

**EXERCICE 2****Alternateur à griffes pour application automobile**

L'alternateur à griffes constitue de nos jours la seule source électromécanique d'énergie électrique à bord des véhicules automobiles. Entraîné par le moteur à combustion interne du véhicule, il a pour rôle d'alimenter en courant continu tous les récepteurs reliés au réseau de bord, et plus particulièrement de charger la batterie. C'est une machine synchrone triphasée particulière à structure robuste et simple ; sa réalisation à coût réduit le rend particulièrement attractif.

Pour augmenter la sécurité et le confort des usagers, des dispositifs électriques de plus en plus nombreux sont embarqués dans l'automobile et requièrent de ce fait des puissances d'alimentation croissantes: éclairage, essuyage et nettoyage des pare brise et lunettes arrière, relevage des vitres électriques, chauffage des sièges, contrôle - commande du système antiblocage des roues, de la climatisation du véhicule, des airbags, gestion électronique du moteur, de la direction assistée, des suspensions actives, etc. Pour répondre à cette évolution, le débit de l'alternateur a quasiment doublé dans les dix dernières années (120 A à 230 A), son encombrement total étant maintenu constant.

A ces contraintes de puissance, il faut ajouter aujourd'hui les contraintes économiques et environnementales. Le transport est en effet à l'origine de 23% des émissions de CO<sub>2</sub>, 93% d'entre elles étant engendrées par le transport routier. Des directives fortes incitent aujourd'hui à réduire la consommation énergétique du véhicule et la pollution qui en résulte. Ainsi l'objectif au niveau européen est de limiter, dès 2012, l'émission de CO<sub>2</sub> à 120 g par kilomètre pour les véhicules neufs. Les efforts de recherche sont menés au niveau des moteurs thermiques et tous les auxiliaires électriques en particulier l'alternateur. Sachant que le rendement maximal de l'alternateur ne dépasse pas 50% et que 100 W de puissance consommée correspondent à 0,1 litre de carburant pour 100 km parcourus, on peut évaluer les enjeux actuels à améliorer l'efficacité de cette machine électrique.

Le sujet propose d'étudier et d'analyser le fonctionnement de cette machine en s'appuyant sur quatre parties :

- Partie A : modélisation du circuit magnétique
- Partie B : modélisation de l'alternateur à griffes
- Partie C : modélisation du circuit électrique
- Partie D : estimation d'un rendement de l'alternateur à griffes.

Seules les parties A et B sont dépendantes.

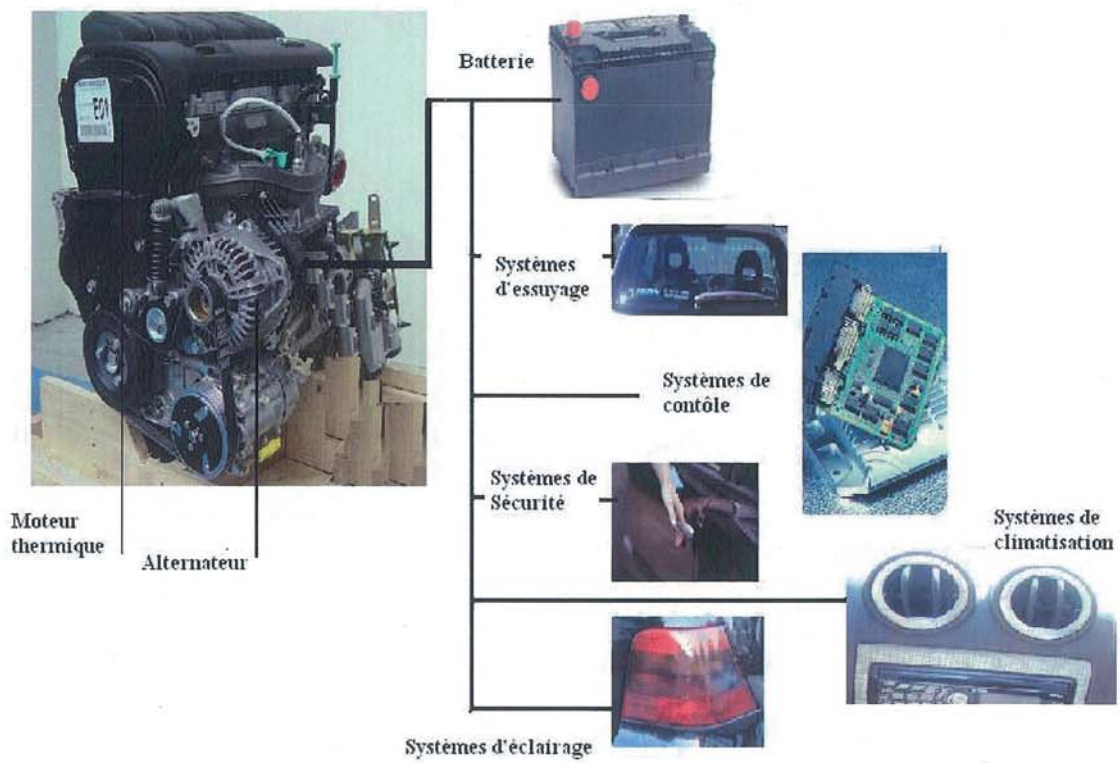


Figure 1 : Alternateur automobile dans son environnement

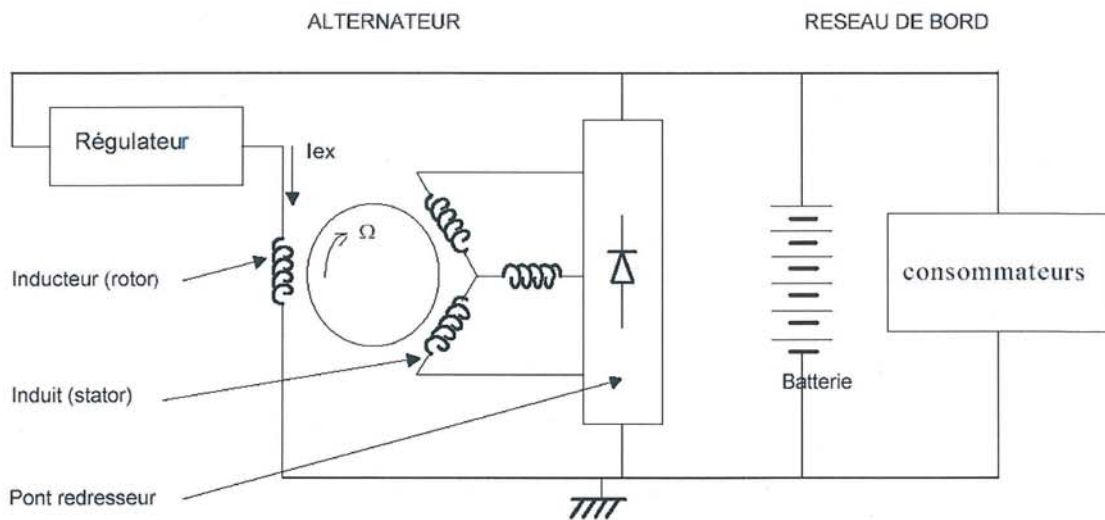


Figure 2 : Schéma électrique de l'alternateur



### Description de l'alternateur à griffes

L'alternateur à griffes est une machine triphasée dont le rotor possède une structure particulière (Fig.3 à 6). Ce dernier est constitué d'un noyau magnétique inséré entre deux roues polaires composées de plateaux et de griffes (Fig.4 et Fig.5). Ces griffes sont disposées de manière intercalée et créent une alternance de  $p$  pôles nord et  $p$  pôles sud. On a donc comme dans une machine classique  $p$  paires de pôles. La bobine excitatrice réalisée autour du noyau est alimentée par des bagues tournantes sur lesquelles frottent des balais. Cette géométrie engendre une circulation tridimensionnelle du flux de la machine et rend sa modélisation complexe (Fig.6). Le flux inducteur créé par la bobine d'excitation traverse tout d'abord axialement le noyau puis radialement les plateaux. Il passe ensuite dans les griffes et traverse l'entrefer avant d'atteindre les dents statoriques puis la culasse où il est azimutal.

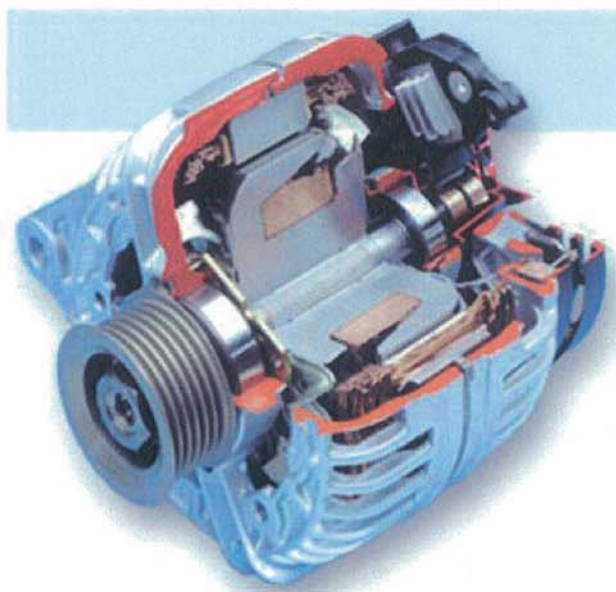


Figure 3 : Vue de la machine



Figure 4 : vue du stator et du rotor

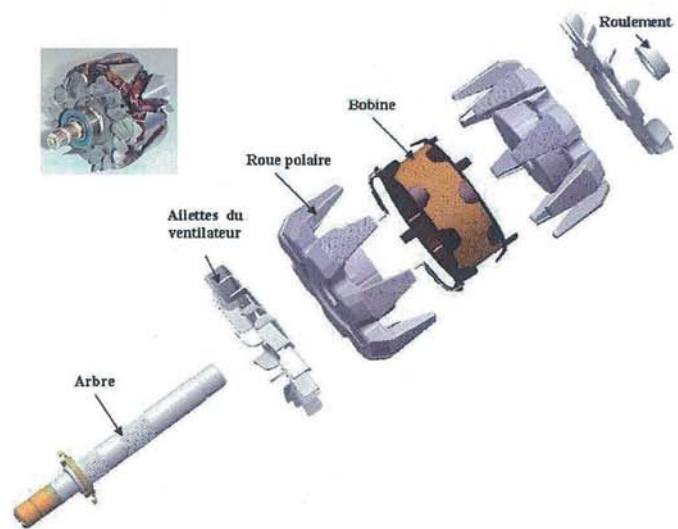


Figure 5 : Vue éclatée du rotor

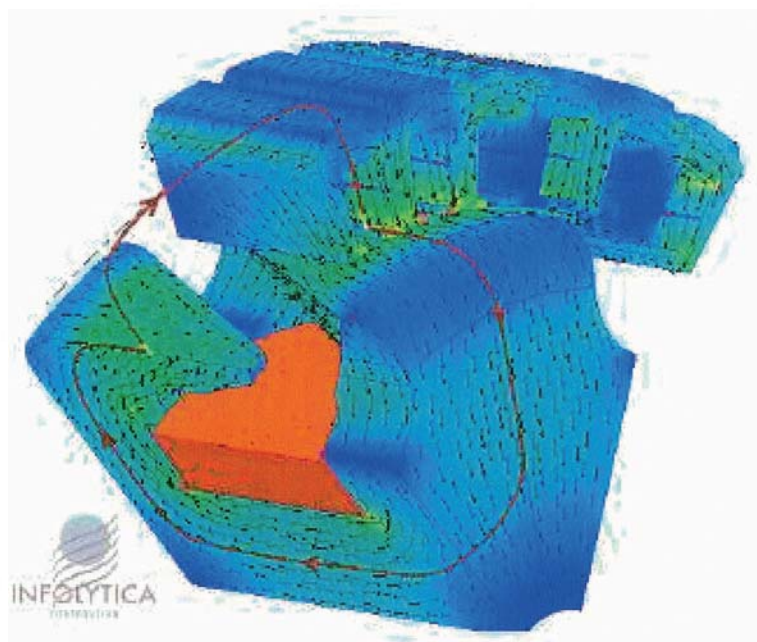


Figure 6 : Répartition du flux dans la machine

## Partie A Modélisation du circuit magnétique

### A.1 Calculs préliminaires

On considère le circuit magnétique torique à section circulaire de la figure A.1.a, réalisé en matériau magnétique doux et comportant un enroulement primaire d'excitation ayant  $N_1$  spires.

Q. 1 Montrer que ce circuit est équivalent au circuit électrique de la figure A.1.b. On négligera les fuites et supposera le matériau magnétique linéaire et de perméabilité  $\mu$ .

Q. 2 Donner l'expression littérale de la réluctance  $\mathfrak{R}$  du circuit magnétique.

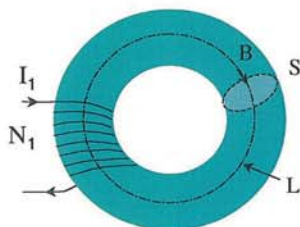


Figure A.1.a : Circuit magnétique torique de section constante avec sa bobine d'excitation

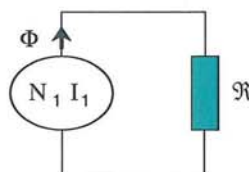


Figure A.1.b : Circuit électrique équivalent.

Q. 3 Déterminer la valeur de  $\mathfrak{R}$  pour  $L = 50 \text{ mm}$ ,  $S = 10 \text{ mm}^2$  et  $\mu_r = 2500$ .

On rappelle que la perméabilité du vide vaut  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ .

On enlève la bobine d'excitation et on remplace une portion du circuit magnétique par un aimant permanent ayant les caractéristiques suivantes :

- polarisation magnétique constante égale à  $J_a$ ,
- longueur  $L_a$ ,
- section  $S_a$  égale à  $S$ .

Q. 4 Quel est le circuit électrique équivalent de ce nouveau circuit magnétique ? Déterminer les expressions de ses différents constituants en fonction des caractéristiques magnétiques et dimensionnelles de l'aimant et du matériau magnétique doux. On appellera  $\varepsilon_a$  la force magnétomotrice,  $\mathfrak{R}_m$  et  $\mathfrak{R}_a$  les réluctances respectives de l'aimant et du circuit magnétique.

Q. 5 Applications numériques pour  $J_a = 1 \text{ T}$ ,  $L_a = 10 \text{ mm}$ . Déterminer les valeurs numériques de  $\varepsilon_a$ ,  $\mathfrak{R}_m$  et  $\mathfrak{R}_a$ .

On généralise le calcul de la réluctance au cas d'un tube de flux délimité par deux surfaces de sections  $S_1$  et  $S_2$  ( $S_1 < S_2$ ). La figure A.2 donne un schéma de représentation de ce tube de



flux.  $S_1$  et  $S_2$  sont portées respectivement aux potentiels scalaires magnétiques  $V_1$  et  $V_2$ . La notion de potentiel magnétique est tout à fait comparable à la notion de potentiel électrique. Le tube du flux est ainsi soumis à une différence de potentiel  $V_2 - V_1$  qui n'est autre que la force magnétomotrice vue par le tube de flux.

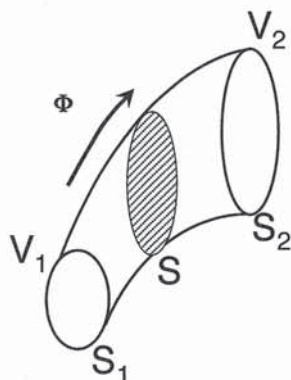


Figure A.2 : Tube de flux

- Q. 6 Comment varie l'induction magnétique dans le tube ? Justifier la réponse.
- Q. 7 Exprimer la réluctance  $\mathfrak{R}(\Phi)$  de ce tube de flux de fonction de  $V_2$ ,  $V_1$  et  $\Phi$ .
- Q. 8 Donner l'expression reliant  $\mathfrak{R}$  aux paramètres géométriques du tube de flux et à la perméabilité  $\mu$  du milieu qui le constitue. On se placera dans le cas général où ce milieu a un comportement magnétique non linéaire.  $\mu$  dépend de la position longitudinale du tube de flux.
- Q. 9 Montrer que, dans le cas où  $S_1=S_2=S$ , la perméabilité  $\mu$  est constante dans le tube de flux et qu'on retrouve l'expression obtenue dans Q.2.
- Q. 10 Application numérique dans le cas où le tube de flux est un cylindre de rayon  $r_1 = 10$  mm et de longueur  $L = 100$  mm. Le matériau est en Fer Silicium de perméabilité magnétique relative supposée constante et égale à 5000.

On considère un tube de flux de longueur  $L$  et de sections  $S_1$  et  $S_2$ . Ces sections sont supposées circulaires de rayon  $r_1$  et  $r_2$  et telles que  $S_1 = 4S_2$ . Le rayon du tube varie linéairement de  $r_1$  et  $r_2$ .

- Q. 11 Donner l'expression de la réluctance de ce tube en fonction du rayon  $r_1$  et de la perméabilité magnétique  $\mu$  supposée constante. Application numérique pour  $\mu_r = 5000$  et  $r_1 = 10$  mm

## **A.2 Schéma électrique équivalent à vide de la machine**

On cherche à modéliser le circuit magnétique de la machine par un réseau de réluctances. Pour ce faire, nous considérons une géométrie simplifiée avec les caractéristiques données dans le tableau A.1 et la figure A.2.

Compte tenu de la symétrie du problème, on limitera l'étude au circuit magnétique correspondant à une seule paire de pôle.

Q. 12 Calculer le nombre de griffes  $N_{\text{griffe}}$  et le nombre de dents  $N_{\text{dent}}$  de ce circuit magnétique.

Tableau A.1 : Caractéristiques de la machine		
Paramètre	Désignation	valeur
$p$	Nombre de paire de paire de pôle	6
$e$	entrefer entre le stator et le rotor	0.3 mm
Rotor		
$n_{\text{griffe}}$	Nombre de griffes au rotor	12
$R_{\text{noyau}}$	Rayon extérieur du noyau	60 mm
$R_{\text{arbre}}$	Rayon de l'arbre	10 mm
$L_{\text{noyau}}$	Longueur du noyau	30 mm
$l_{\text{base,griffe}}$	Largeur de la base de la griffe	30 mm
$h_{\text{base,griffe}}$	Hauteur de la base de la griffe	10 mm
$l_{\text{bout,griffe}}$	Largeur du bout de la griffe	5 mm
$\mu_{\text{rotor}}$	Perméabilité magnétique de la griffe	variable
$n_{\text{exc}}$	Nombre de spires de la bobine d'excitation	360
$I_{\text{exc}}$	Courant d'excitation de la machine	variable
Stator		
$n_{\text{dent}}$	Nombre de dents au stator	36
$l_{\text{stator}}$	Largeur du stator	30 mm
$l_{\text{dent}}$	Largeur d'une dent	4 mm
$h_{\text{dent}}$	Hauteur d'une dent	10 mm
$l_{\text{encochee}}$	Largeur de l'ouverture d'encoche	4 mm
$l_{\text{culasse}}$	Largeur de la culasse	10 mm
$h_{\text{culasse}}$	Hauteur de la culasse	5 mm
$\mu_{\text{stator}}$	Perméabilité magnétique de la griffe	variable
$n_{\text{stator}}$	Nombre de spires de chaque bobine statorique	36

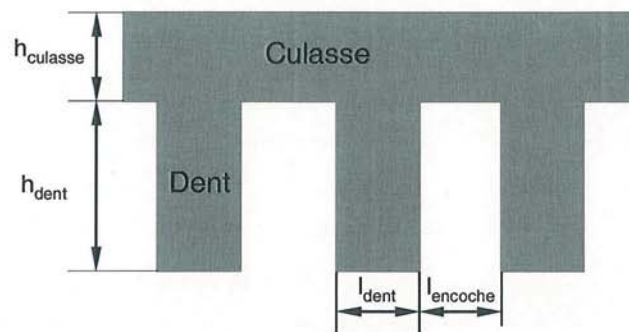
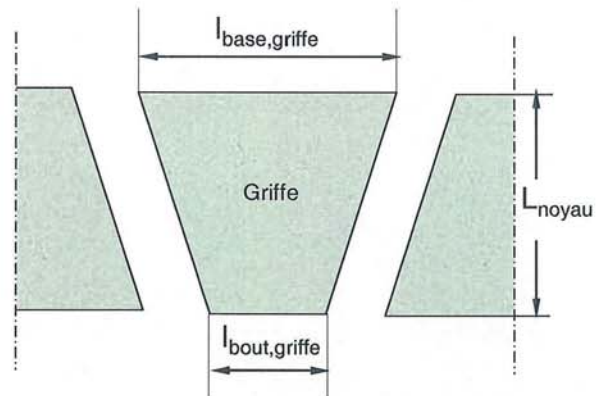
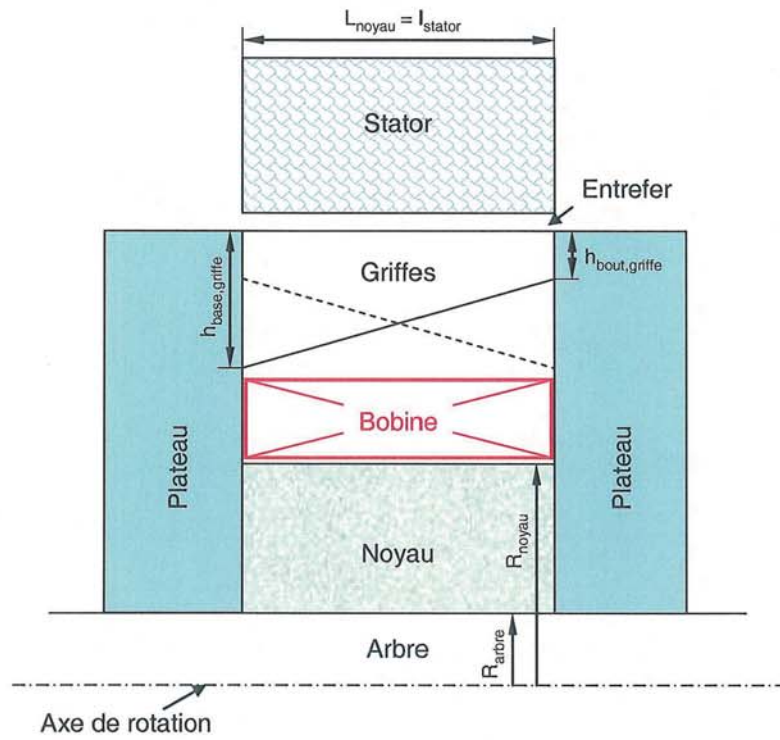


Figure A.2 : Caractéristiques dimensionnelles de la machine



Q. 13 Donner le schéma électrique équivalent de ce circuit. On négligera toutes les fuites et la contribution du plateau. On appellera  $\mathfrak{R}_{\text{noyau}}$ ,  $\mathfrak{R}_{\text{griffe}}$ ,  $\mathfrak{R}_{\text{entrefer}}$ ,  $\mathfrak{R}_{\text{dent}}$  et  $\mathfrak{R}_{\text{culasse}}$  les reluctances associées au noyau, à une griffe, à l'entrefer, aux dents statoriques et à la culasse. Le calcul de  $\mathfrak{R}_{\text{dent}}$  doit tenir compte du nombre des dents vues par une griffe soit  $N_{\text{dent}} / 2$ .

Q. 14 Montrer que la réluctance du noyau s'exprime par la relation suivante :

$$\mathfrak{R}_{\text{noyau}} = \frac{1}{\mu_{\text{rotor}}} \frac{L_{\text{noyau}} \cdot p}{\pi(R_{\text{noyau}}^2 - R_{\text{arbre}}^2)}$$

Q. 15 Déterminer l'expression de  $\mathfrak{R}_{\text{griffe}}$  en fonction des paramètres donnés au tableau A.1. La section de passage du flux sera prise égale à la section de la base de la griffe et la longueur moyenne à la longueur médiane entre le centre de la base et le centre de la surface supérieure de la griffe.

Q. 16 Exprimer  $\mathfrak{R}_{\text{entrefer}}$  en considérant la machine à entrefer lisse et un coefficient de Carter  $K_c = 1.5$ .

Q. 17 Déterminer l'expression de  $\mathfrak{R}_{\text{dent}}$  en considérant que la section de passage du flux dans les dents est deux fois plus faible que dans l'entrefer.

Q. 18 Donner l'expression de  $\mathfrak{R}_{\text{culasse}}$ . La longueur moyenne du flux sera considérée égale à la distance entre les axes de deux dents successives.

Q. 19 Applications numériques. Calculer les valeurs de ces cinq réluctances en considérant une perméabilité relative au stator et au rotor égale à 2000.

Q. 20 Déterminer la valeur du flux magnétique pour un courant d'excitation  $I_{\text{exc}}$  égal à 1 A puis 3 A.

Q. 21 Déterminer, pour ces deux cas, les valeurs de l'induction magnétique dans les différentes parties du circuit magnétique  $B_{\text{noyau}}$ ,  $B_{\text{griffe}}$ ,  $B_{\text{entrefer}}$ ,  $B_{\text{dent}}$  et  $B_{\text{culasse}}$ .

Q. 22 Que peut on conclure de ce calcul sachant que le circuit magnétique du rotor est réalisé en acier massif et que celui du stator est un circuit feuilleté en tôles FeSi ?

En pratique, le flux n'est pas toujours totalement canalisé par le circuit magnétique. De nombreuses fuites existent et doivent être considérées afin de disposer d'un modèle précis de la machine : fuites entre les griffes, entre griffes et noyau, entre griffes et stator, etc. Elles restent cependant difficiles à évaluer et compliquent le calcul de la machine.

Q. 23 Pour illustrer ces effets, et à titre d'exemple, donner le schéma électrique équivalent en tenant compte des fuites entre les griffes. On notera  $\mathfrak{R}_{\text{gg}}$  la réluctance correspondante.

Le schéma électrique équivalent établi dans cette partie avec ou sans fuites correspond à la trajectoire principale du flux dans le circuit magnétique. Dans une représentation de Park, c'est le schéma électrique équivalent dans l'axe d de la machine.

### **A.3 Prise en compte de la réaction d'induit dans le réseau de réductance**

Dans une machine électrique, les courants dans le bobinage d'induit créent une force magnétomotrice qui peut modifier l'état magnétique du circuit magnétique. C'est la réaction d'induit.

On peut modéliser cette réaction d'induit dans l'axe principal de la machine, en introduisant dans le schéma réductant une source d'ampères-tours équivalente égale à  $\varepsilon_d = \gamma I_d$  où  $I_d$  est la composante du courant suivant l'axe d et  $\gamma$  un coefficient de valeur positive.

- Q. 24 Placer cette source  $\varepsilon_d$  dans le schéma équivalent quand toutes les fuites sont négligées.
- Q. 25 Placer cette source dans le schéma équivalent quand on tient compte des fuites entre les griffes.

## Partie B

### Modélisation de l'alternateur

Le fonctionnement d'une machine synchrone peut être modélisé par trois approches différentes permettant de décrire le couplage électromagnétique entre le circuit électrique et le circuit magnétique. Elles font appel aux modèles de Behn-Eschenbourg, de Potier et de Blondel.

Q. 26 Quelles sont les hypothèses d'application de chacun de ces trois modèles ?

On considère les notations suivantes :

- $R_S$ ,  $L_f$ , la résistance et l'inductance de fuite d'une phase du stator.
- $L_S$  l'inductance synchrone par phase
- $i$  et  $v$  le courant et la tension par phase au stator
- $L_d$  et  $L_q$  les inductances longitudinale et transversale suivant les axes d et q
- $i_d$  et  $i_q$  les composantes du courant statorique dans l'axe d et dans l'axe q
- $e_d$  et  $e_q$  les forces électromotrices induites par le flux suivant l'axe d et l'axe q
- $e_V$  et  $e_R$  les forces électromotrices induites dans une phase du stator à vide et en charge
- $Z_{charge}$ , la charge par phase.

On se placera dans l'hypothèse du premier harmonique pour la force électromotrice. On notera  $\bar{X}$  la grandeur complexe associée à la grandeur temporelle  $x$ .

Q. 27 Donner le schéma équivalent par phase et le diagramme vectoriel associé pour :

Q. 27-a le modèle de Behn-Eschenbourg

Q. 27-b le modèle de Potier

Q. 27-c le modèle de Blondel

Ces modèles permettent de déterminer le fonctionnement de l'alternateur en charge. Leurs paramètres sont identifiés classiquement par des essais spécifiques comme l'essai à vide et l'essai en court circuit.

Dans la partie suivante, nous allons exploiter le modèle du schéma réductant pour reproduire ces essais par calcul et déterminer la variation de la f.e.m à vide et du courant de court-circuit en fonction du courant d'excitation de la machine pour une vitesse de rotation donnée.

#### **B.1 Modélisation de l'alternateur en régime linéaire**

On se place dans le cas très simple où les matériaux magnétiques au stator et au rotor ont un comportement linéaire et que leurs perméabilités relatives sont respectivement égales à  $\mu_{r,rotor} = 2000$   $\mu_{r,sator} = 1000$

##### **B.1.1 Calcul de la force électromotrice à vide**



- Q. 28 En utilisant le schéma réductant à vide de l'alternateur établi dans la partie A, déterminer la relation qui lie la valeur efficace de la fem à vide  $E_V$  au courant d'excitation  $I_{exc}$ , aux nombres de spires  $n_{exc}$  et  $n_{stator}$ , à la réductance équivalente du circuit notée  $\mathfrak{R}_m$  et à la fréquence du signal  $f$ . On supposera que les bobinages statoriques sont montés en étoile.

On appelle  $N$  la fréquence de rotation de l'alternateur exprimée en  $tr.min^{-1}$ .

- Q. 29 Déterminer la relation qui lie la fréquence  $f$  à  $N$ .
- Q. 30 Montrer que  $E_V$  peut s'écrire :

$$E_V = K.I_{exc}.N$$

On donnera l'expression du coefficient  $K$ .

- Q. 31 Application numérique pour  $N = 3000 tr / min$ . Calculer  $E_V(I_{exc})$ .

### B.1.2 Calcul du courant de court circuit

On peut déterminer le courant de court circuit de l'alternateur en considérant le modèle général de Blondel. En négligeant l'inductance de fuite au stator  $L_f$  et en sachant que, lors de cet essai, la réaction d'induit dans l'axe  $q$  est très faible.

- Q. 32 Exprimer  $\bar{I}_{cc}$  en fonction de  $\bar{E}_V$ ,  $L_d$ ,  $R_s$  et de la pulsation  $\omega = 2\pi f$ .
- Q. 33 Déterminer la valeur de la résistance de la bobine statorique  $R_s$ . On négligera la résistance des têtes de bobines et on considérera un coefficient de foisonnement  $C_f = 50\%$ . Nous rappelons que la résistivité du cuivre vaut  $\rho_{cu} = 1.8 \cdot 10^{-8} \Omega.m$ .
- Q. 34 En s'appuyant sur le schéma réductant établi dans la partie A.3, montrer que l'inductance magnétisante dans l'axe  $d$  peut s'exprimer sous la forme :

$$L_d = \gamma \frac{n_{stator}}{\mathfrak{R}_m}$$

- Q. 35 Calculer la valeur numérique de  $L_d$  pour  $\gamma = 4.5$ .
- Q. 36 Donner la loi qui lie la valeur efficace du courant de court circuit  $I_{cc}(I_{exc}, N)$  au courant d'excitation  $I_{exc}$  et à la fréquence de rotation de la machine  $N$  exprimée en  $tr.min^{-1}$ .
- Q. 37 Application numérique pour  $N = 3000 tr.min^{-1}$ . Calculer  $I_{cc}(I_{exc})$ .

### B.1 Modélisation de l'alternateur en régime non linéaire

Les matériaux magnétiques utilisés pour réaliser le stator et le rotor n'ont pas un comportement linéaire. Le modèle du circuit électrique équivalent permet de tenir compte de ce phénomène en considérant des réductances non linéaires. Les perméabilités sont alors

décrites par des lois non linéaires dépendantes du flux. De ce fait, on a un système implicite et il n'est plus possible de déterminer analytiquement le flux en fonction du courant d'excitation comme cela a été fait précédemment. La résolution du système se fait par itérations successives.

Afin d'évaluer de manière simple l'influence de la non linéarité du matériau sur la fem à vide et le courant de court circuit, nous proposons de considérer des lois de variation de la perméabilité du rotor et du stator qui dépendent du courant d'excitation.

$$\mu_{r,\text{rotor}}(I_{\text{exc}}) = 2000 \text{ pour } 0 \text{ A} \leq I_{\text{exc}} \leq 1 \text{ A} \quad \text{et} \quad \mu_{r,\text{rotor}}(I_{\text{exc}}) = \frac{2000}{I_{\text{exc}}} \text{ pour } 1 \text{ A} \leq I_{\text{exc}} \leq 10 \text{ A}$$

et

$$\mu_{r,\text{stator}}(I_{\text{exc}}) = 1000 \text{ pour } 0 \text{ A} \leq I_{\text{exc}} \leq 1 \text{ A} \quad \text{et} \quad \mu_{r,\text{stator}}(I_{\text{exc}}) = \frac{1000}{I_{\text{exc}}} \text{ pour } 1 \text{ A} \leq I_{\text{exc}} \leq 10 \text{ A}$$

Avec un calcul analogue à celui développé dans la partie B.1.1, on peut calculer le flux magnétique crée par le courant d'excitation dans le stator et en déduire la fem induite aux bornes d'une phase.

- Q. 38 Calculer les valeurs efficaces de la fem à vide  $E'_v$  pour  $I_{\text{exc}}$  valant 1 A, 2 A, 5 A et 10 A. La fréquence N de rotation de l'alternateur est  $3000 \text{ tr.min}^{-1}$ .
- Q. 39 Que peut - on conclure sur l'effet de la saturation du matériau sur la fem à vide ?
- Q. 40 Tracer sur le même graphe les courbes donnant les valeurs efficaces de la fem à vide en fonction du courant excitation  $E_v(I_{\text{exc}})$  et  $E'_v(I_{\text{exc}})$  obtenues dans le cas linéaire et le cas non linéaire

De même, on peut définir une inductance magnétisante d'axe d,  $L'_d$  non linéaire et en déduire comme dans la partie B.1.2 le courant de court circuit.

- Q. 41 En considérant toujours une fréquence de rotation  $N = 3000 \text{ tr.min}^{-1}$ , Calculer les valeurs efficaces de courant de court circuit  $I'_{\text{cc}}$  pour  $I_{\text{exc}}$  valant 1 A, 2 A, 5 A et 10 A.
- Q. 42 Tracer sur le même graphe les courbes donnant  $I_{\text{cc}}(I_{\text{exc}})$  et  $I'_{\text{cc}}(I_{\text{exc}})$ .
- Q. 43 Que peut on conclure sur l'effet de la saturation du matériau sur le courant de court circuit ?



## Partie C Modélisation du circuit électrique

La connexion de l'alternateur avec un redresseur triphasé de courant est nécessaire pour adapter les tensions sinusoïdales délivrées par l'alternateur à la tension continue du réseau de bord. L'objectif de cette **partie C** consiste, à partir d'un modèle établi, à estimer la valeur efficace de l'intensité du courant traversant une phase de l'alternateur et la valeur moyenne de l'intensité du courant dans la batterie.

La figure C.1 suivante présente le modèle électrique d'un alternateur à griffes associé à un redresseur de 6 diodes.

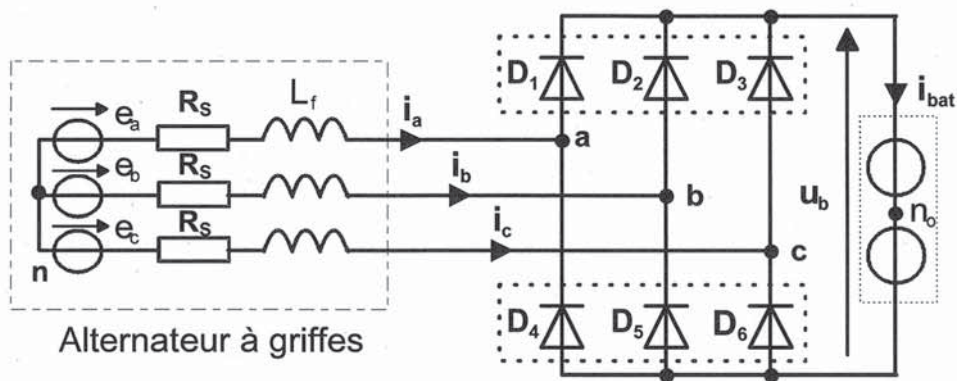


Figure C.1 : Modèle électrique de la machine

Pour simplifier l'étude, on fera les hypothèses suivantes :

- Les fem de l'alternateur forment un système triphasé :

$$e_a = \sqrt{2} E \sin(\omega t), \quad e_b = \sqrt{2} E \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad e_c = \sqrt{2} E \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

- L'inductance  $L_f$  et la résistance  $R_s$  d'une phase sont constantes.
- Les diodes sont supposées idéales avec une chute de tension à l'état « passant » égale à  $V_d$ .
- L'amplitude des tensions composées des f.e.m dépasse une valeur suffisante qui permet à l'alternateur de délivrer un courant.
- Le redresseur fonctionne en redresseur de courant en mode de conduction triphasé : les courants de phase forment un système triphasé supposé sinusoïdal, trois diodes conduisent en permanence et chaque diode est passante sur une demi période.
- Les courants de phase sont supposés triphasés et sinusoïdaux.
- La tension continue en sortie du redresseur est constante à une valeur  $U_b$ . Un point milieu artificiel ( $n_0$ ) a été introduit pour séparer la tension de la source de tension continue en deux.



### **C.1. Tracé de la forme des tensions à l'entrée d'un redresseur de courant**

- Q. 44 Donner la relation liant les fem  $e_a$ ,  $e_b$  et  $e_c$  de l'alternateur.
- Q. 45 Donner la relation liant les intensités  $i_a$ ,  $i_b$  et  $i_c$ .
- Q. 46 Exprimer  $v_{an}$  en fonction de  $e_a$  et  $i_a$ ,  $v_{bn}$  en fonction de  $e_b$  et  $i_b$  et,  $v_{cn}$  en fonction de  $e_c$  et  $i_c$ .
- Q. 47 En déduire une relation entre  $v_{an}$ ,  $v_{bn}$  et  $v_{cn}$ .
- Q. 48 Exprimer  $v_{an}$  en fonction de  $v_{an0}$  et  $v_{n0n}$  puis  $v_{bn}$  en fonction de  $v_{bn0}$  et  $v_{n0n}$  puis  $v_{cn}$  en fonction de  $v_{cn0}$  et  $v_{n0n}$ .
- Q. 49 En déduire  $v_{n0n}$  en fonction de  $v_{an0}$ ,  $v_{bn0}$  et  $v_{cn0}$ .
- Q. 50 Montrer que  $V_o$ , la valeur de la tension  $v_{ano}$  obtenue lorsque la diode  $D_1$  conduit, a pour expression :  $V_o = \frac{U_b}{2} + V_d$
- Q. 51 L'allure des courants  $i_a$ ,  $i_b$  et  $i_c$  est tracée sur le document réponse N°1. En déduire les instants de conduction des diodes  $D_1$  à  $D_6$ .
- Q. 52 Tracer sur le document réponse la forme des tensions  $v_{an0}$ ,  $v_{bn0}$ ,  $v_{cn0}$  et  $v_{n0n}$ .
- Q. 53 En déduire la forme de la tension  $v_{an}$ .
- Q. 54 Calculer l'amplitude maximale  $V_{fv_{an0}}$  du fondamental de la tension  $v_{an0}$  et celle  $V_{fv_{an}}$  de la tension  $v_{an}$ .
- Q. 55 Justifier que ces deux amplitudes sont identiques, dorénavant notées  $V_{fmax}$ .

### **C. 2 Modélisation par la méthode du premier harmonique**

On note  $\theta$  le déphasage entre les tensions simples  $v_{an}$ ,  $v_{bn}$  et  $v_{cn}$  à l'entrée du pont et les fem  $e_a$ ,  $e_b$  et  $e_c$  de l'alternateur. Dans la suite, on assimile ces tensions simples  $v_{an}$ ,  $v_{bn}$  et  $v_{cn}$  à leurs fondamentaux :

$$v_{an} = V_{fmax} \sin(\omega t - \theta), v_{bn} = V_{fmax} \sin\left(\omega t - \theta - \frac{2\pi}{3}\right), v_{cn} = V_{fmax} \sin\left(\omega t - \theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Comme le déphasage entre les tensions simples  $v_{an}$ ,  $v_{bn}$  et  $v_{cn}$  et les courants de phase sont nuls, on a alors :

$$i_a = I_{smax} \sin(\omega t - \theta) \quad i_b = I_{smax} \sin\left(\omega t - \theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad i_c = I_{smax} \sin\left(\omega t - \theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

avec  $I_{smax}$ , l'amplitude maximale du courant traversant une phase.

On peut alors représenter le pont de diodes et la source de tension continue par une résistance équivalente  $R_{eq}$  définie par :  $R_{eq} = \frac{V_{fmax}}{I_{smax}}$

Le schéma électrique équivalent est représenté à la figure C.2 :

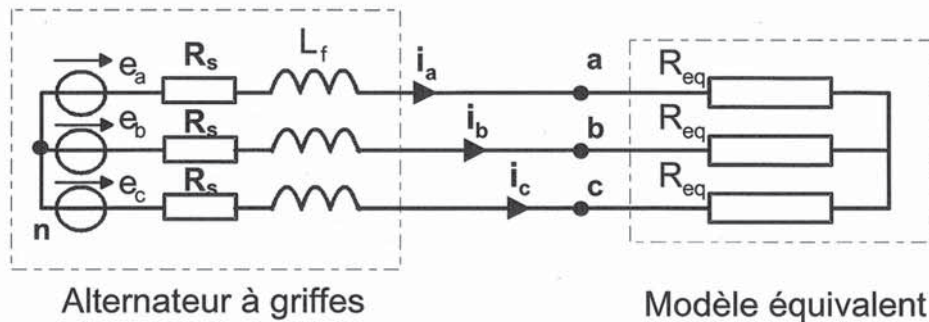


Figure C.2 : Schéma électrique équivalent de l'association machine / pont de diodes / source de tension continue

- Q. 56 Exprimer  $R_{eq}$  en fonction de  $V_o$  et  $I_{s_{max}}$ .
- Q. 57 Exprimer  $I_{s_{max}}$  en fonction de  $E$ ,  $\omega$ ,  $R_s$ ,  $R_{eq}$  et  $L_f$ .
- Q. 58 En déduire que :

$$R_{eq} = \frac{\left(\frac{4.V_0}{\pi}\right)^2 \cdot R_s + \left(\frac{4.V_0}{\pi}\right) \sqrt{(L_f \cdot \omega)^2 \left[ (\sqrt{2} \cdot E)^2 - \left(\frac{4.V_0}{\pi}\right)^2 \right] + R_s^2 \cdot (\sqrt{2} \cdot E)^2}}{(\sqrt{2} \cdot E)^2 - \left(\frac{4.V_0}{\pi}\right)^2}$$

**C. 3 Estimation de la valeur efficace du courant traversant une phase de l'alternateur et de la valeur moyenne du courant dans la source de tension continue à partir du modèle établi.**

- Q. 59 Donner l'expression instantanée  $i_{bat}$  du courant dans la source de tension continue en fonction de  $i_{d1}$ ,  $i_{d2}$  et  $i_{d3}$ .
- Q. 60 Esquisser la forme  $i_{d1}(t)$  du courant dans la diode D1 en notant  $I_{s_{max}}$  sa valeur maximale.
- Q. 61 Exprimer la valeur moyenne du courant dans la source de tension continue  $\langle i_{bat} \rangle$  en fonction de  $I_{s_{max}}$ .

Application numérique : Valeur efficace des fem :  $E = 24,0V$   
 Fréquence des fem :  $f = 850 \text{ Hz}$  Tension batterie :  $U_b = 13,4 \text{ V}$   
 $L_f = 35,0 \mu H$  ;  $R_s = 30,0 \text{ m}\Omega$  ; Chute de tension d'une diode  $V_d = 0,75V$

- Q. 62 En reprenant l'expression trouvée à la question Q.57, calculer la valeur efficace  $I_s$  du courant dans un fil de phase de l'alternateur.
- Q. 63 En reprenant l'expression trouvée à la question Q. 61, calculer la valeur moyenne  $\langle i_{bat} \rangle$  du courant dans la source de tension continue.

## Partie D

### Estimation du rendement de l'alternateur à griffes

Une partie de la puissance mécanique reçue par l'alternateur ne peut être complètement utilisée car elle est perdue de diverses façons lors de la conversion. La suite de notre étude simplifiée (en régime sinusoïdal uniquement) va consister à modéliser certaines de ces pertes afin d'identifier et de comprendre les principaux paramètres responsables de la dégradation du rendement.

#### D.1 Pertes par effet Joule au stator

Le stator est composé de trois enroulements triphasés couplés en triangle (Fig. D.1). Chaque enroulement de cuivre est constitué de  $N$  spires, chacune de longueur  $L_{\text{stat}}$  et de résistivité  $\rho_{\text{CU}}$ . Le fil utilisé a une section notée  $S_{\text{stat}}$ . Le nombre de voies en parallèle est noté  $a$ . On note :

- $r_s$  la résistance d'un enroulement de la machine et  $R_s$  la résistance d'une phase ramenée à un couplage étoile équivalent.
- $l_f$  l'inductance d'un enroulement de la machine et  $L_f$  l'inductance d'une phase ramenée à un couplage étoile équivalent.
- $J_s$  la valeur efficace du courant traversant un enroulement. et  $I_s$  la valeur efficace du courant traversant une phase.

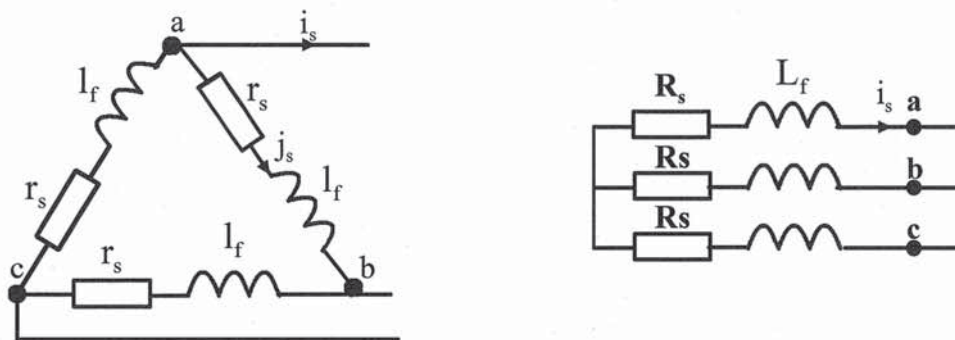


Figure D.1: Description des enroulements du stator

- Q. 64 Donner l'expression de  $r_s$  en fonction des caractéristiques de l'enroulement statorique.
- Q. 65 Donner l'expression  $P_{js}$  des pertes par effet Joule dissipées au stator en fonction de  $r_s$  et  $J_s$ .
- Q. 66 Donner l'expression  $P_{js}$  des pertes par effet Joule dissipées au stator en fonction de  $R_s$  et  $I_s$  et en déduire une relation entre  $r_s$  et  $R_s$ .
- Q. 67 Application numérique :  $r_s = 90 \text{ m}\Omega$  à une température de  $75 \text{ }^\circ\text{C}$ . Evaluer les pertes par effet Joule dissipées au stator pour un débit maximum estimé à  $I_s = 115 \text{ A}$ .



Q. 68 Comment évoluent ces pertes en fonction de la température de fonctionnement. Justifier votre réponse.

### D.2 Pertes dans le redresseur

On choisit la caractéristique et le modèle suivants pour chacune des diodes (Fig. D.2). On note  $V_d$ , la chute de tension d'une diode à l'état passant et  $R_d$ , la résistance lorsque la diode conduit.

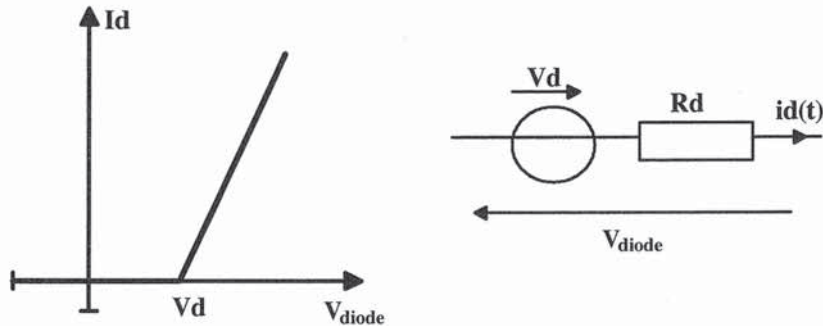


Figure D.2 : Modélisation des diodes

- Q. 69 Exprimer la puissance instantanée  $p(t)$  dissipée dans la diode en fonction de  $V_d$ ,  $R_d$  et  $i_d(t)$  ?
- Q. 70 A partir du tracé des courants représenté sur **le document réponse**, esquisser la forme  $i_{d1}(t)$  du courant dans la diode D1 en notant  $I_{s_{max}}$  sa valeur maximale.
- Q. 71 Exprimer l'énergie dissipée  $W_D$  dans une diode sur une période en fonction de  $V_d$ ,  $R_d$  et  $I_{s_{max}}$
- Q. 72 Exprimer les pertes  $P_{red}$  du redresseur complet en fonction de  $V_d$ ,  $R_d$ ,  $I_{s_{max}}$  et  $f$ .
- Q. 73 Application numérique :  $V_d = 0,75 \text{ V}$  et  $R_d = 9,30 \text{ m}\Omega$ . Evaluer les pertes  $P_{red}$  du redresseur complet pour un débit maximum estimé à  $I_s = 115 \text{ A}$ .
- Q. 74 Citer le ou les paramètre(s) sur le(s)quels il convient d'agir pour minimiser les pertes du redresseur.

### D.3 Pertes fer au stator

L'alternateur à griffes présente des zones ferromagnétiques dans lesquelles la saturation magnétique est importante. De plus, les fréquences électriques sont élevées (1800 Hz au maximum) par rapport aux machines conventionnelles. En conséquence, les pertes fer de ce type d'alternateur à griffes prennent beaucoup d'importance.

Pour déterminer les pertes fer dans un circuit magnétique, il est d'usage de les séparer en deux termes :

- Le premier terme tient compte des pertes dites par hystérésis. Ces pertes sont dues au caractère discontinu et irréversible des processus d'aimantation. En régime sinusoïdal, elles sont proportionnelles à la fréquence et la valeur maximale du champ induction dans le matériau. L'identification du coefficient de proportionnalité se fait classiquement à partir d'un cycle statique de très faible fréquence.

- Le deuxième terme est appelé pertes par courants de Foucault. Ces dernières se calculent en appliquant les équations de Maxwell et en supposant le matériau homogène et de perméabilité constante. Ce terme dépend de l'épaisseur du matériau, de sa conductivité électrique et de la fréquence.

Cette décomposition reste insuffisante pour estimer les pertes totales mais permet de mettre en évidence les paramètres sur lesquels il faut agir pour minimiser ces pertes.

Le rotor de l'alternateur étant massif, les pertes associées peuvent être assimilées aux pertes classiques par courants de Foucault. Ces pertes se développent essentiellement à la surface du rotor et sont engendrées par les pulsations de flux haute fréquence dues à l'encochage du stator et aux harmoniques d'espace. Leur estimation par calcul analytique ou numérique reste très difficile.

Dans la suite, on intéressera uniquement aux pertes fer dans le stator de l'alternateur qui est constitué de tôles minces isolées les unes des autres.

### D.3.1. Pertes par courants de Foucault

On considère une tôle de longueur  $L$ , de largeur  $l$  et d'épaisseur  $e$ , soumise à un champ magnétique  $b(t) = B_{\max} \cos \omega t$  dont la direction est la longueur de la tôle (Fig. D.3). On suppose que la tôle est décomposée en spires élémentaires d'épaisseur  $dz$  situées à la distance  $z$  du plan médian et refermées verticalement aux deux extrémités.

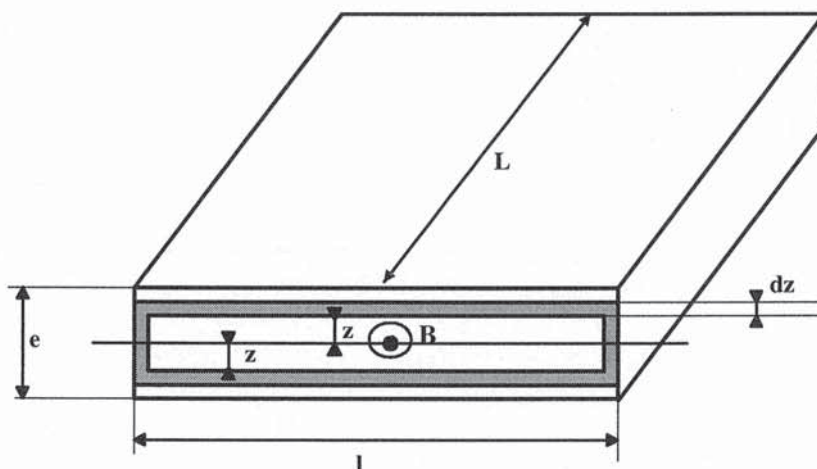


Figure D. 3 : Décomposition de la tôle en spires élémentaires

- Q. 75 Exprimer le flux  $\varphi$  embrassé par cette spire élémentaire en fonction de  $z$ .
- Q. 76 En déduire l'expression de la fem induite en fonction de  $z$ .
- Q. 77 On appelle  $\rho$  la résistivité de la spire et on néglige, dans cette question, l'épaisseur  $e$  devant la largeur  $l$  soit  $e \ll l$ . Donner l'expression de la résistance  $dR_{sp}$  de la spire en fonction de  $dz$ .
- Q. 78 Montrer, en intégrant dans l'intervalle  $[0, e/2]$  que la puissance instantanée dissipée par la tôle s'écrit :



$$p_F(t) = \frac{LJ.e^3}{12.\rho} \cdot \left(\frac{db}{dt}\right)^2$$

Q. 79 On suppose que le champ magnétique est une fonction sinusoïdale du temps  $b(t) = B_{\max} \cos \omega t$  de pulsation  $\omega$ . Etablir l'expression de la puissance moyenne  $\langle p_F \rangle$  dissipée dans la tôle ?

Q. 80 En déduire que  $\langle p_F \rangle = k_F \cdot B_{\max}^2 \cdot f^2$  et exprimer  $k_F$ .

La formule établie précédemment n'est valable que si la densité de courant est uniforme dans le matériau, c'est à dire si l'effet de peau est négligeable. C'est le cas pour les tôles minces à fréquence basse comme le 50Hz. Ce n'est plus le cas pour des fréquences plus élevées.

Le courant se concentre alors à la périphérie du conducteur, dans une couronne d'épaisseur  $\delta$ .  $\delta$  également appelé profondeur de pénétration, a pour expression :

$$\delta = \sqrt{\frac{2.\rho}{\mu.\omega}}$$

où  $\mu$  est la perméabilité magnétique du milieu,  $\rho$  sa résistivité et  $\omega$  la pulsation. L'expression devient :

$$\langle p_F \rangle = \frac{\rho.LJ.e^2}{2.\mu^2.\delta^3} \cdot B_{\max}^2 \cdot \frac{sh \frac{e}{\delta} - \sin \frac{e}{\delta}}{ch \frac{e}{\delta} - \cos \frac{e}{\delta}}$$

Q. 81 En utilisant les développements limités fournis ci dessous, montrer, lorsque l'épaisseur  $e$  de la tôle est faible devant la profondeur de pénétration  $\delta$ , que l'on retrouve la relation de la question précédente.

Rappels mathématiques :

$$shx = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \text{et} \quad chx = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

- Développement limité quand  $x$  est petit devant 1 :

$$shx \approx x + \frac{x^3}{6} \quad \sin x \approx x - \frac{x^3}{6} \quad chx \approx 1 + \frac{x^2}{2} \quad \cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$$

- Quand  $x$  est grand devant 1, on rappelle que  $\sin x \ll shx$  et  $\cos x \ll chx$

Q. 82 Montrer, lorsque l'épaisseur  $e$  de la tôle est grande devant la profondeur de pénétration  $\delta$ , que la valeur moyenne  $\langle p_F \rangle = k_F \cdot B_{\max}^2 \cdot f^{\frac{3}{2}}$ . Exprimer  $k_F$ .

Q. 83 Citer les paramètres sur lesquels il convient d'agir pour minimiser les pertes par courants de Foucault.



### D.3.2 Pertes par hystérésis

On considère une portion de circuit magnétique soumise à un champ d'excitation magnétique  $h(t)$  alternatif et de fréquence  $f$ . Ce champ  $h(t)$  induit dans le matériau un champ d'induction magnétique  $b(t)$  également alternatif et de même fréquence. La courbe  $b(h)$  résultante décrit un cycle d'hystérésis traduisant le caractère non linéaire et dissipatif du matériau.

- Q. 84 Donner l'expression de l'énergie  $W$  consommée au cours d'une période en fonction du champ magnétique  $b$  et de l'excitation magnétique  $h$ .
- Q. 85 Donner l'expression de la puissance  $P$  consommée par unité de volume. Exprimer cette puissance en fonction de la fréquence  $f$  et de la surface du cycle d'hystérésis  $S_c$ .
- Q. 86 Cette puissance  $P$  correspond aux pertes fer totales dissipées dans le matériau. Exprimer la en fonction de  $K_H$ ,  $K_F$ , la fréquence  $f$  et l'amplitude  $B_{max}$  du signal  $b(t)$ . On se placera dans le cas où l'épaisseur  $e$  de la tôle est grande devant la profondeur de pénétration  $\delta$
- Q. 87 Le cycle est décrit par la forme simplifiée de la figure D.4.  
A partir de considérations géométriques simples, établir l'expression de la surface  $S_c$  du cycle en fonction de  $B_M$  et  $a$ .

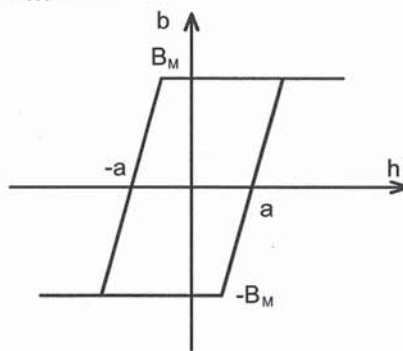


Figure D.4 : Représentation simplifiée du cycle d'hystérésis obtenu à la fréquence  $f$

- Q. 88 On suppose que la largeur du cycle  $a$  est proportionnelle à  $B_M$  :  $a = \alpha \cdot B_M$ . Calculer l'expression des pertes par hystérésis  $P_H$  en fonction de  $\alpha$ ,  $B_M$  et  $f$ .  
En déduire l'expression du coefficient  $K_H$ .
- Q. 89 Citer les paramètres sur lesquels il convient d'agir pour minimiser les pertes par hystérésis.

### D. 4 Estimation d'un rendement de l'alternateur à griffes

D'autres pertes interviennent dans le calcul du rendement de la machine. Citons les pertes de l'excitation (pertes par effet Joule au rotor, pertes électriques entre balais et bagues), les pertes mécaniques et aérauliques (pertes par frottement sur les paliers et pertes par ventilation) et les pertes fer au rotor (pertes surfaciques, pertes dues aux harmoniques de champ magnétique).

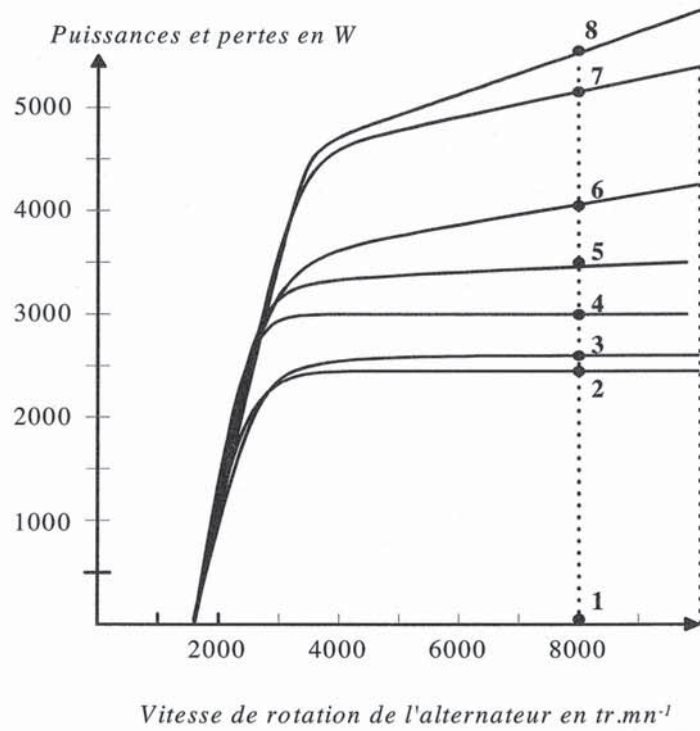


Figure D. 5 : Décomposition des différents termes de pertes de l'alternateur

On se propose d'estimer le rendement pour une fréquence de rotation de 8000 tr.mn<sup>-1</sup>. Le tableau suivant identifie les différentes valeurs de puissance :

segment	1 – 2	2 – 3.	3 – 4.	4 – 5.	5 – 6.	6 – 7.	7 – 8.
	Puissance utile fournie par l'ensemble alternateur / redresseur	Pertes de l'excitation	Pertes du redresseur	Pertes fer au stator	Pertes fer au rotor	Pertes Joule au stator	Pertes mécaniques et aérauliques
	2400W	40W	600W	270W	600W	1100W	180W

Q. 90 Calculer le rendement  $\eta$  de cet alternateur seul.

Q. 91 Commenter les valeurs obtenues.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Académie : \_\_\_\_\_ Session : \_\_\_\_\_

Concours : \_\_\_\_\_

Spécialité/option : \_\_\_\_\_ Repère de l'épreuve : \_\_\_\_\_

Intitulé de l'épreuve : \_\_\_\_\_

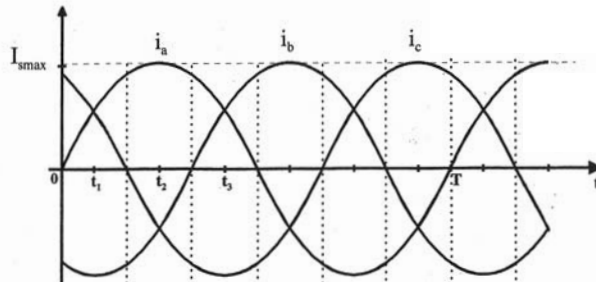
NOM : \_\_\_\_\_

Prénoms : \_\_\_\_\_ N° du candidat

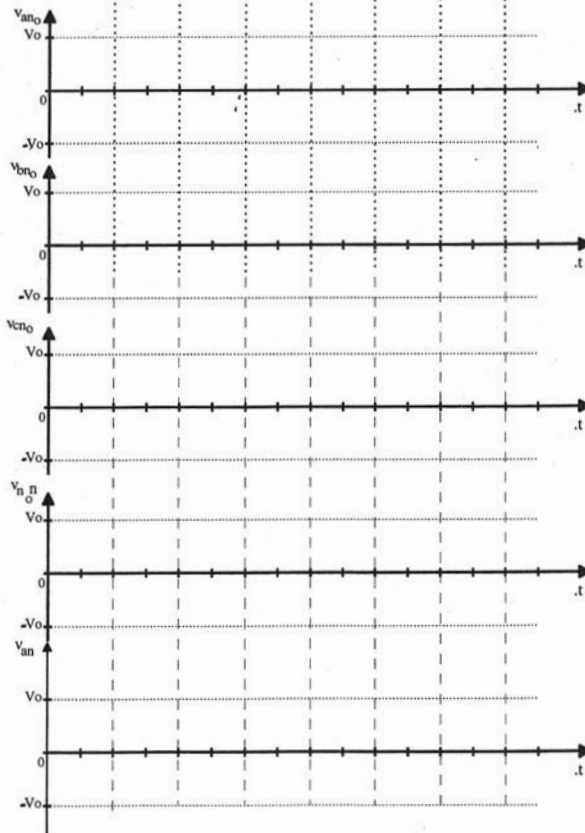
(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)  
(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

EAE SPC 2

EXERCICE 2 – DOCUMENT REPONSE Partie C



D <sub>1</sub>
D <sub>2</sub>
D <sub>3</sub>
D <sub>4</sub>
D <sub>5</sub>
D <sub>6</sub>



F