mathcal{R} = 1$. **Dire** ce que signifie cette hypothèse.
15. On introduit $\delta = r' - r$ et on suppose que $\delta \ll r$. **Montrer** que la pression sonore s'annule à la fréquence $f_c = c/2\delta$. **Comment** est qualifié ce phénomène ?
16. **Calculer** f_c lorsque la source ponctuelle est à $h_S = 0,5$ m au dessus du sol et que le point récepteur se situe à une distance horizontale de 3 m par rapport à la source et à une hauteur de 1 m au dessus du sol.
17. **Exprimer** la pression acoustique si la source ponctuelle est placée sur le sol ($h_S = 0$). **Calculer** la variation du niveau sonore au point récepteur (en dB re. $2 \cdot 10^{-5}$ Pa) apportée par l'introduction du sol par rapport aux conditions de champ libre.

Qualité des ambiances

Partie « Thermique »

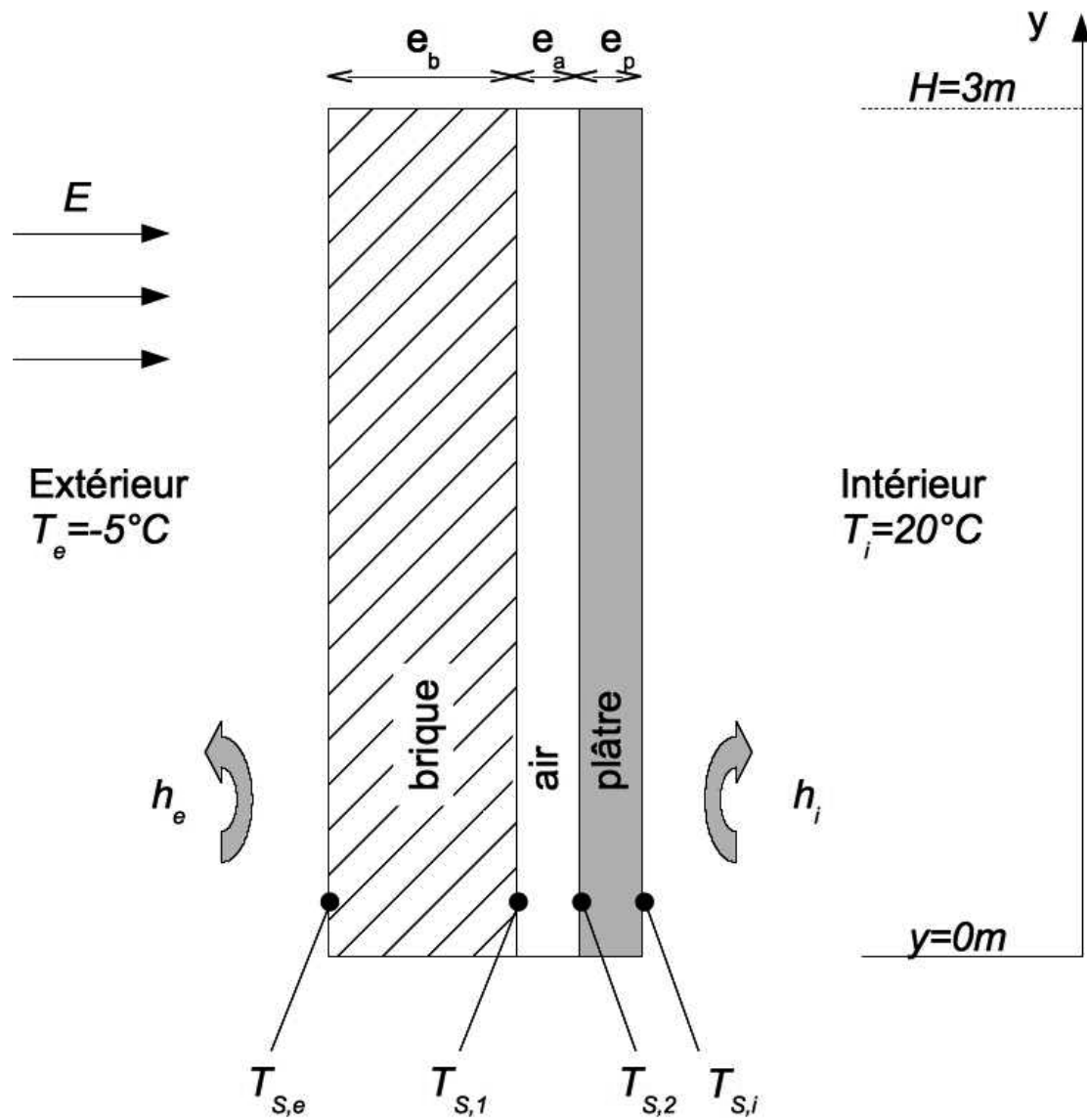


Figure 1: Schéma de la paroi étudiée

On considère une paroi constituée d'une couche de brique et d'une couche de plâtre dans laquelle est ménagée une cavité verticale remplie d'air (voir Figure 1).

Hypothèses:

- Régime permanent,
- Transferts de chaleur par conduction unidirectionnels
- L'environnement se comporte comme un corps noir à température T_e à l'extérieur, et T_i à l'intérieur
- Les surfaces sont grises vis-à-vis du rayonnement

Données du problème:

- Paroi de hauteur $H=3m$ et largeur $L=4m$,
- Température d'air extérieure $T_e=-5^\circ C$,
- Température d'air intérieure $T_i=20^\circ C$,
- Coefficient d'échange convectif superficiel extérieur $h_e=15,4W/m^2.K$,
- Coefficient d'échange convectif superficiel intérieur $h_i=9,1W/m^2.K$,
- Couche de brique: épaisseur $e_b=15cm$, conductivité thermique $\lambda_b=1,1W/m.K$,
- Couche de plâtre: épaisseur $e_p=1,5cm$, conductivité thermique $\lambda_p=0,35W/m.K$,
- Cavité d'air: épaisseur $e_a=2,5cm$, conductivité thermique $\lambda_a=0,024W/m.K$,
- Flux solaire normal à la paroi: $E=800W/m^2$
- Coefficient d'absorption grande longueur d'onde ($\lambda>2,5\mu m$) de la brique: $\alpha_{1,GLO}=0,8$
- Coefficient d'absorption courte longueur d'onde ($\lambda<2,5\mu m$) de la brique : $\alpha_{1,CLO}=0,45$
- Coefficient d'absorption grande longueur d'onde ($\lambda>2,5\mu m$) du plâtre: $\alpha_{2,GLO}=0,9$
- Constante de Stefan-Boltzmann: $\sigma=5,67.10^{-8} W/m^2.K^4$
- La température $0^\circ C$ correspond à $T=273,15K$.

Partie 1: échanges radiatifs grande longueur d'onde

Dans la Partie 1, les échanges radiatifs courte longueur d'onde ne sont pas pris en compte.

1. **Expliquer** quels sont les différents phénomènes de transfert de chaleur mis en jeu entre la paroi et son environnement, coté extérieur.
2. **Donner** l'expression analytique de la densité de flux net radiatif $\varphi_{r, int}$ (en W/m^2) sortant de la paroi et échangé avec l'environnement côté intérieur, **exprimer** celui-ci sous la forme:

$$\varphi_{r, int} = h_{r,int} (T_{S,i} - T_i)$$

Donner l'expression de $h_{r,int}$.

3. En supposant que $T_{S,i} \approx T_i$, **calculer** $h_{r,int}$.
4. En utilisant la même méthodologie que précédemment, **donner** la valeur numérique de $h_{r,ext}$.

Dans la suite du problème, on prendra $h_{r,ext}=h_{r,int}=h_r=5W/m^2.K$.

Partie 2 : étude globale de la paroi

Dans cette partie, les échanges convectifs et radiatifs dans la lame d'air sont négligés : seule est prise en compte la conduction dans la cavité d'air. Les surfaces extérieures échantent par

convection et rayonnement grande longueur d'ondes avec l'intérieur et l'extérieur.

5. Sans ensoleillement, **calculer** les températures des surfaces 1 et 2 notées respectivement $T_{S,1}$ et $T_{S,2}$.
6. La face extérieure reçoit un éclairement solaire ($E=800W/m^2$) qu'elle absorbe partiellement ($\alpha_{1,CLO}=0,45$). **Donner** l'expression analytique de la température de surface extérieure $T_{S,e}$ et sa valeur numérique.

Partie 3 : étude de la lame d'air

Dans cette partie, on se propose d'étudier plus précisément ce qu'il se passe dans la lame d'air. Les températures des parois de la lame d'air 1 et 2 sont fixées et égales à $T_{S,1} = -1^\circ\text{C}$ et $T_{S,2}=17^\circ\text{C}$.

7. **Expliquer** quels sont les échanges ayant lieu dans la lame d'air et entre les parois 1 et 2.
8. Pour le calcul des échanges radiatifs, nous négligerons les effets de bords : les échanges radiatifs sont totaux entre les surfaces 1 et 2. **Déterminer**, de façon analytique, le flux net radiatif $\varphi_{R,21}$, par unité de surface, échangé entre les surfaces 1 et 2 et allant de 2 vers 1. **Calculer** sa valeur numérique.
9. Dans la lame d'air, l'ensemble des échanges conductifs et convectifs peuvent être représentés par une conductivité équivalente λ_e dont la valeur est donnée par :

$$\frac{\lambda_e}{\lambda} = 1 \quad \text{pour } Pr \cdot Gr \leq 2000$$
$$\frac{\lambda_e}{\lambda} = 0,18 \cdot (Pr \cdot Gr)^{1/4} \quad \text{pour } Pr \cdot Gr > 2000$$

avec:

$$Pr = \frac{\mu \cdot C_p}{\lambda}$$
$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot |T_{S,2} - T_{S,1}| \cdot e_a^3 \cdot \rho^2}{\mu^2}$$

où λ est la conductivité de l'air. Le nombre de Grashof est alors basé sur l'épaisseur de la lame d'air et la différence de température entre les surfaces 1 et 2. Les propriétés de l'air sont prises à la température $(T_{S,1}+T_{S,2})/2$.

Donner la valeur de λ_e .

Données de l'air à 8°C :

- ▶ $\beta = (1/281) K^{-1}$,
- ▶ $g = 9,81 m/s^2$,
- ▶ $\rho = 1,275 kg/m^3$,
- ▶ $\mu = 17,91 \cdot 10^{-6} Pa.s$,
- ▶ $C_p = 1000 J/kg \cdot ^\circ C$,
- ▶ $\lambda = 0,024 W/m.K$.

10. **Donner** l'expression analytique du flux conductif + convectif $\varphi_{CC,21}$, par unité de surface, échangé entre les deux parois et allant de 2 vers 1. **Calculer** sa valeur numérique.
11. **Evaluer** le flux total φ_{21} , par unité de surface, à travers la couche d'air et allant de 2 vers 1.
12. **Evaluer** le flux φ_{21} dans le cas où l'espace cavitaire est rempli de mousse polyuréthane.

Données relatives à la mousse polyuréthane :

- ▶ $\lambda = 0.026 W/m.K$,
- ▶ $\rho = 70 kg/m^3$,
- ▶ $C_p = 1045 J/kg.K$

Partie 4 : ventilation de la lame d'air

Les températures des parois de la lame d'air 1 et 2 sont fixées et égales à $T_{S,1} = -1^\circ C$ et $T_{S,2} = 17^\circ C$. La cavité d'air est à présent ventilée par un flux d'air extérieur introduit en $y=0m$, et de débit massique $Q_m = 0,2 kg/s$. Le coefficient d'échange convectif entre les parois et l'air vaut $h = 20 W/m^2.K$. La capacité calorifique de l'air vaut $C_p = 1000 J/kg.K$.

13. Après avoir écrit le bilan énergétique sur un volume élémentaire de fluide dy , **établir**, sous forme analytique, l'équation différentielle permettant de déterminer l'évolution de la température de l'air $Ta(y)$ dans la lame ventilée.
14. **Donner** l'expression analytique de $Ta(y)$.
15. **Calculer** la température de l'air à la sortie de la cavité ventilée $y=H$.