

Session 2010

MAT-10-PG3

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES

Mercredi 28 avril 2010 - de 8h 30 à 11h 30
Deuxième épreuve d'admissibilité

MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures
Coefficient : 3
Note éliminatoire 5/20

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 9 pages (dont 1 page de garde et 3 pages d'annexes), numérotées de 1/9 à 9/9. Assurez-vous que cet exemplaire est complet.

S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage d'une calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.

Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

Exercice 1 (2 points)

On trouve sur Internet, sous le nom de « Mind Reader », un jeu dont la page d'accueil est reproduite dans l'encadré ci-dessous.

1. Pense à un nombre à 2 chiffres (exemple : 54).
2. Soustrais du nombre pensé chacun de ses chiffres (exemple : $54 - 5 - 4$).
3. Cherche dans la liste le résultat de l'opération et garde en mémoire le symbole correspondant.
4. Concentre-toi très fort sur le symbole. Clique sur le carré gris et regarde le résultat.



0 ☺	1 ♀	2 *	3 ♀	4 ♀	5 ©	6 ▲	7 ♀	8 *	9 ☺
10 ♀	11 🎵	12 ∅	13 ☺	14 *	15 ♀	16 ♦	17 ®	18 ☺	19 ▲
20 ♣	21 ♀	22 ▼	23 ∞	24 ♦	25 ®	26 ♥	27 ☺	28 ∅	29 *
30 ♠	31 ♦	32 ☀	33 ▼	34 §	35 ☀	36 ☺	37 ∞	38 ▼	39 ▲
40 ©	41 ▲	42 ☺	43 ▲	44 ♣	45 ☺	46 ♠	47 🎵	48 ∅	49 ♦
50 ♦	51 ♣	52 ♀	53 ☀	54 ☺	55 ©	56 ♥	57 ☀	58 ▲	59 ▼
60 ▲	61 *	62 ∞	63 ☺	64 §	65 ▲	66 *	67 ♣	68 ♣	69 ∅
70 ♦	71 ♠	72 ☺	73 ♠	74 ♥	75 *	76 ▼	77 ♥	78 ©	79 ♣
80 🎵	81 ☺	82 ♦	83 ♣	84 ∅	85 ®	86 §	87 ▲	88 ▲	89 🎵
90 ☺	91 ☀	92 ♦	93 ▼	94 ♦	95 ♦	96 ∞	97 ▲	98 ♠	99 €

Pauline joue trois fois de suite à ce jeu. Chaque fois, l'ordinateur « devine » le bon symbole : ☺.

Le logiciel semble infaillible . L'est-il vraiment ? Justifier la réponse.

Question complémentaire (3 points)

Dans cette question, on se réfère aux documents de l'annexe 1 :

Annexe 1 – A : *Vivre les Maths*, CP, Nathan, 2008, p. 58.

Annexe 1 – B : *Cap Maths*, CP, Hatier, 2008, p. 44.

Ces documents sont proposés par un enseignant à ses élèves avant tout apprentissage spécifique lié à la valeur positionnelle des chiffres dans l'écriture d'un nombre à deux chiffres.

1. Cette question concerne l'**annexe 1 – A**.

a) Les auteurs ont fait certains choix quant à la disposition des éléments de chacune des deux collections. Expliciter et légitimer un de ces choix, en référence à la consigne : « *Entoure par paquets de 10* ».

b) Dans le cas des sapins, donner deux réponses correctes à la consigne : « *Complète les phrases* » que pourrait fournir un élève. Compléter la consigne pour n'autoriser qu'une seule réponse.

2. Cette question concerne l'**annexe 1 – B**.

Dans le dernier cas, décrire deux procédures correctes que peut mettre en œuvre un élève pour répondre à la consigne.

3. Comparaison des deux documents.

Si l'objectif est de savoir que dans l'écriture d'un nombre à deux chiffres, le chiffre de gauche désigne le nombre maximal de paquets de 10, préciser ce qui différencie les deux tâches et discuter de la pertinence de chacune.

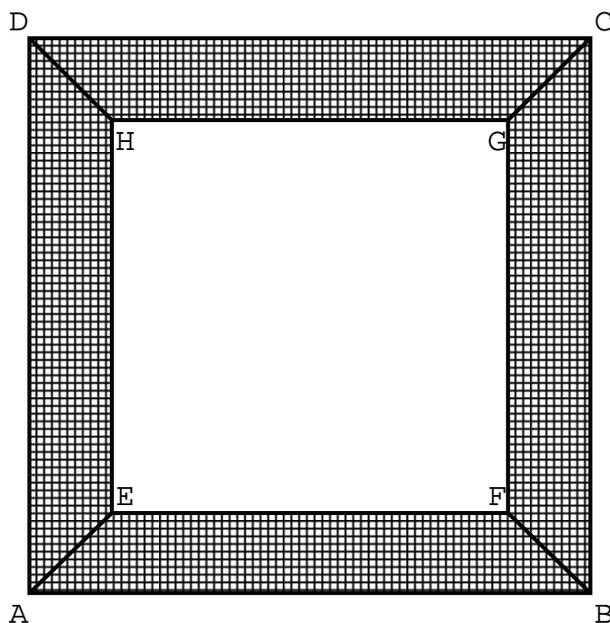
Exercice 2 (5 points)

1. Question préliminaire : démontrer que la longueur de la diagonale d'un carré de côté de longueur x est $x\sqrt{2}$.

2. Un patio carré d'une villa romaine est construit de telle sorte que l'aire de la partie abritée soit égale à l'aire de la partie à ciel ouvert.

Ci-dessous figure le plan au sol d'un tel patio. La zone quadrillée, qui correspond à la partie abritée, a la même aire que la zone intérieure, à découvert. Les côtés des deux carrés obtenus ABCD et EFGH sont parallèles deux à deux, et les quatre trapèzes quadrillés ont la même hauteur.

On note c la longueur du côté du grand carré ABCD.



a) Exprimer, en fonction de c , les aires des carrés ABCD et EFGH.

b) En déduire la longueur EF.

c) En déduire que $EG = c$.

Dans cette question et pour toute la suite de l'exercice, on prend $c = 6$ m.

3. La première instruction d'un programme de construction à l'échelle 1/100 du plan du patio ci-dessus est :

Instruction 1 : Construire un carré ABCD de 6 cm de côté.

Terminer ce programme de construction.

4. On veut recouvrir entièrement la cour intérieure (c'est-à-dire le carré EFGH) avec des dalles toutes identiques dont la forme est un triangle isocèle rectangle. Les dalles ne peuvent être découpées.

On note n le nombre de dalles utilisées et a la longueur en mètre d'un côté de l'angle droit de cette dalle.

Pour des raisons pratiques, le nombre a doit être un nombre entier.

a) Montrer que n et a vérifient la relation :

$$(1) \quad n \times a^2 = 36.$$

- b) Trouver tous les couples de nombres entiers (n, a) qui vérifient la relation (1).
- c) Faire un dessin du dallage correspondant au cas où $a = 1$.
- d) Justifier pourquoi le dallage est impossible dans le cas où $a = 2$.

Question complémentaire (5 points)

On a reproduit ci-dessous un exercice extrait des évaluations nationales de CM2 de janvier 2009. En **annexe 2** figurent les productions de quatre élèves, désignés par les lettres **A**, **B**, **C** et **D**.

On a dessiné ci-dessous le plan d'un petit jardin, tous les angles sont droits et les longueurs, en mètre, de certains côtés ont été notées.
 Calcule l'aire de ce jardin.
 Fais tes calculs sur cette page à droite de la figure.

L'aire de ce jardin est :

1. Décrire deux procédures correctes que peut mettre en œuvre un élève de CM2 pour résoudre le problème posé.
2. Pour chacune des productions présentées dans l'**annexe 2**, décrire la procédure mise en œuvre et identifier les erreurs. Pour deux de ces erreurs identifiées, formuler une hypothèse quant à leur origine. On présentera les réponses dans un tableau.
3. On s'intéresse à la production de l'**élève A**. Enoncer une propriété relative à la notion d'aire nécessaire pour justifier sa procédure.
4. On veut adapter cet exercice pour le proposer à des élèves de CM1 lors d'un travail sur les aires. En s'appuyant sur l'extrait des programmes de l'enseignement de l'école élémentaire ci-dessous, rédiger une nouvelle consigne adaptée à ce niveau de classe et demandant de déterminer l'aire du jardin.
 Décrire une procédure que peut alors mettre en œuvre un élève de CM1.

	Cours moyen première année	Cours moyen deuxième année
Grandeurs et mesures	<ul style="list-style-type: none"> - Mesurer ou estimer l'aire d'une surface grâce à un pavage effectif à l'aide d'une surface de référence ou grâce à l'utilisation d'un réseau quadrillé. - Classer et ranger des surfaces selon leur aire. 	<ul style="list-style-type: none"> - Calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle en utilisant la formule appropriée. - Connaître et utiliser les unités d'aire usuelles (cm², m² et km²).

Exercice 3 (5 points)

On considère un verre formé d'une pyramide renversée de hauteur $[SK]$, surmontée d'un parallélépipède rectangle, comme dans la figure ci-contre.

Le point K est le centre du rectangle $EFGH$.

Le verre est complètement creux.

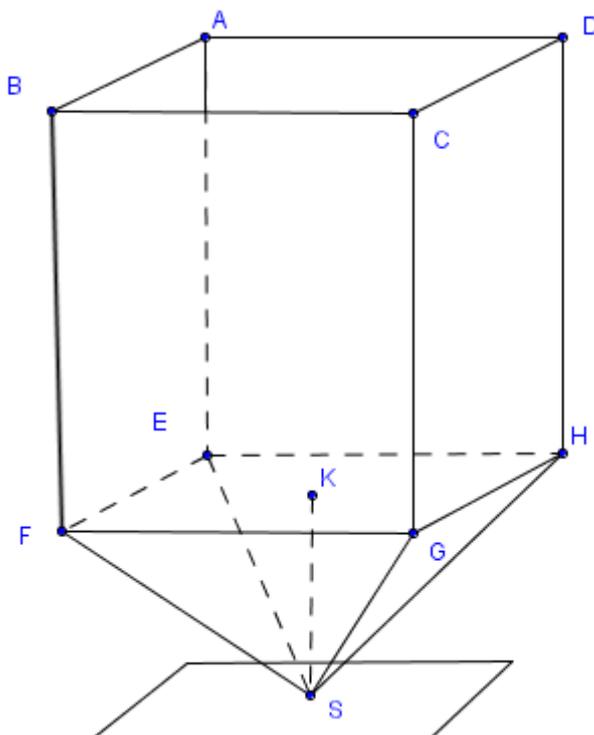
On donne les longueurs suivantes :

$AB = 6$ cm, $AD = 8$ cm, $AE = 10$ cm et $SK = 5$ cm.

Le dessin n'est pas à l'échelle.

On rappelle que le volume d'une pyramide est donné

par la formule : $V = \frac{B \times h}{3}$ où h désigne la hauteur de la pyramide et B l'aire de sa base.



1. Montrer que le volume du verre est 560 cm^3 . En déduire la contenance en litre du verre.

Les questions 2. et 3. sont indépendantes.

2. On remplit le verre, aux trois quarts de sa contenance, d'un cocktail composé de 25 % de sirop de fraise, de 33 % de jus d'orange, et d'eau gazeuse.

a) Les coûts de chaque ingrédient sont les suivants :

Eau gazeuse : 0,50 € le litre.

Sirop de fraise : 2 € le litre.

Jus d'orange : 2,40 € le litre.

Quel est le prix de revient du contenu de ce verre de cocktail ? On donnera le résultat arrondi au centime près.

b) L'affirmation ci-dessous est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

Si on augmente le coût du sirop de fraise de 20 %, les coûts des autres ingrédients restant identiques, alors le prix de revient du cocktail augmente de 5 %.

3. On décide de réaliser un modèle réduit à l'échelle $\frac{1}{2}$ de ce verre.

Les constructions demandées ci-dessous seront faites sur la copie. Tous les instruments de géométrie sont autorisés. On laissera les traits de construction apparents.

a) Calculer FK et construire le triangle FSK à l'échelle $\frac{1}{2}$.

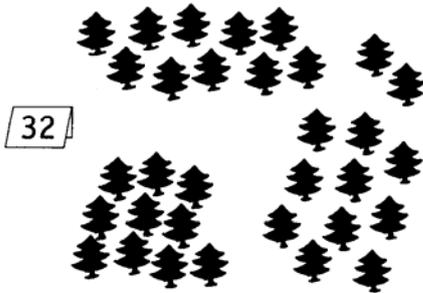
b) Représenter sur la copie un patron du modèle réduit.

c) Quelle est la contenance de ce modèle réduit ? Le résultat sera donné en centilitre.

ANNEXE 1

Annexe 1 – A : *Vivre les Maths*, CP, Nathan, 2008, p. 58.

2 Entoure par paquets de 10, puis complète les phrases.



Avec 32 sapins, on peut faire
... paquets de 10 sapins et
... sapins ne sont pas groupés.



Avec 45 voitures, on peut faire
... paquets de 10 voitures et
... voitures ne sont pas groupées.

Annexe 1 – B : *Cap Maths*, CP, Hatier, 2008, p. 44.

2 Écris en chiffres le nombre de doigts levés.



ANNEXE 2

Elève A

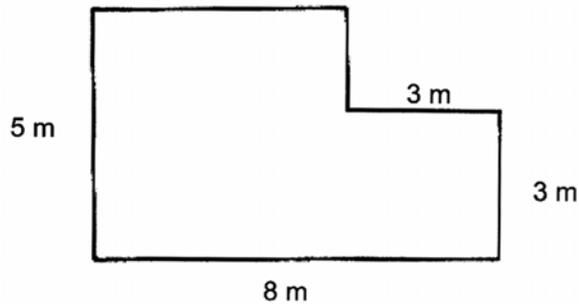
On a dessiné ci-dessous le plan d'un petit jardin, tous les angles sont droits et les longueurs, en mètre, de certains côtés ont été notées.

On a dessiné ci-dessous le plan d'un petit jardin, tous les angles sont droits et les longueurs, en mètre, de certains côtés ont été notées.

Calcule l'aire de ce jardin.

Fais tes calculs sur cette page à droite de la figure.

$$L \times l = 40 \times 9 = 49 \text{ m}^2$$



$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 8 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 3 \\ \hline 9 \end{array}$$

L'aire de ce jardin est : $L \times l = 40 \times 9 = 49 \text{ m}^2$

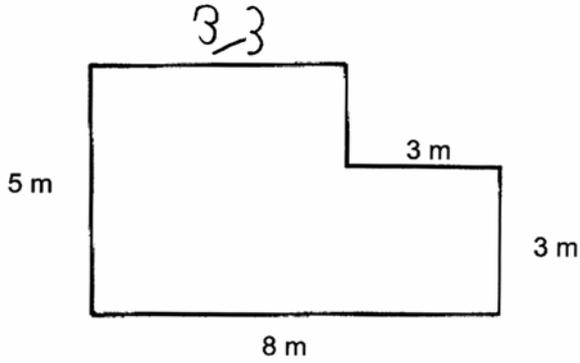
Elève B

Elève C

On a dessiné ci-dessous le plan d'un petit jardin, tous les angles sont droits et les longueurs, en mètre, de certains côtés ont été notées.

Calcule l'aire de ce jardin.

Fais tes calculs sur cette page à droite de la figure.



$$\begin{array}{r} \times 3,3 \\ \times 5 \\ \hline 165 \end{array} + \begin{array}{r} \times 3 \\ \times 3 \\ \times 9 \\ \times 8 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 165 \\ + 9 \\ + 72 \\ \hline 246 \end{array}$$

L'aire de ce jardin est :

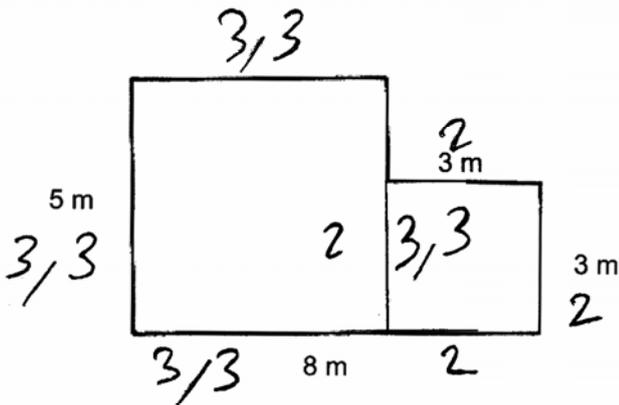
L'aire fait 246 m²

Elève D

On a dessiné ci-dessous le plan d'un petit jardin, tous les angles sont droits et les longueurs, en mètre, de certains côtés ont été notées.

Calcule l'aire de ce jardin.

Fais tes calculs sur cette page à droite de la figure.



$$\begin{array}{r} 12,12 \\ + 8,00 \\ \hline 20,12 \end{array}$$

L'aire de ce jardin est :

20,12 cm carré.