

SESSION 2009

**CONCOURS EXTERNE
DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS AGRÉGÉS**

**Section : SCIENCES PHYSIQUES
Option B : CHIMIE**

COMPOSITION DE PHYSIQUE

Durée : 5 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.

Tournez la page S.V.P.

Ce sujet aborde la physique de plusieurs dispositifs destinés à la conversion d'énergie dans l'habitat en privilégiant les sources d'énergie renouvelable. Il est composé de 5 parties indépendantes entre elles. La partie A traite de la conversion de l'énergie du rayonnement solaire en chaleur, et du principe de fonctionnement du « mur capteur ». Dans la partie B, on étudie le dispositif du puits canadien qui permet de tempérer l'air de ventilation d'une maison par un processus de transfert thermique conducto-convectif dans le sous-sol. Les parties C et D proposent l'étude d'une pompe à chaleur géosolaire et du moteur électrique asynchrone qui l'entraîne. Enfin, la partie E aborde, grâce aux outils de la mécanique des fluides, le principe de récupération de l'énergie du vent par une éolienne domestique.

Données :

constante de Stefan	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$
jour solaire moyen	$T_{\text{jour}} = 86400 \text{ s}$
« constante » solaire : flux solaire maximum au niveau du sol	$C_0 \approx 1 \text{ kW.m}^{-2}$
capacité thermique massique isobare de l'air sec à 20°C	$c_p = 1004 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
masse volumique de l'air sec à 20°C	$\rho = 1,25 \text{ kg.m}^{-3}$

PARTIE A : CHAUFFAGE SOLAIRE

Dans cette partie, on étudie un mode simple de chauffage solaire : le mur capteur. Les deux sous parties 1. et 2. sont indépendantes entre elles.

1. Température d'équilibre d'un capteur solaire.

On se propose ici de calculer de façon approchée la température d'équilibre d'un capteur solaire dans différentes configurations et différentes modélisations.

1.1. Flux de rayonnement solaire

Le flux énergétique solaire reçu au niveau du sol par beau temps, lorsque le soleil est au zénith est noté C_0 , et vaut sensiblement $C_0 = 1 \text{ kW/m}^2$.

1.1.1. Déterminer l'expression $C(\theta)$ du flux incident sur une surface de normale inclinée d'un angle θ par rapport aux rayons solaires.

1.1.2. En se situant à l'équateur et à l'équinoxe, et en prenant pour origine des temps le passage du soleil au zénith (midi solaire), la direction des rayons solaires fait un angle avec la normale au sol donné par

$$\theta(t) = \frac{\pi}{2} \frac{t}{T_{\text{jour}}/4} \quad \text{pour} \quad -T_{\text{jour}}/4 < t < T_{\text{jour}}/4,$$

T_{jour} étant la durée du jour solaire.

- Justifier rapidement l'expression ci-dessus. Que se passe-t-il lorsque t n'est pas dans l'intervalle indiqué ?
- Donner l'expression du flux solaire incident au sol $C(t)$ pour $-T_{\text{jour}}/2 < t < T_{\text{jour}}/2$. Tracer cette courbe en fonction de t .
- Exprimer la valeur moyenne sur **24 heures** du flux solaire C_m en fonction de C_0 , et donner sa valeur numérique.

1.2. Equilibre d'un corps noir dans le vide.

Un corps noir absorbe tout le rayonnement électromagnétique qu'il reçoit, et émet un rayonnement dit « rayonnement thermique du corps noir » qui ne dépend que de la température de ce corps. Plus précisément, le flux de rayonnement total émis par unité de surface d'un corps noir à la température T est donné par la loi de Stefan :

$$\phi_{\text{th}} = \sigma T^4,$$

où la constante de Stefan vaut $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$. De plus la longueur d'onde du maximum d'émission est donnée par la loi de déplacement de Wien : $\lambda_{\text{max}} \cdot T = \text{Cte} \approx 3 \text{ mm.K}$.

1.2.1. On considère un corps noir plan (une plaque d'épaisseur négligeable par rapport à ses autres dimensions), situé dans le vide, soumis en permanence au rayonnement du soleil perpendiculairement à une de ses faces.

- Etablir le bilan d'énergie d'un tel corps, recevant l'énergie solaire et rayonnant par ses deux faces.
- En déduire l'expression de la température d'équilibre T_{e1} du corps noir plan, en fonction de C_0 et de σ .

iii. A.N. Calculer T_{e1} . A quelle gamme de fréquence du rayonnement électromagnétique cette température correspond-t-elle ?

iv. De la valeur de T_{e1} obtenue, conclure sur la pertinence d'un tel modèle pour décrire la température d'équilibre d'un capteur solaire.

1.2.2. En réalité, un corps n'est jamais parfaitement noir, mais sa surface reflète une fraction A' du rayonnement électromagnétique incident. La constante A' dépend de la nature du corps et s'appelle l'albédo.

i. Etablir l'expression de la température d'équilibre T_{e2} d'un tel corps dans les mêmes hypothèses qu'au 1.2.1.

ii. A.N. Un corps raisonnablement noir présente un albédo $A' = 0,05$. Donner la valeur de T_{e2} . Les conclusions de 1.2.1.iv. sont elles modifiées ?

1.3. Equilibre thermique d'un capteur simple.

Un mur d'albédo A' situé dans l'atmosphère terrestre reçoit sur sa face externe un rayonnement solaire direct dans une direction faisant un angle θ avec sa normale. Il reçoit en outre sur la face externe un rayonnement thermique en provenance de l'atmosphère environnante, qu'il absorbe entièrement. Le flux énergétique ϕ_{atm} de ce rayonnement correspond à celui d'un corps noir à une température égale à $T_{atm} = 293$ K. Enfin, le mur rayonne vers l'extérieur un flux ϕ_{mur} . La face interne du mur est supposée en équilibre thermique avec l'intérieur de l'habitation (Cf. figure 1).

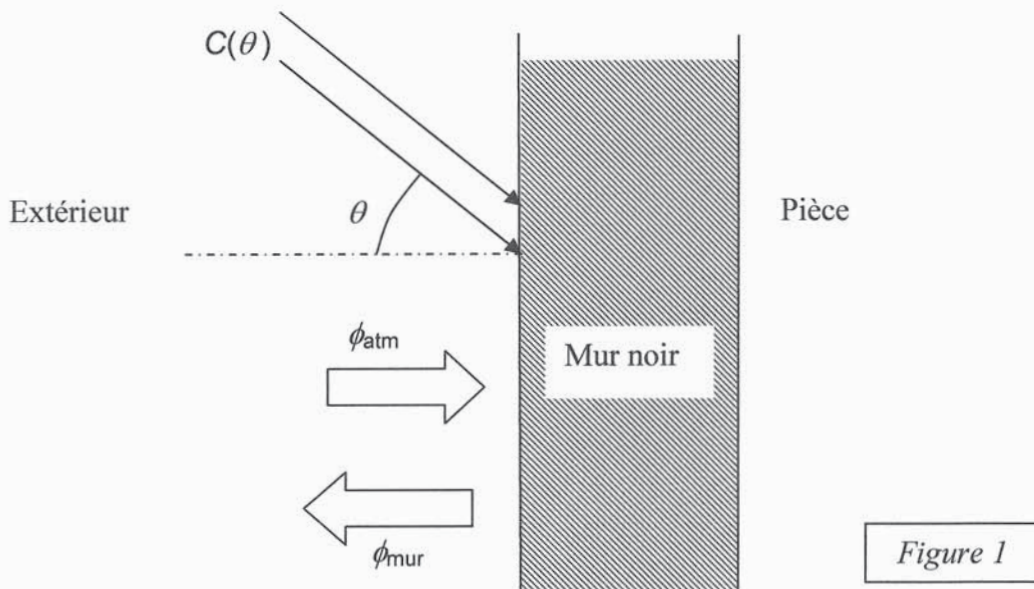


Figure 1

1.3.1. Etablir le bilan d'énergie par unité de surface de ce mur, et en déduire la température d'équilibre correspondante T_{e3} de sa face externe.

1.3.2. A.N. $\theta = 60^\circ$, $A' = 0,05$, $T_{atm} = 293$ K. Donner la valeur de T_{e3} . Le résultat obtenu vous semble-t-il plausible ?

1.4. Prise en compte de la convection.

En réalité, aux échanges décrits à la question 1.3. se rajoutent des échanges par convection-conduction avec l'air ambiant. Ceux-ci se traduisent par des flux thermiques par unité de surface du mur. Si on note T la température de la face externe du mur à l'équilibre, T_{ext} la température de l'air extérieur, et T_{int} la température de l'air à l'intérieur de la pièce, les flux de chaleurs correspondants par unité de surface sont donnés par les expressions suivantes :

$$J_{\text{ext}} = (T - T_{\text{ext}}) / r_{\text{ext}} \quad \text{et} \quad J_{\text{int}} = (T - T_{\text{int}}) / r_{\text{mur}} ,$$

où r_{ext} est la résistance thermique de contact de l'interface mur-air extérieur, rapportée à l'unité de surface, et r_{mur} est la résistance thermique totale du mur rapportée à l'unité de surface.

1.4.1. A partir d'une analogie électrique, justifier le terme de résistance thermique pour les quantités r_{mur} et r_{ext} . Préciser les unités de ces grandeurs dans le système international (S.I.).

1.4.2. Etablir le nouveau bilan d'énergie par unité de surface de ce mur, tenant compte des échanges par rayonnement et par conduction-convection.

1.4.3. Expliquer rapidement pourquoi la température d'équilibre obtenue ici doit être inférieure à celle calculée en 1.3.2.

1.4.4. Résoudre graphiquement l'équation bilan ci-dessus dans l'intervalle de température $313 \text{ K} < T < 333 \text{ K}$. On donne $T_{\text{int}} = T_{\text{ext}} = T_{\text{atm}} = 293 \text{ K}$, $r_{\text{ext}} = 0,1 \text{ SI}$, $r_{\text{mur}} = 0,5 \text{ SI}$. Donner la nouvelle température d'équilibre T_{e4} ainsi obtenue.

1.5. Augmentation de la température d'équilibre.

La température d'équilibre du capteur ci-dessus s'avère insuffisante. Pour augmenter celle-ci, on recouvre le capteur d'une plaque de plexiglas. Le rôle de cette plaque est principalement d'augmenter la résistance thermique de contact avec l'extérieur, comme dans le cas des fenêtres à doubles vitrages, grâce à la couche d'air retenue entre le capteur et la plaque de plexiglas. On note $r'_{\text{ext}} \approx 4,0 \text{ S.I}$ la nouvelle résistance formée par la couche d'air entre le capteur et l'air extérieur.

Enfin, pour diminuer les pertes par rayonnement, on utilise des surfaces dites *sélectives* : on traite la surface du capteur de façon à diminuer les échanges par rayonnement dans l'infrarouge. Si on appelle a l'émissivité de la surface traitée, les flux de rayonnements émis et absorbés à la question 1.3. sont modifiés en $a \cdot \phi_{\text{mur}}$ et $a \cdot \phi_{\text{atm}}$. L'absorption du capteur dans le domaine UV-visible, correspondant au flux solaire direct, n'est en première approximation pas modifiée par ce traitement, par rapport aux conditions de la question 1.4.

1.5.1. Modifier l'équation bilan établie à la question 1.4. pour tenir compte des deux effets mentionnés ci-dessus.

1.5.2. Résoudre graphiquement l'équation bilan obtenue au 1.5.a. dans l'intervalle de température $363 \text{ K} < T < 393 \text{ K}$. On donne $T_{\text{int}} = T_{\text{ext}} = T_{\text{atm}} = 293 \text{ K}$, $r'_{\text{ext}} = 4,0 \text{ SI}$, $r_{\text{mur}} = 0,5 \text{ SI}$, $a = 0,4$. Donner la nouvelle température d'équilibre T_{e5} ainsi obtenue, et conclure sur la fonctionnalité d'un tel équipement.

2. Mur Capteur

Le « mur capteur » est un dispositif très simple de chauffage et de refroidissement des habitations. Il est constitué par un mur jouant à la fois le rôle de capteur solaire (surface peinte en noir recouverte d'un film plastique), de stockage de la chaleur, et de restitution retardée de celle-ci. Le mur est chauffé pendant les heures chaudes de la journée, et restitue la chaleur à la pièce de l'habitation pendant la nuit.

Dans la suite, le mur sera modélisé par un conducteur thermique à une dimension, dont la surface extérieure, en $x = 0$, est soumise à une température oscillant autour d'une valeur moyenne :

$$T(0,t) = T_e + A \cos(\Omega t) \quad \text{avec} \quad \Omega = 2\pi / T_{\text{jour}} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}.$$

La surface en $x = L$ étant en contact avec la pièce où règne la température T_{int} . On note C_1 la capacité thermique **volumique** du mur, et λ sa conductivité thermique.

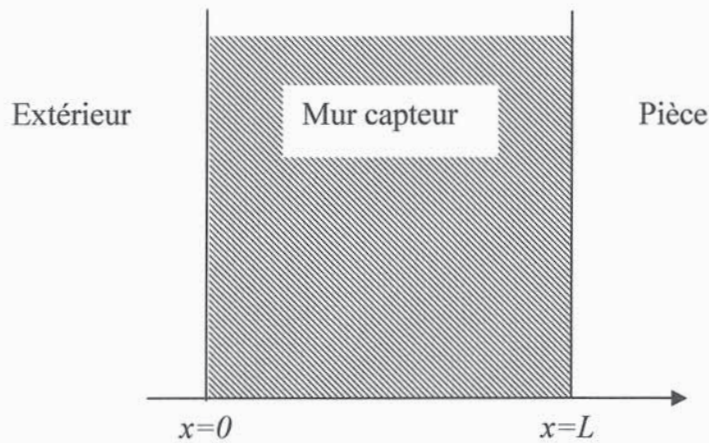


Figure 2

2.1. Equation de la chaleur et conditions aux limites.

2.1.1. Donner les unités de C_1 et de λ dans le système international.

2.1.2. Donner l'expression du flux de chaleur $J_{\text{th}}(x,t)$ en fonction de $T(x,t)$ et de λ .

2.1.3. On considère une tranche de mur de section droite S , comprise entre x et $x + dx$.

i. Exprimer la variation d'énergie interne par unité de temps dU/dt de la cette tranche en fonction de S , dx et de la dérivée partielle $\partial J_{\text{th}} / \partial x$.

ii. Exprimer par ailleurs dU/dt en fonction de C_1 , S , dx et de la dérivée partielle $\partial T / \partial t$.

iii. En déduire que $T(x,t)$ vérifie l'équation aux dérivées partielles $\partial^2 T / \partial x^2 = (C_1 / \lambda) \partial T / \partial t$ communément appelée équation de la chaleur.

2.1.4. Au contact de l'air de la pièce, la température présente une discontinuité de type résistif : le flux de chaleur $J_{\text{th}}(L,t)$ est proportionnel à la discontinuité de température : $J_{\text{th}}(L,t) = \kappa (T_{\text{mur}} - T_{\text{int}})$, où κ s'appelle la conductivité thermique de l'interface. La température de la pièce est maintenue constante (au moyen de dispositifs d'appoint). Exprimer la

condition ci-dessus en terme de $T(L,t)$ et de sa dérivée partielle par rapport à x . Que devient cette condition lorsque κ est très grand ($\kappa \approx 10 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ en pratique), le flux thermique J_{th} restant borné ? **Dans la suite, on utilisera cette condition simplifiée.**

2.2. Solution stationnaire.

On suppose dans un premier temps la température externe constante $T(0,t) = T_e$.

2.2.1. Donner la solution stationnaire de l'équation de la chaleur correspondante $T_s(x)$, vérifiant la condition au bord simplifiée, obtenue en 2.1.4. Que vaut le flux de chaleur correspondant J_{ths} ?

2.2.2. A.N. Pour le béton on donne les valeurs $\lambda = 1,3 \text{ SI}$, $C_1 = 1,8.10^6 \text{ SI}$. La température extérieure est de $T_e = 15^\circ\text{C}$, la température de la pièce $T_{\text{int}} = 20^\circ\text{C}$. L'épaisseur de mur est $L = 0,4 \text{ m}$, sa surface $S = 15 \text{ m}^2$. Donner la valeur du flux de chaleur J_{ths} , son sens, et la puissance qu'il faut fournir pour maintenir la pièce à la température T_{int} .

2.3. Oscillations.

La température externe oscille maintenant autour de la valeur moyenne T_e suivant la forme

$$T(0,t) = T_e + A \cos(\Omega t),$$

la température de la pièce étant toujours fixée à la valeur T_{int} . On cherche une solution de l'équation de la chaleur sous la forme $T(x,t) = T_s(x) + \Theta(x,t)$, où $T_s(x)$ est la distribution stationnaire obtenue à la question 2.2.1., et $\Theta(x,t)$ l'écart à cette distribution, que l'on cherche à calculer.

2.3.1. Donner l'équation vérifiée par $\Theta(x,t)$, ainsi que les conditions aux limites en $x = 0$ et en $x = L$ pour cette fonction.

2.3.2. On travaille en représentation complexe des amplitude $A \cos(\Omega t) \rightarrow A e^{j\Omega t}$, où $j^2 = -1$, et on cherche une solution de la forme $\Theta(x,t) = \phi(x) e^{j\Omega t}$. Ecrire l'équation vérifiée par $\phi(x)$, et les conditions aux limites associées.

2.3.3. Montrer que $\phi(x)$ est de la forme $\phi(x) = \alpha e^{-\mu x} e^{-j\mu x} + \beta e^{\mu x} e^{j\mu x}$, et donner l'expression de μ , ses dimensions dans le système S.I., ainsi que son interprétation physique. On rappelle la relation entre nombres complexes $(1+j)^2 = 2j$.

2.3.4. A.N. $\lambda = 1,3 \text{ S.I.}$, $C_1 = 1,8.10^6 \text{ SI}$, $\Omega = 7,3.10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Donner la valeur de $1/\mu$.

2.3.5. On peut montrer que dans les conditions qui nous intéressent (mur capteur), la solution obtenue en prenant $\beta = 0$ dans l'expression de $\phi(x)$ est très proche de la solution exacte recherchée.

i. Donner alors la valeur de la constante α , ainsi que l'expression de $\Theta(x,t)$ sous forme réelle.

ii. Tracer la forme de la solution $\Theta(x,t)$ au maximum de la température extérieure, pour $t = 0$, et à son minimum, pour $t = T_{\text{jour}}/2 = \pi/\Omega$.

iii. On montre alors que si on veut obtenir en $x = L$ un flux de chaleur maximum pour $t = T_{\text{jour}}/2$, il faut prendre pour épaisseur de mur la valeur L_m telle que $\mu L_m = \pi$. Donner la valeur correspondante, notée J_m , du flux de chaleur en $x = L_m$ en fonction de λ , A , et μ .

iv. A.N. On donne $A = 30^\circ\text{C}$, amplitude des oscillations de température du mur capteur en $x = 0$. Calculer la valeur de l'épaisseur optimale L_m du mur, ainsi que celle de J_m . Comparer cette valeur à J_{ths} et conclure sur l'importance que peut avoir un tel dispositif simple.

PARTIE B : LE PUIT CANADIEN

Ce dispositif est utilisé pour tempérer à moindre coût l'air de ventilation d'une maison. Il s'agit d'une simple canalisation enterrée dans le sous sol où les variations de température de l'atmosphère sont sensiblement amorties. Un système de ventilation permet à l'air extérieur de pénétrer et de circuler dans la canalisation : l'été, l'air ventilé dans la maison est rafraîchi, d'où le nom de « climatisation naturelle » donné parfois à ce dispositif ; l'hiver, l'air ventilé est préchauffé, ce qui permet notamment de laisser la maison hors gel, en cas d'absence prolongée des habitants. Une fois installé, le seul coût provient de l'alimentation électrique du système de ventilation.

On considère le système schématisé sur la figure 3 où le puits canadien est constitué d'une canalisation de section circulaire S de rayon $R = 10$ cm. L'air extérieur y circule à une vitesse \vec{v} grâce à un dispositif de ventilation placé à l'entrée A. Pour simplifier l'étude, on considère que les échanges de chaleur entre l'air circulant dans la canalisation et le sous-sol ne se produisent que dans la partie horizontale de longueur $OB = L = 50$ m et enterrée à une profondeur où la température du sous-sol environnant, considérée uniforme et constante, est notée T_s . L'écoulement de l'air dans la canalisation est supposé **permanent** et isobare.

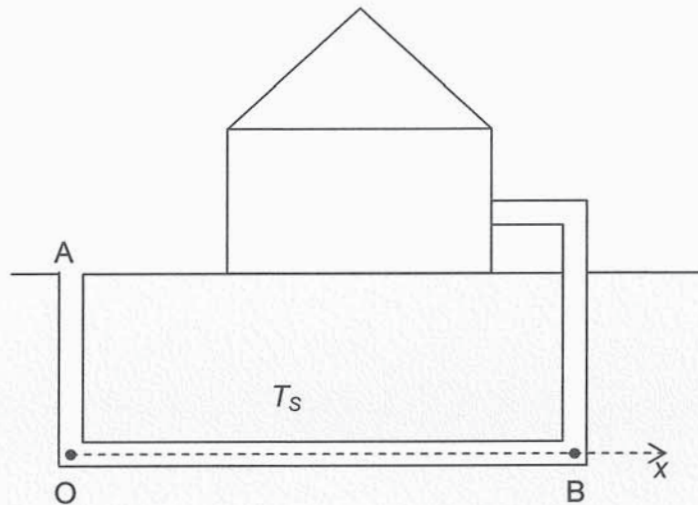


Figure 3

Dans cette étude on considèrera le système fermé de fluide contenu dans la portion cylindrique de section droite S , de longueur infinitésimale dx (**supposée constante dans la suite**) et dont le centre se trouve à l'abscisse $x = 0$ à $t = 0$. On modélise le mouvement du système fluide par une suite de pas de longueur dx , le centre du système restant à l'abscisse x pendant une durée dt avant de se déplacer d'un pas de longueur dx .

Le caractère turbulent de l'écoulement de l'air permettant une uniformisation rapide de la température, on supposera que la température T de l'air est uniforme sur une section droite de la canalisation et ne dépend donc que de la position x de cette section.

Pendant la durée dt , l'échange thermique a lieu, et la température du système fluide passe de $T(x)$ quand le centre du système est à l'abscisse x , à $T(x+dx)$ quand il est à l'abscisse $(x+dx)$.

1. Donner la relation simple liant dt et dx .
2. On note c_p la capacité thermique massique isobare de l'air et ρ sa masse volumique. En faisant l'hypothèse que l'écoulement est isobare, exprimer la variation $\frac{d^2H}{dt^2}$ de l'enthalpie du système fluide considéré par unité de temps, en fonction de ρ , c_p , R , v , dx et de la dérivée $\frac{dT}{dx}$.
3. Rappeler le premier principe de la thermodynamique appliqué à un système fermé en écoulement isobare. L'appliquer au cas considéré ici, en supposant que le mouvement d'ensemble se fait à vitesse constante à l'intérieur de la canalisation fixe.
4. On néglige les échanges thermiques suivant la direction d'écoulement (Ox). On modélise le transfert thermique avec le sous-sol par un vecteur densité de flux thermique radial $\vec{j}(x) = j(x)\vec{u}_r = h(T(x) - T_s)\vec{u}_r$.
 - 4.1. Donner la dimension de la constante h .
 - 4.2. Exprimer la quantité d'énergie reçue sous forme de chaleur par le système lors de son séjour de durée dt entre les abscisses $x-dx/2$ et $x+dx/2$, en fonction de $j(x)$, R et dx .
 - 4.3. Montrer que la variation de température du système lorsque son centre passe de l'abscisse x à l'abscisse $x+dx$ s'écrit :

$$dT = -2h \frac{T - T_s}{\rho c_p R v} dx$$

5. Intégrer l'équation précédente et exprimer la température $T(L)$ de l'air à la sortie du puits canadien, la température d'entrée étant notée T_0 . Justifier le choix d'une vitesse modérée de déplacement de l'air et d'une canalisation de section faible.
6. On utilise ce système l'été pour rafraîchir l'air de ventilation d'une maison de volume intérieur total $V = 800 \text{ m}^3$. L'air extérieur est à la température $T_0 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$. La température du sous-sol à la profondeur du puits est de $T_s = 17 \text{ }^\circ\text{C}$.
 - 6.1. Quelle doit être la vitesse d'écoulement de l'air dans la canalisation pour renouveler l'ensemble de l'air intérieur de la maison toutes les deux heures ?
 - 6.2. Dans ces conditions, on relève la température de l'air à la sortie du puits $T(L) = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. En déduire la valeur de la constante h . On donne la capacité thermique massique isobare de l'air sec à 20°C : $c_p = 1004 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, et sa masse volumique $\rho = 1,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

PARTIE C : CHAUFFAGE D'UNE MAISON PAR UNE POMPE A CHALEUR

Pour le chauffage d'une maison, un architecte décide d'installer un plancher chauffant basse température. La chaleur est apportée au circuit d'eau (liquide) du plancher - de température moyenne égale à $\theta_{\text{plancher}} = 30^{\circ}\text{C}$ et de pression voisine de un bar - par une pompe à chaleur. Le système choisi puise la chaleur dans la terre (pompe sol-sol ou géosolaire), grâce au circuit-capteur décrit ci-dessous. La pompe à chaleur permet de maintenir une température $\theta_{\text{int}} = 19^{\circ}\text{C}$ dans la maison.

Le capteur est un circuit d'eau liquide glycolée de pression voisine de un bar ; sa température moyenne et la température de l'air extérieur sont ici supposées égales à $\theta_{\text{ext}} = -5^{\circ}\text{C}$. Le réseau est constitué de tubes en polyéthylène, de diamètre intérieur $D = 20$ mm, enterrés à 1,5 m. A cette profondeur, la terre est à une température constamment et nettement supérieure à celle de l'eau glycolée du capteur.

Le réseau forme des boucles de longueur $\ell = 50$ m.

Dans les conditions proposées, la puissance extraite du sol par unité de longueur de ce circuit vaut $\mathcal{P}_{\ell} = 7,5 \text{ W.m}^{-1}$, et la puissance thermique totale fournie à la maison par la pompe à chaleur vaut $\mathcal{P}_{\text{thermique}} = 10 \text{ kW}$.

Le fluide caloporteur de la pompe à chaleur est un composé HFC (R 407C). Ses changements d'états liquide \leftrightarrow vapeur se produisent autour de -10°C sous une pression de $3,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, et autour de 40°C sous une pression de $16 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

On suppose, dans toute la suite, que l'écoulement du fluide R 407C est permanent, de même que les écoulements dans les circuits plancher et capteur ; le fonctionnement du moteur est également permanent.

Afin d'éviter toute ambiguïté, on réservera dans la suite le terme de « fluide » au seul fluide caloporteur de la pompe, afin de le distinguer de l'eau glycolée du circuit capteur et de l'eau du circuit-plancher (respectivement sources froide et chaude de la pompe à chaleur).

1. Etude du circuit-capteur

1.1. Pourquoi l'eau circulant dans le circuit enterré est-elle glycolée ?

1.2.1. Pour chauffer une habitation, il faut lui fournir une puissance thermique égale à : $\mathcal{P}_{\text{thermique}} = (T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}) / R_{\text{th}}$. Calculer la résistance thermique R_{th} de cette maison.

1.2.2. Commenter l'ordre de grandeur obtenu, compte tenu des valeurs fournies dans la question 2.2.2 de la partie A (page 7).

1.3.1. Calculer la puissance électrique $\mathcal{P}_{\text{électrique}}$ consommée par le moteur entraînant la pompe, sachant que le coefficient de performance réel de l'ensemble moteur-pompe est $\text{COP}_{\text{réel}} = \mathcal{P}_{\text{thermique}} / \mathcal{P}_{\text{électrique}} = 4,0$.

1.3.2. En déduire la puissance thermique $P_{thermique\ terre}$ que doit transmettre le circuit capteur à la pompe.

1.3.3. Quelle est la longueur L de tube de polyéthylène qui permet d'extraire cette puissance thermique de la terre ?

1.4. Quel est le volume V de l'eau glycolée dans le tube de polyéthylène ?

1.5.1. Calculer la surface S de terrain occupée par le capteur (surface du terrain utile) sachant que le capteur est plan et qu'il faut un pas de 50 cm (50 cm de terre entre deux portions de tube).

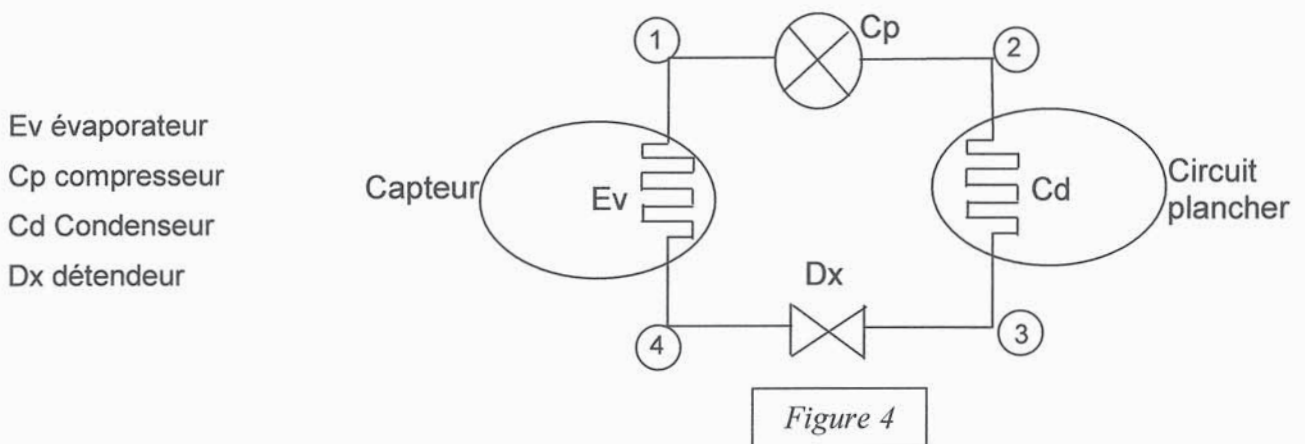
1.5.2. Calculer le nombre de boucles.

1.6. Dans les ouvrages traitant de l'installation de ces pompes à chaleur il est écrit « *ne pas planter de gros arbres sur le terrain-capteur; ne pas recouvrir le terrain-capteur de revêtement étanche tel que terrasse* ». Donner une raison pour chaque prescription.

2. Analyse fonctionnelle des différents composants de la pompe à chaleur

On rappelle que l'écoulement du fluide R 407C est permanent et que, dans toutes les canalisations fixes reliant les éléments - décrits ci-dessous - de la pompe à chaleur, les évolutions du fluide sont adiabatiques, isothermes et isobares.

Le schéma fonctionnel de la pompe à chaleur est le suivant :



Les évolutions du fluide dans le compresseur et le détenteur sont supposées adiabatiques.

Les évolutions du fluide dans l'évaporateur et le condenseur sont supposées isobares ; on donne : $P_1 = P_4 = 3,5 \cdot 10^5$ Pa et $P_2 = P_3 = 16 \cdot 10^5$ Pa.

Le compresseur est le seul des quatre éléments de la pompe à chaleur à posséder des pièces mécaniques mobiles.

2.1. Préciser, pour chaque élément, sa fonction et, suivant les cas, s'il vous semble y avoir des changements d'état, des variations de pression et/ou de température du fluide (la réponse à cette question pourra être complétée à la lecture de la suite de l'énoncé).

2.2.1. Recopier le schéma fonctionnel en indiquant le sens du parcours du fluide, les zones haute et basse pressions et les échanges d'énergie (travail et chaleur).

2.2.2. Etablir le lien entre la présence du compresseur et du détendeur et le sens des transferts thermiques du fluide avec le circuit-plancher et avec le circuit-captateur.

2.3. Recopier l'allure - donnée ci-dessous, figure 5 - du diagramme de Clapeyron massique du cycle décrit par le fluide, et y placer les points représentatifs des états 2, 3 et 4 introduits figure 4.

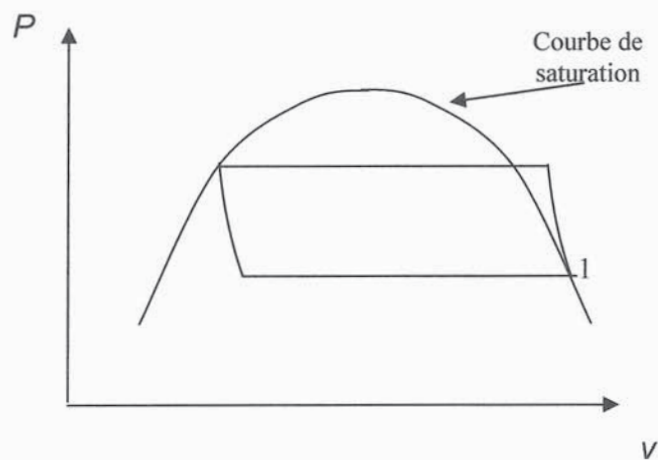


Figure 5

2.4. Quel est l'état physique du fluide au point 1 du cycle ?

2.5. Quel est l'état physique du fluide au point 3 du cycle ?

3. Détermination du coefficient de performance de la pompe à chaleur seule

3.1. Bilan énergétique pour le fluide de la pompe

Appliquer le premier principe de la thermodynamique à l'ensemble du fluide de la pompe, en écoulement permanent ; on raisonnera sur une durée Δt pendant laquelle ce fluide reçoit des pièces mécaniques du compresseur un travail W_i (souvent nommé « travail indiqué »), de la source froide une chaleur Q_F , et de la source chaude une chaleur Q_C .

3.2. COP théorique

On note COP_{th} la valeur du coefficient de performance d'une pompe cyclique ditherme réversible fonctionnant avec les deux mêmes sources chaude et froide que la pompe réelle.

3.2.1. Déterminer puis calculer ce coefficient de performance théorique COP_{th} en fonction de la température du circuit d'eau du plancher, et de celle du circuit d'eau glycolée.

3.2.2. Que peut-on dire du COP_{pompe} de la pompe à chaleur réelle seule ?

Dans toute la suite, on s'attache à la détermination de ce coefficient de performance réel COP_{pompe} de la pompe à chaleur seule.

On rappelle la formulation du premier principe appliqué à l'écoulement permanent d'un fluide à travers un élément (détendeur, ou évaporateur, ou compresseur, ou condenseur) d'une machine thermique, **les variations d'énergies cinétique et potentielle de pesanteur étant ici négligées** :

$$h_s - h_e = w_i + q$$

Les indices e et s désignent ici l'entrée et la sortie de l'élément étudié de la machine, la notation w_i le travail massique fourni au fluide par les pièces mécaniques mobiles de l'élément étudié, et q le transfert thermique massique apporté par l'extérieur au fluide, au niveau de l'élément étudié.

3.3. Montrer que l'enthalpie massique a même valeur à l'entrée et à la sortie du détendeur, soit : $h_4 = h_3$.

L'allure du cycle décrit par le fluide dans la pompe à chaleur est la suivante, dans le diagramme enthalpique (enthalpie massique h en abscisses, P en ordonnées avec échelle logarithmique) :

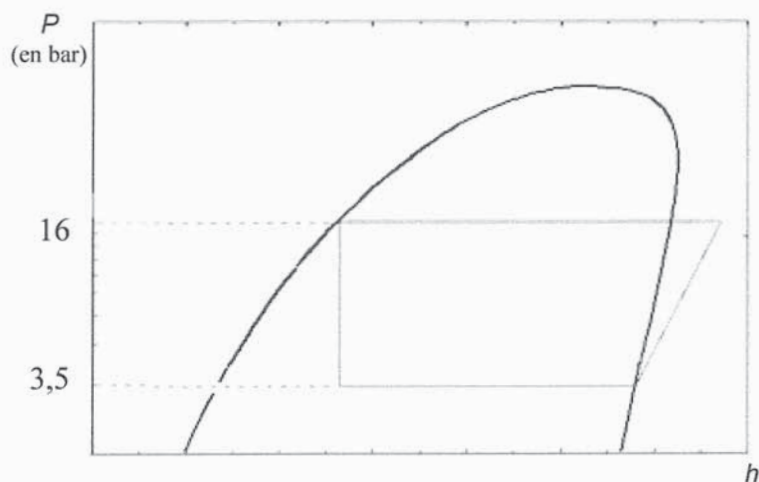


Figure 6

3.4. Reproduire sommairement ce diagramme, en y plaçant les domaines liquide, vapeur, diphasé liquide-vapeur, et y identifier les quatre points 1, 2, 3 et 4 du cycle.

3.5.1. Etablir la relation entre la puissance \mathcal{P}_i fournie par les pièces mécaniques mobiles du compresseur au fluide de la pompe à chaleur, le débit massique D_m de celui-ci et les valeurs h_1 et h_2 de l'enthalpie massique aux points 1 et 2.

3.5.2. De même, établir la relation entre la puissance thermique $\mathcal{P}_{thermique}$ fournie par le fluide de la pompe à chaleur au circuit-plancher, le débit massique D_m et les valeurs h_2 et h_3 de l'enthalpie massique aux points 2 et 3.

Dans toute la suite, on suppose cette puissance thermique intégralement cédée à l'intérieur de la maison.

3.5.3. Etablir l'expression du coefficient COP_{pompe} de performance de la pompe seule en fonction des valeurs h_1 , h_2 et h_3 de l'enthalpie massique aux points 1, 2 et 3.

Outre la grande facilité de représentation des isobares, l'intérêt du diagramme enthalpique réside dans le fait qu'une simple lecture d'abscisses permet d'obtenir rapidement les valeurs de l'enthalpie massique aux différents points du cycle, ce qui permet le calcul du coefficient COP_{pompe} de performance de la pompe seule.

On souhaite effectuer une représentation assez précise du cycle sur un diagramme enthalpique du fluide R 407C utilisé dans la pompe ; l'utilisation de ce diagramme demandant une familiarisation préalable, on indique ci-dessous l'allure sommaire, dans ce diagramme, de la courbe de saturation, de celle d'une isotherme et de celle d'une isentrope.

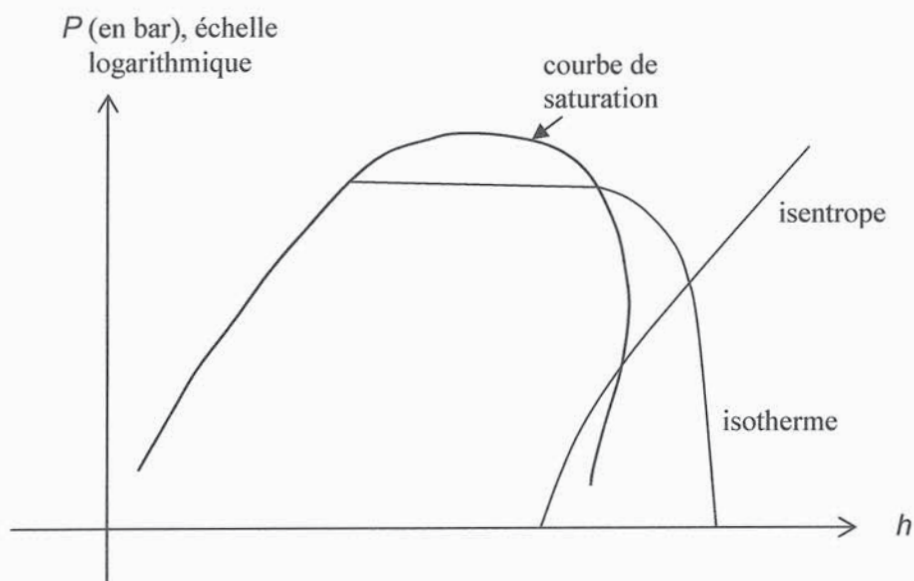


Figure 7 : allure sommaire du diagramme enthalpique

Sur le diagramme enthalpique détaillé du fluide R 407C (voir la figure 8, page suivante), les droites correspondant aux deux pressions extrêmes (3,5 bar et 16 bar) ont été tracées, afin de faciliter la représentation du cycle. On rappelle que : 1 bar = 10^5 Pa.

3.6. En positionnant sur ce diagramme les points 1 et 3, déterminer, par simple lecture, les valeurs numériques de h_3 et de h_1 .

On suppose que l'écoulement adiabatique du fluide dans le compresseur est, par ailleurs, réversible.

3.7. En positionnant le point 2 sur le diagramme, déterminer, par simple lecture, la valeur numérique de h_2 (le diagramme complété ne doit pas être rendu avec la copie).

3.8. En déduire, compte tenu du résultat obtenu aux questions 3.5.3 et 3.6, la valeur numérique du COP_{pompe} de la pompe à chaleur seule, dans le cadre de ce modèle.

La fin de l'énoncé de cette partie C figure en page 16.

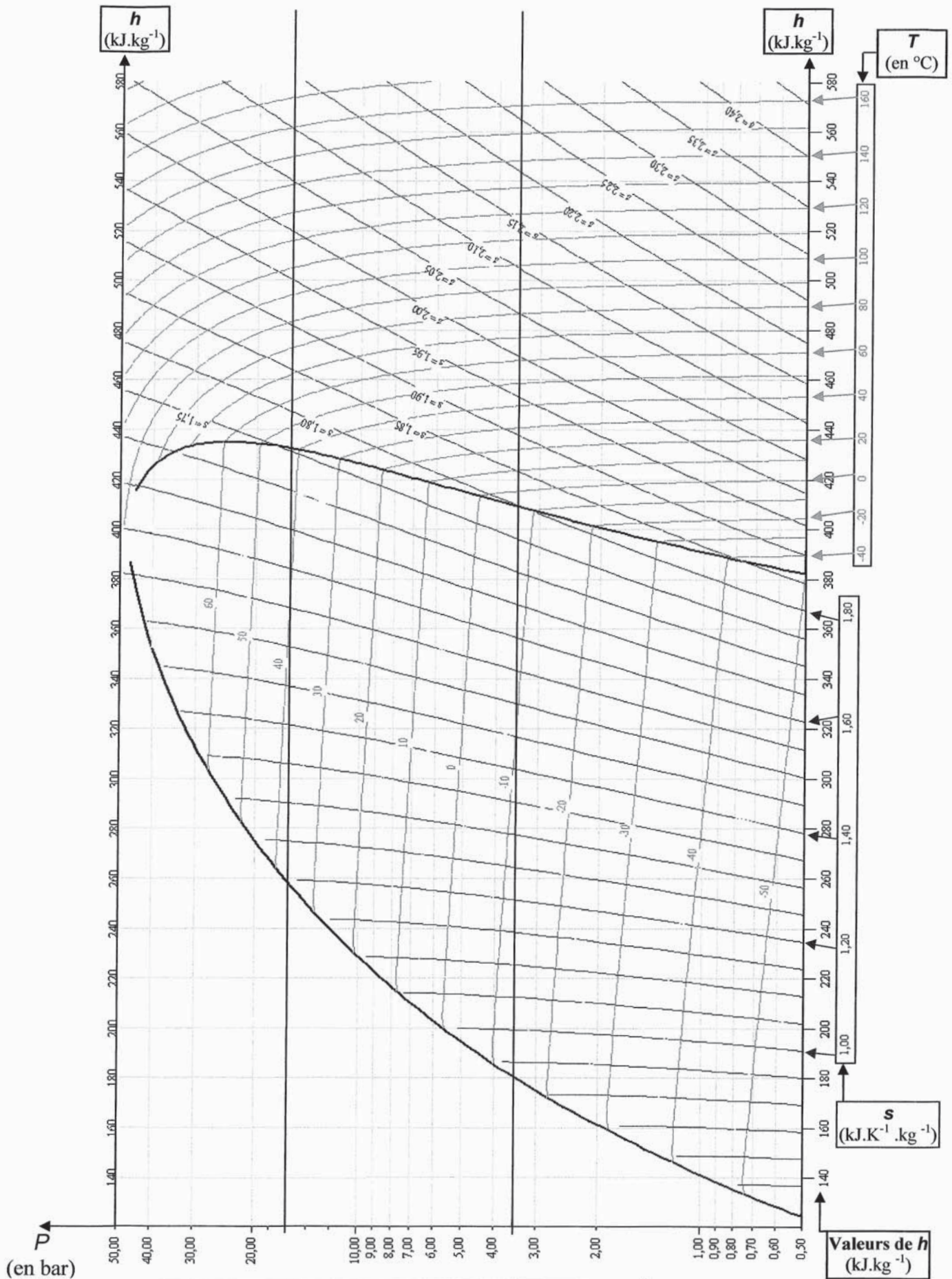


Figure 8 : diagramme enthalpique du fluide R 407C

Tournez la page S.V.P.

3.9.1 Que peut-on dire, par lecture du diagramme de la figure 8, du sens de l'évolution de l'entropie massique du fluide lors de son évolution isenthalpique 3-4 dans le détendeur ? On positionnera préalablement le point 4 sur le diagramme ; il n'est pas demandé d'évaluation numérique précise de la variation Δs_{3-4} .

3.9.2. Montrer que cette dernière propriété peut être établie en utilisant une identité thermodynamique, compte tenu du caractère isenthalpique de l'évolution du fluide dans le détendeur, et de l'équilibre entre le liquide et sa vapeur.

3.9.3. Commenter le plus complètement possible cette propriété, établie aux questions 3.9.1 et 3.9.2.

3.10.1. Sur le diagramme enthalpique de la page précédente, que peut-on dire des courbes isothermes dans le domaine diphasé liquide-vapeur du fluide R 407C ?

3.10.2. Quelle conclusion peut-on en tirer sur la nature de ce fluide R 407C ?

3.11. Le compresseur est entraîné par le moteur électrique étudié dans la partie D suivante ; indiquer la raison pour laquelle le coefficient de performance COP_{pompe} de la pompe à chaleur seule diffère de celui, noté $COP_{réel}$, de l'ensemble moteur-pompe.

SUITE DE L'ENONCE PAGE 17