

**Session 2008**

**MAT-08-PG1**

*Repère à reporter sur la copie*

**CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES**

**Mercredi 30 avril 2008 - de 8h 30 à 11h 30**  
**Deuxième épreuve d'admissibilité**

**MATHÉMATIQUES**

**Durée : 3 heures**  
**Coefficient : 3**  
**Note éliminatoire : 5/20**

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 9 pages, numérotées de 1/9 à 9/9. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

***L'utilisation de calculatrices n'est pas autorisée.***

***L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.***

***N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.***

***Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.***

***Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.***

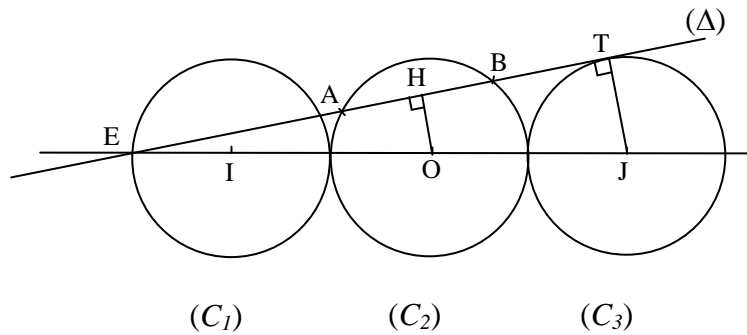
### EXERCICE 1 (5 points)

On considère trois cercles  $(C_1)$ ,  $(C_2)$  et  $(C_3)$  de même rayon, noté  $r$ , et de centres respectifs I, O et J.

Dans tout l'exercice, le rayon  $r$  est un nombre entier non nul.

Nous savons que :

- les trois points I, O et J sont alignés et dans cet ordre ;
- le cercle  $(C_1)$  est tangent au cercle  $(C_2)$  ;
- le cercle  $(C_2)$  est tangent au cercle  $(C_3)$  ;
- le point E est à l'intersection de la droite (OI) et du cercle  $(C_1)$ , et n'appartient pas au cercle  $(C_2)$  ;
- la droite  $(\Delta)$  est tangente au cercle  $(C_3)$  en T et passe par E ;
- la droite  $(\Delta)$  coupe le cercle  $(C_2)$  en A et en B ;
- H est le point de  $(\Delta)$  tel que (OH) et  $(\Delta)$  sont perpendiculaires.



On pose  $OH = a$

- 1) En utilisant le théorème de Thalès, démontrer que :  $a = \frac{3}{5}r$ .
- 2) Expliquer pourquoi le nombre  $a$  est toujours un nombre rationnel.
- 3)  $a$  est-il toujours un nombre décimal ? Justifier la réponse.
- 4) Quels sont les nombres  $r$  pour lesquels  $a$  est un nombre entier ?
- 5) Le nombre  $a$  peut-il être un nombre premier ?
- 6) Calculer HB en fonction de  $r$ .

On pose  $AB = b$

- 7) Démontrer que H est le milieu de [AB] et en déduire que  $b = \frac{8}{5}r$ .
- 8) Existe-t-il des nombres  $r$  pour lesquels le nombre  $b$  est un nombre premier ? Justifier.

## **EXERCICE 2** (3 points)

- 1) Dans cette question, aucune division n'est à poser. Les réponses doivent être justifiées.
  - a. Sachant que  $57\,148\,468 = 3\,361\,674 \times 17 + 10$ , donner le quotient et le reste de la division euclidienne de  $57\,148\,468$  par  $17$ .
  - b. Sachant que  $84\,279\,733 = 4\,957\,630 \times 17 + 23$ , donner le quotient et le reste de la division euclidienne de  $84\,279\,733$  par  $17$ .
  - c. En déduire le quotient et le reste de la division euclidienne de  $57\,148\,468 + 84\,279\,733$  par  $17$ , puis le quotient et le reste de la division euclidienne de  $57\,148\,468 \times 2$  par  $17$ .
- 2) Dans la division euclidienne d'un nombre  $a$  par  $17$ , on note  $q$  le quotient et  $r$  le reste. Dans la division euclidienne d'un nombre  $a'$  par  $17$ , on note  $q'$  le quotient et  $r'$  le reste. Déterminer, en justifiant votre réponse, le quotient et le reste :
  - a. dans la division euclidienne de  $a + a'$  par  $17$ .
  - b. dans la division euclidienne de  $2a$  par  $17$ .

## **Question complémentaire** (4 points)

- 1) À quel cycle de l'école élémentaire la technique opératoire de la division euclidienne est-elle abordée ? Comment la question 1 de l'exercice 2 pourrait-elle être modifiée afin d'être proposée à des élèves de l'école élémentaire ? Quel serait alors l'objectif visé par le maître ?
- 2) Des travaux d'élèves, à qui il était demandé d'effectuer la division  $38742 : 38$ , sont reproduits dans l'annexe 1. Étudier les productions des quatre élèves, vérifier les résultats (quotient et reste) et analyser les erreurs commises en formulant des hypothèses sur leur origine.

## **EXERCICE 3** (4 points)

Le syndicat d'initiative de la ville de Bellerive organise une chasse au trésor. Voici ci-dessous les indices recueillis par les concurrents. Sur l'annexe 2 figure le plan des lieux de la chasse au trésor.

*Indice 1 : Le trésor se trouve à plus de 500 mètres de la ligne à haute tension (L).*

*Indice 2 : Le trésor est à plus de 800 mètres de l'école E.*

*Indice 3 : Le trésor se trouve à moins de 300 mètres de la bibliothèque B.*

*Indice 4 : Le trésor est à égale distance du stade S et de la piscine P.*

**Pour les quatre questions suivantes, aucune construction n'est demandée, seule la description des régions correspondantes dans la réalité est demandée.**

- 1) En considérant uniquement l'indice 1, caractériser la région du plan dans laquelle le trésor peut se trouver.
- 2) En considérant uniquement l'indice 2, caractériser la région du plan dans laquelle le trésor peut se trouver.
- 3) En considérant uniquement l'indice 3, caractériser la région du plan dans laquelle le trésor peut se trouver.
- 4) En considérant uniquement l'indice 4, caractériser la région du plan dans laquelle le trésor peut se trouver.

**Pour cette question, une construction géométrique est attendue. Elle doit être réalisée sur la copie à la règle graduée, à l'équerre et au compas.**

5) Le plan représenté à l'annexe 2 est à l'échelle  $\frac{1}{10\,000}$ .

Reproduire ce plan sur votre copie sachant que :

- les points E et B sont situés à 5 cm de la droite (L) avec  $EB = 6$  cm ;
- le triangle EBS est isocèle en B avec  $ES = 10$  cm ;
- P est le milieu du segment [ES] ;

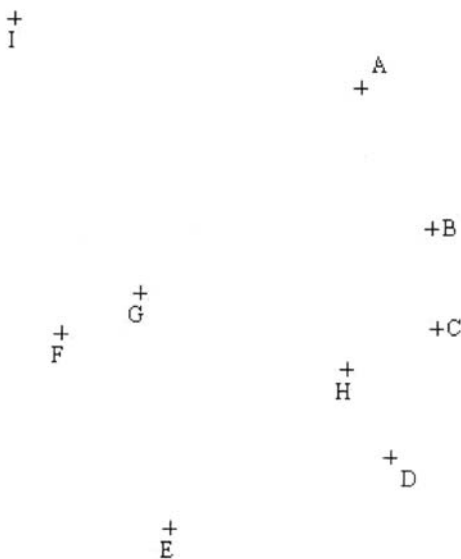
Mettre en évidence, avec une autre couleur par exemple, la partie du plan dans laquelle se trouve le trésor. Tous les tracés nécessaires à cette construction seront laissés apparents.

**Question complémentaire** (4 points)

On considère l'exercice suivant extrait de l'évaluation nationale à l'entrée en sixième (septembre 2004, *DEP, Ministère de l'Education nationale*).

**Exercice 33**

Les points A, B, C et D sont sur un même cercle.  
Le centre de ce cercle est l'un des points de la figure.  
En utilisant ta règle graduée, trouve le centre de ce cercle.



Le centre du cercle est le point : .....

Explique comment tu as trouvé.

.....  
.....  
.....

Les réponses de quatre élèves à cet exercice sont fournies en annexe 3 :

- 1) Quelle connaissance mathématique est nécessaire pour réussir cet exercice ?
- 2) Quels sont les élèves qui fournissent les réponses attendues ? Justifier.
- 3) Analyser les productions des élèves en précisant, pour chacune d'elles :
  - a.* La conception du centre du cercle que l'élève semble avoir.
  - b.* L'utilisation qui a été faite des instruments de géométrie.

# ANNEXE 1

Elève A

$$38 \times 2 = 76$$

$$38 \times 10 = 380$$

$$38 \times 9 = 342$$

$$\begin{array}{r} \overline{38} \ 742 \\ \overline{74} \downarrow (-38) \\ 362 \ (-342) \\ 20 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 38 \\ \hline 1 \cdot 19 \cdot 0 \end{array} \right.$$

Elève B

$$38 \times 1 = 38$$

$$38 \times 2 = 76$$

$$38 \times 4 = 152$$

$$38 \times 8 = 304$$

$$38 \times 9 = 342$$

$$38 \times 10 = 380$$

$$38 \times 20 = 760$$

$$\begin{array}{r} 38 \ 742 \\ - 38 \ 000 \\ \hline 742 \\ - 380 \\ \hline 462 \\ - 380 \\ \hline 82 \\ - 76 \\ \hline 6 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 38 \\ \hline 1000 \\ 10 \\ 10 \\ 2 \\ \hline 1022 \end{array} \right.$$

Elève C

$$38 \times 1 = 38$$

$$38 \times 2 = 76$$

$$38 \times 3 = 114$$

$$38 \times 4 = 152$$

$$38 \times 5 = 190$$

$$38 \times 6 = 228$$

$$38 \times 7 = 266$$

$$38 \times 8 = 304$$

$$38 \times 9 = 342$$

$$\begin{array}{r} \overline{38} \ 742 \\ 0 \ \overline{74} \ 2 \\ - 380 \\ \hline 362 \\ - 342 \\ \hline 20 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 38 \\ \hline 1019 \end{array} \right.$$

je vérifie

$$\begin{array}{r} 1019 \\ \times 38 \\ \hline 8152 \\ 30570 \\ \hline 38722 \end{array}$$

Elève D

$$38 \times 10 = 380$$

$$38 \times 11 = 418$$

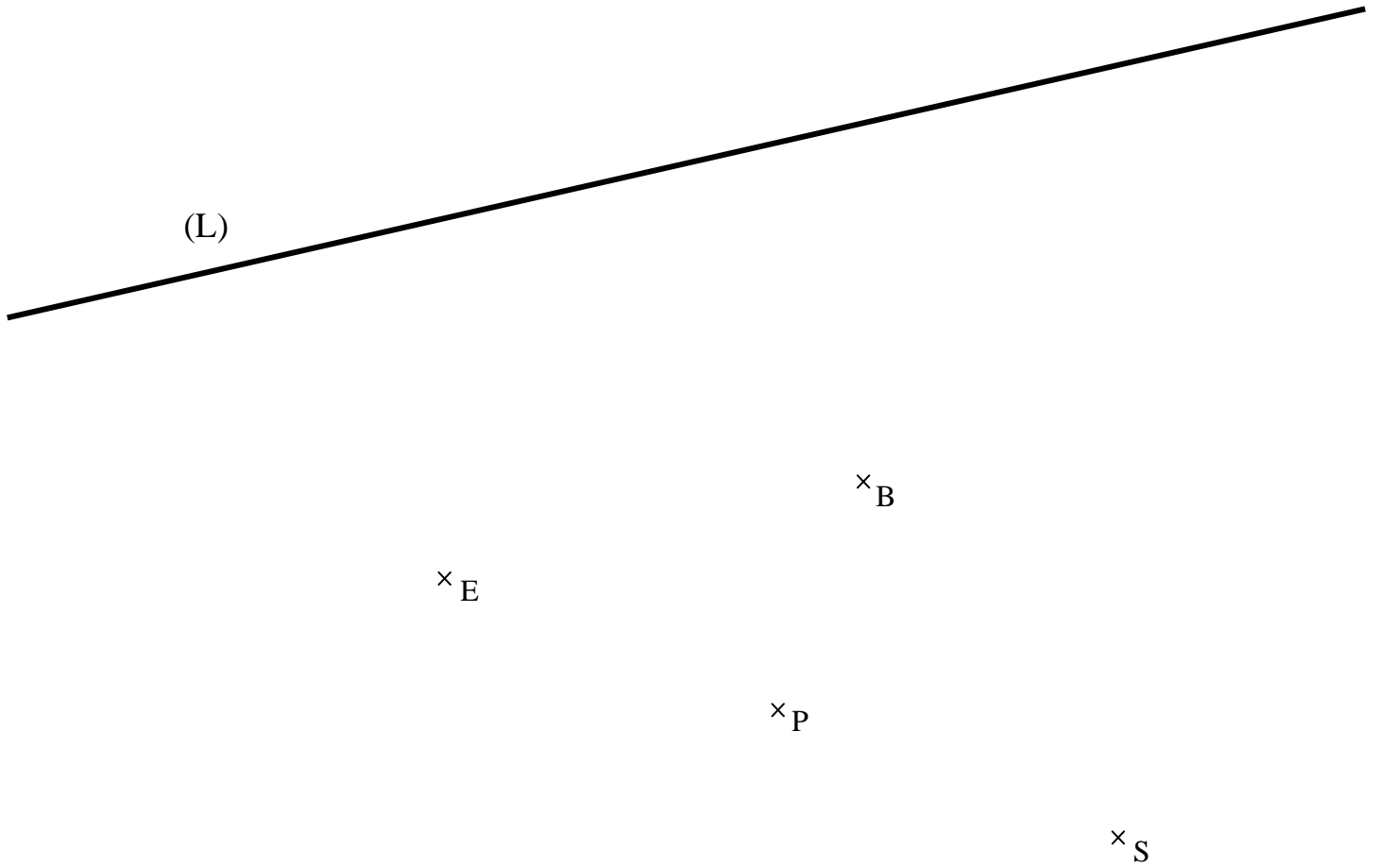
$$38 \times 12 = 456$$

$$\begin{array}{r} \overline{38} \ 742 \\ 00 \ \overline{74} \ 2 \\ - 38 \\ \hline 462 \\ - 456 \\ \hline 6 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 38 \\ \hline 1112 \end{array} \right.$$

## ANNEXE 2

Cette figure illustre le plan relatif à la chasse au trésor.

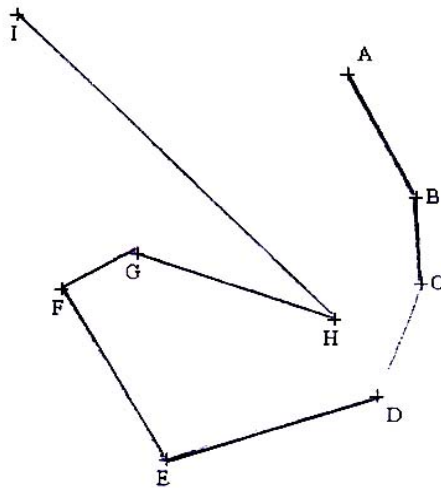
Toutes les dimensions utiles pour tracer le plan sur la copie sont données dans l'énoncé (exercice 3 question 5)



### ANNEXE 3

Pour faciliter la lecture de ces documents, les traces écrites des élèves ont été retranscrites dans des cadres

**FABIEN**



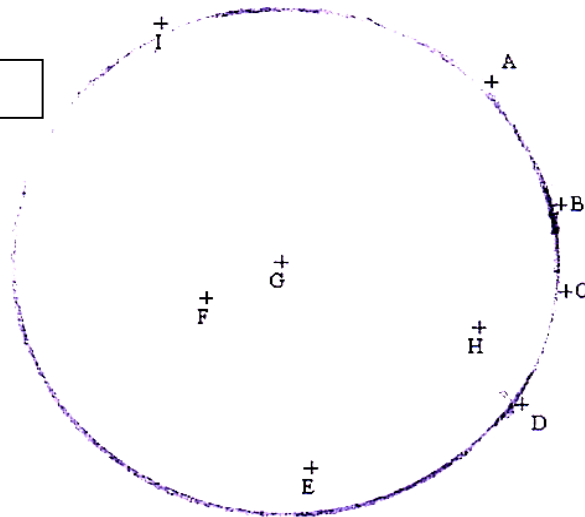
Le centre du cercle est le point : .....H.....

Explique comment tu as trouvé.

Parce que H est aux milieu de tous le lettre

Parce que H est aux milieu de tous le lettre

**LEA**



Le centre du cercle est le point : .....G.....

Explique comment tu as trouvé.

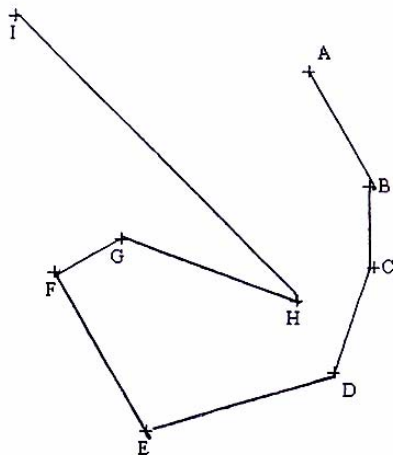
J'ai mis le compa sur le points G et sa ma fait un cercle sur le point A, B, C, D.

J'ai mis le compa sur le point G et sa ma fait un cercle sur le point A, B, C, D.



ANNEXE 3 (suite)

**KEVIN**



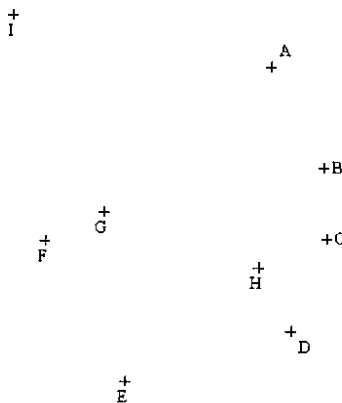
Le centre du cercle est le point : H.....

Explique comment tu as trouvé.

Comme on a dit de prendre une règle, j'ai tracé et comme j'ai vu j'ai dit que s'était le H.

Comme on a dit de prendre une règle, j'ai tracé et comme j'ai vu j'ai dit que s'était le H.

**DENIS**



Le centre du cercle est le point : G.....

Explique comment tu as trouvé.

Car j'ai mesuré A et sa faisait 3,8 cm et B, C, D sa faisait aussi 3,8 cm.

Car j'ai mesuré A et sa faisait 3,8 cm et B, C, D sa faisait aussi 3,8 cm.