

PARTIE D

Automatique appliquée aux régulations d'une installation industrielle

1 Etude et compréhension du procédé

a) Principe d'une colonne à plateaux

On désire séparer deux liquides L_1 et L_2 tels que L_1 soit plus volatil ($T_{eb1} < T_{eb2}$) et les deux températures d'ébullition soient nettement différentes (écart d'au moins 10°C). Cette colonne à distiller binaire est représentée à la figure 31 en annexe 3, sous forme d'un schéma TI (tuyaux et instruments) simplifié, conforme aux normalisations industrielles en vigueur.

Le mélange à séparer est chauffé jusqu'à ébullition en bas de colonne par une chaudière, constituée habituellement par un échangeur de chaleur (ou « bouilleur »), chauffé lui-même à la vapeur d'eau. Les vapeurs du mélange $L_1 + L_2$ s'élèvent progressivement dans la colonne. Lorsque cette dernière est à l'équilibre, les vapeurs viennent « barboter » dans une succession de plateaux, comme indiqué à la figure 30.

Raisonnement sur le plateau n :

Les vapeurs venant de l'étage $(n-1)$ se condensent partiellement (essentiellement la fraction riche en L_2) et la vapeur qui va au plateau $(n+1)$ est enrichie en L_1 . Le fractionnement est pratiquement total si la colonne comporte un nombre suffisant de plateaux.

Les vapeurs montent dans la colonne en s'enrichissant en L_1 , liquide le plus volatil. Le liquide descend dans la colonne en s'enrichissant en L_2 , liquide le moins volatil.

La température n'est pas uniforme dans la colonne : elle diminue quand on s'élève. Ce gradient de température est renforcé par l'introduction du mélange au milieu de la colonne et le dispositif industriel supplémentaire de reflux externe améliore la séparation en réinjectant du distillat refroidi en « tête » de colonne. Le glossaire des symboles utilisés est celui ci-dessous, à la figure 32.

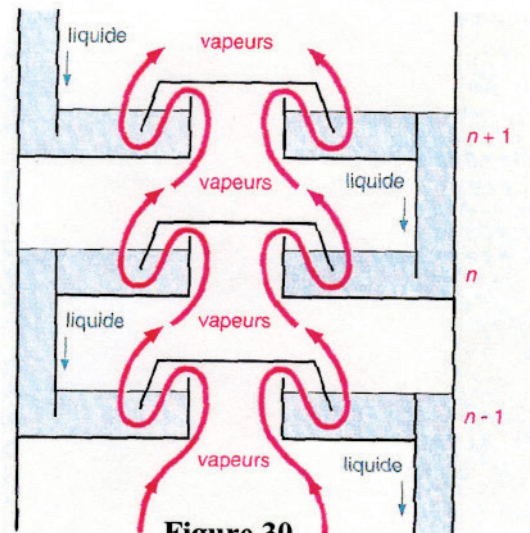
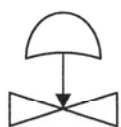


Figure 30

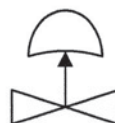
Glossaire :
 LT = transmetteur de niveau
 FT = transmetteur de débit
 TT = transmetteur de température
 PT = transmetteur de pression

LC = régulateur de niveau
 FC = régulateur de débit
 PC = régulateur de pression
 TC = régulateur de température

XV = vanne de régulation de la grandeur X



Vanne NF, qui s'ouvre lorsque Y_r augmente



Vanne NO, qui se ferme lorsque Y_r augmente

Figure 32

b) Justification des diverses boucles de régulation

Le solvant S_1 , de formule brute C_6H_{12} est de densité 0,78 et sa température d'ébullition vaut 80°C sous pression normale. Le solvant S_2 , de formule brute C_3H_6O est de densité 0,79 et sa température d'ébullition vaut $56,2^\circ\text{C}$ sous pression normale.

Q114 D'après les données ci-dessus, affecter à i et j l'indice 1 ou 2.

Q115 Quel est le rôle du condenseur C?

Q116 Quels sont les deux rôles du reflux?

Q117 Quel est le rôle de la boucle 1? Justifier.

Q118 Quel est le rôle de la boucle 2? Justifier.

Q119 Quel est le rôle de la boucle 3? Justifier.

Q120 Quel est le rôle de la boucle 4? Justifier.

Q121 Quel est le rôle de la boucle 5? Justifier.

2 Etude de la boucle de régulation n°2

Autour du point de fonctionnement nominal, pour une pression d'alimentation en vapeur d'eau fixe, une identification (voir partie A) a conduit à une fonction de transfert selon le modèle de BROÏDA :

$$H(p) = \frac{M_2(p)}{Y_{r2}(p)} = \frac{K e^{-Tp}}{1 + \tau p} \quad \text{avec } K = 1,2, T = 200 \text{ s et } \tau = 500 \text{ s.}$$

a) Régulation « mono boucle »

Q122 Compte tenu du type de vanne TV2, déterminer le sens d'action (direct ou inverse) du régulateur TC_2 . Justifier.

On adopte un régulateur proportionnel et intégral de structure mixte, dont le correcteur s'exprime par :

$$C(p) = \frac{Y_r(p)}{\varepsilon(p)} = A \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$$

On choisit le réglage $T_i = \tau$.

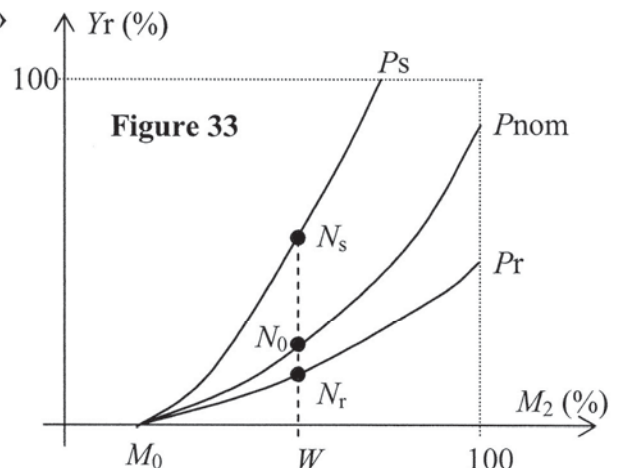
Q123 Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte :

$$T(p) = C(p) \cdot H(p)$$

Q124 Pour obtenir une réponse indicielle en boucle fermée de type apériodique, on adopte, outre la valeur $T_i = \tau$, une marge de gain $G_m = +12 \text{ dB}$. En déduire la valeur numérique de l'amplification A correspondante.

Robustesse de cette régulation PI « mono boucle »

La vapeur d'alimentation du bouilleur est de la vapeur dite de *récupération*, dont la pression est fortement variable (à température à peu près constante). De plus la vanne TV2 est non linéaire. Le réseau de caractéristiques statiques $Y_r = f(M)$ liant la mesure de température et le signal réglant Y_{r2} a l'allure suivante (figure 33) :



Q125 Ordonner par valeurs croissantes les pressions P_{nom} , P_s , P_r .

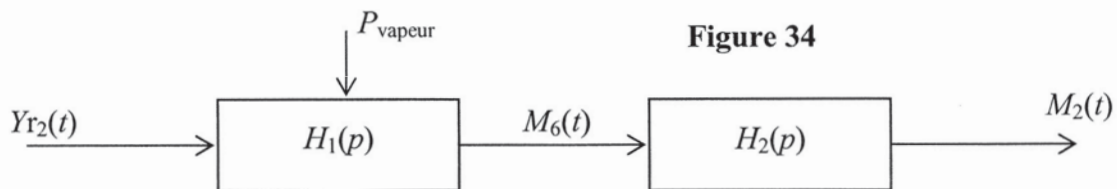
L'identification précédente a été réalisée autour du point de fonctionnement N_0 et on rappelle que le gain statique vaut alors $K = 1,2$.

Q126 Si K_s est le gain statique pour le point de fonctionnement N_s , K_s est-il plus grand ou plus petit que $K = 1,2$?

Q127 En déduire quelle évolution de la pression peut conduire à une boucle de régulation de température présentant des régimes transitoires pseudo oscillants ?

Or un régime transitoire pseudo oscillant de la température θ_2 (d'image M_2) au niveau du plateau sensible inférieur conduit au déséquilibre de la colonne et il s'en suit toujours un arrêt de l'installation.

On est donc conduit à rechercher des stratégies de régulation robustes, permettant de s'affranchir des variations de la pression P en vapeur de chauffe. Le débit de vapeur (d'image M_6) dépendant de la pression P et agissant directement sur la valeur de la température θ_2 , le schéma fonctionnel liant M_2 à Y_{r2} peut être représenté par la figure 34.



Une série de points de fonctionnement différents a conduit aux observations suivantes :

- le débit de vapeur (d'image M_6), à pression P constante, réagit à un échelon de commande Y_{r2} sur la vanne TV2 avec une constante de temps de 20 s.

- pour les équilibres statiques, le dimensionnement des transmetteurs aboutit à l'équation :

$$M_2(\%) = M_6(\%) + 20$$

Q128 En utilisant les hypothèses de l'énoncé, donner l'expression numérique de la fonction de transfert $H_2(p)$.

Une modélisation du débit M_6 en fonction du signal de commande Y_{r2} de la vanne et de la pression P de vapeur, a conduit à l'expression :

$$Y_{r2} = 35 \left(\frac{M_6}{P} \right)^2, \text{ toutes les grandeurs étant exprimées en pourcentage de l'échelle d'un transmetteur.}$$

On précise que la pression nominale indiquée à la figure 33 correspond à $P = 50\%$.

Q129 Compte tenu des hypothèses précédentes, calculer le gain statique K correspondant au point de fonctionnement N_0 ($M_2 = 50\%$, P_{nom}). Comparer à $K = 1,2$. Conclure.

Q130 On conserve $M_2 = 50\%$ et la valeur de A obtenue à la question Q124. Quelle valeur de la pression $P(\%)$ conduit à une marge de gain de + 6 dB, entraînant des régimes transitoires dangereux pour l'installation ?

Que peut-on dire de la robustesse de la mono boucle PI ?

b) Régulation « cascade »

Pour atténuer l'effet des variations de la pression P sur le débit de vapeur, on réalise une boucle CASCADE selon le schéma TI de la figure 35. Un régulateur FC6 réalise un asservissement de débit, le régulateur « maître » TC2 élaborant sur Y_{r2} une consigne de débit et non plus une demande d'ouverture de vanne. Le schéma fonctionnel de la figure 34 devient donc celui de la figure 36.

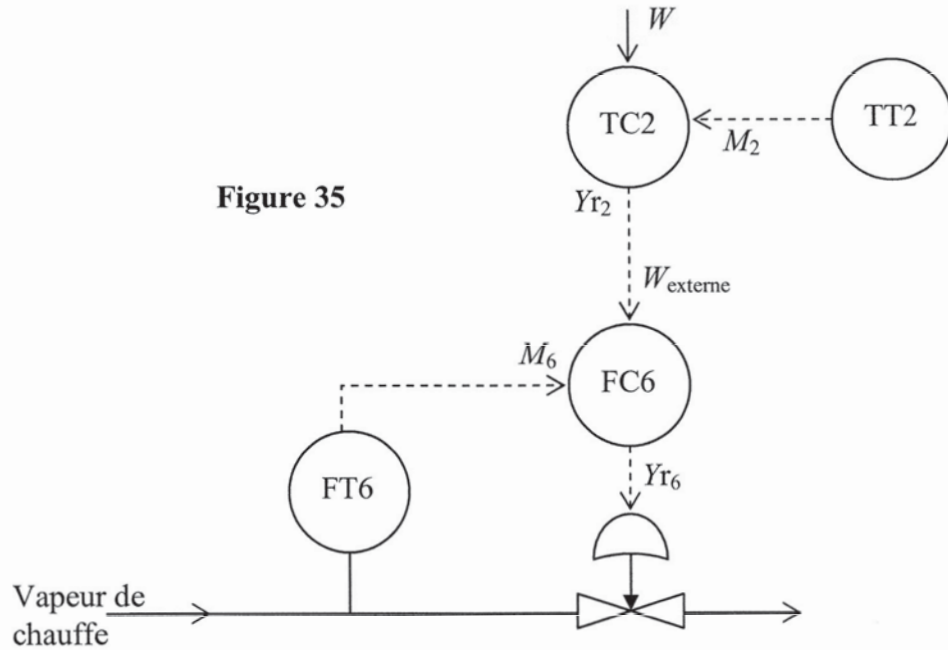


Figure 35

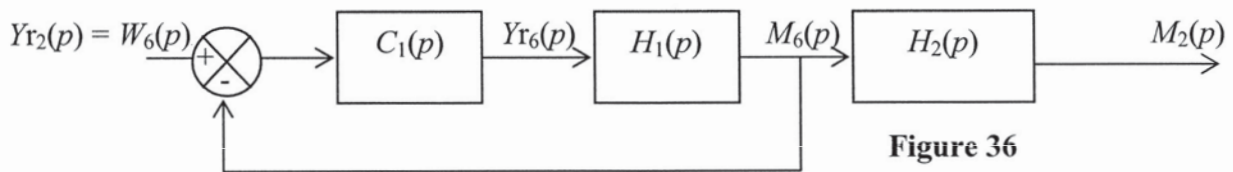


Figure 36

Q131 Pour $M_2 = 50\%$ et $P_{nom} = 50\%$, montrer que $H_1(p)$ peut s'écrire sous la forme d'un 1^{er} ordre, dont on précisera la valeur K_1 du gain statique et τ_1 de la constante de temps.

Q132 Rappeler l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle fermée $F(p) = \frac{M_6(p)}{W_6(p)}$ en

fonction de $C_1(p)$ et $H_1(p)$. On conserve $C_1(p) = A \cdot (1 + \frac{1}{T_{i,p}})$, avec le réglage $T_i = \tau_1$.

Montrer que $F(p)$ peut s'écrire sous la forme d'un 1^{er} ordre, dont on précisera les expressions littérales du gain statique K' et de la constante de temps τ' .

Q133 On adopte le réglage $A=2$ pour l'action proportionnelle. En déduire la valeur numérique de τ' .

Q134 Quel est maintenant le résultat sur $F(p)$ d'une augmentation de la pression vapeur P ?

Q135 Quelle hypothèse simple peut-on faire, en comparant les fonctions de transfert $F(p) \cdot H_2(p)$ du système « vu » par le régulateur TC2 et $H_2(p)$?

Q136 Que peut-on conclure sur la robustesse de la stratégie cascade ? Justifier.

c) Régulation spécifique : correcteur numérique prédictif

On se place pour l'instant dans le cas simplifié d'un système modélisable par un 1^{er} ordre.

Le schéma fonctionnel de principe d'un correcteur à modèle interne, en temps continu, est celui de la figure 37.

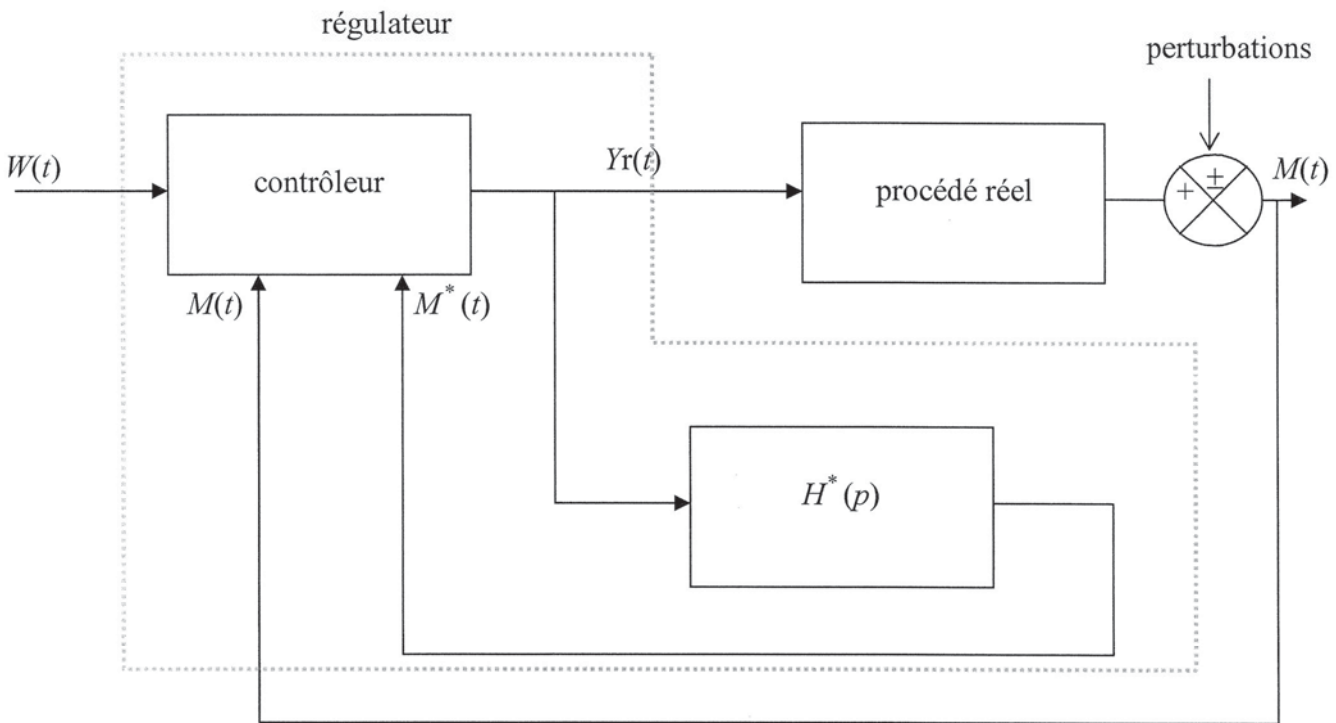


Figure 37

Ce schéma comporte une simulation $H^*(p)$ de la fonction de transfert du système réel, d'où le nom de modèle interne. $H^*(p)$ est un modèle estimé, autour d'un point de fonctionnement donné, fixe et déterministe : le plus souvent un modèle simple est suffisant. Dans l'idéal $H^*(p)$ doit être le plus proche possible de la fonction de transfert $H(p)$ du système réel, autour du point de fonctionnement choisi. Dans la pratique les paramètres de $H(p)$ évoluent selon le point de fonctionnement réel. Classiquement le contrôleur est déterminé en se fixant un modèle de référence, c'est-à-dire un comportement dynamique désiré en boucle fermée, le plus souvent spécifié par une fonction de transfert $F^*(p)$ en asservissement, à perturbations constantes, quel que soit l'instant t . Par définition, dans le cas idéal, on obtient $M(p) = F^*(p) \cdot W(p)$. Cette technique, bien connue en régulation à temps continu, aboutit à différentes réalisations performantes, dont le correcteur de SMITH.

Régulation par commande prédictive

C'est une généralisation de la commande par modèle interne, mais en temps discret, et on utilisera la puissance de calcul disponible pour établir a priori des scénarios d'évolution future de la mesure estimée $M^*(t)$.

Notion de trajectoire de référence

Hypothèses : à un instant $t = nT_e$, on suppose mesure = consigne = mesure estimée soit : $M(nT_e) = W(nT_e) = M^*(nT_e)$ ou plus simplement, en écriture contractée, $M_n = W_n = M^*_n$.

A l'instant $t = nT_e$ un échelon de consigne (voir figure 38) est appliqué à la boucle de régulation. Ce saut de consigne crée un signal d'écart réel ε_n . Après ce saut de consigne, la régulation prédictive calcule (voir plus loin) un projet de commande Yr_n , appliqué au modèle et au système réel. Cette

valeur Y_{r_n} est calculée de façon à faire décroître progressivement le signal d'écart réel $\varepsilon(t)$ selon une évolution appelée *trajectoire de référence*. Dans la pratique la valeur réelle de ε ne doit rejoindre cette courbe qu'à un instant futur, appelé *instant de coïncidence*, à $t = (n+h)T_e$.

Comment être certain que ε_{n+h} soit effectivement sur cette trajectoire? Grâce au modèle déterministe, décrit par une équation récurrente, il est possible de déterminer l'incrément ΔM^*_{n+h} consécutif à la commande Y_{r_n} que l'on suppose bloquée entre les instants nT_e et $(n+h)T_e$. Cette commande Y_{r_n} est donc calculée pour que l'écart fictif futur $W_{n+h} - M^*_{n+h}$ soit sur cette trajectoire.

Pour que ce résultat soit obtenu, on fait donc implicitement l'hypothèse que $\Delta M^*_{n+h} = \Delta M_{n+h}$, ce qui est faux. En effet les écarts entre le système réel et son modèle, ainsi que les perturbations, permettent d'assurer que $\Delta M^*_{n+h} \neq \Delta M_{n+h}$.

On fait donc à l'instant $t = nT_e$ un calcul qui sera faux à l'instant $t = (n+h)T_e$! En fait ce résultat, basé sur l'évolution déterministe de $M^*(t)$, ne sera faux que si la commande Y_{r_n} reste réellement bloquée entre les instants nT_e et $(n+h)T_e$!

En réalité la commande sera recalculée à l'instant $t = (n+1)T_e$ et à cet instant la nouvelle trajectoire de référence sera réinitialisée avec la vraie valeur $\varepsilon_{n+1} = W_{n+1} - M_{n+1}$. Ainsi toutes les trajectoires de références futures seront initialisées à partir de la valeur réelle de $M(t)$ et la convergence de $\varepsilon(t)$ vers zéro est assurée.

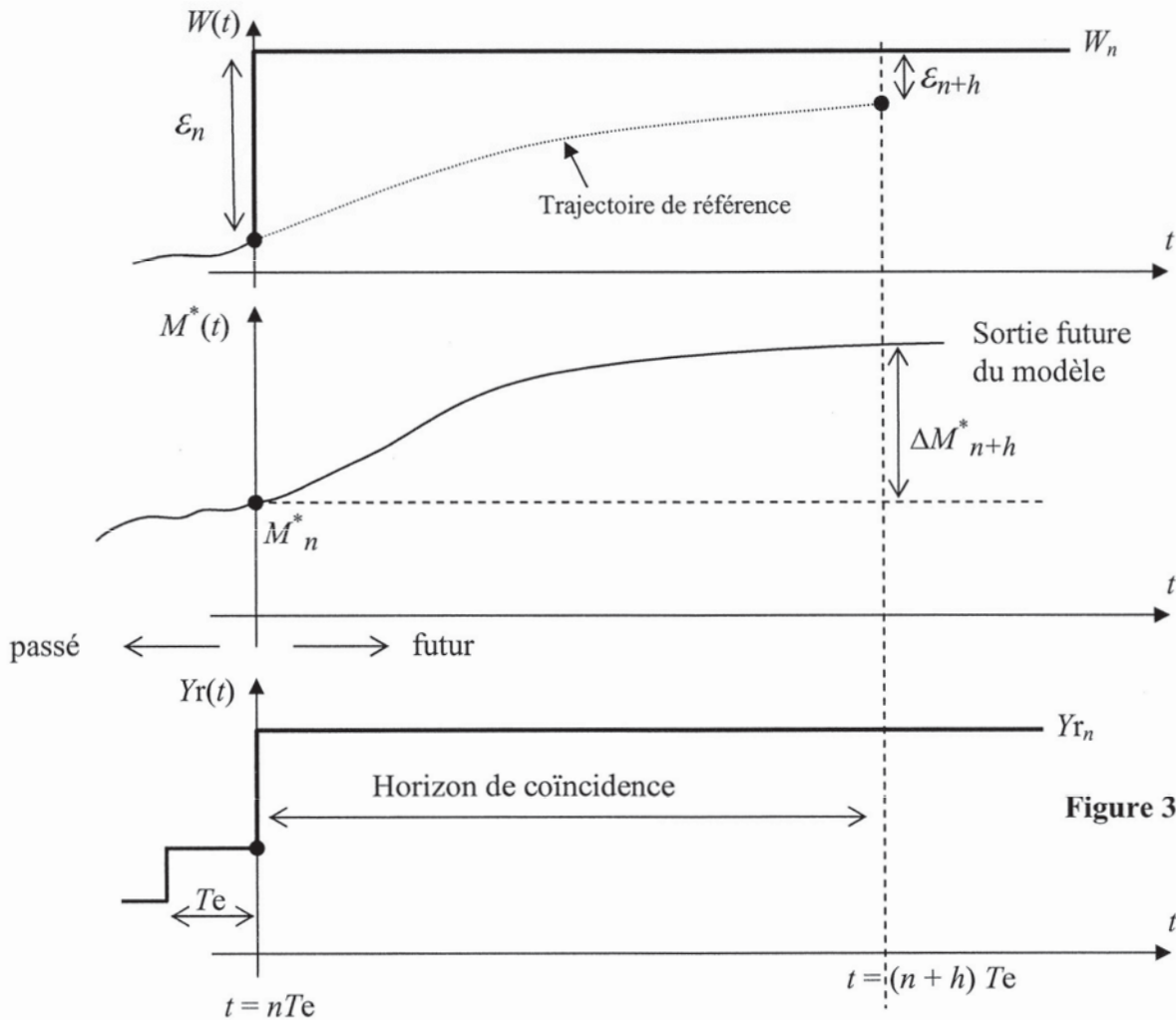


Figure 38

Equation récurrente du modèle interne

La commande $Y_r(t)$ étant modifiée à chaque période T_e de calcul, l'évolution du modèle interne doit tenir compte des conditions initiales. La présente étude simplifiée concerne un système modélisé par une équation différentielle du 1^{er} ordre, de la forme :

$\tau \dot{M}(t) + M(t) = K.Y_r(t)$ avec la condition initiale $M(t) = M_0$ à $t = 0$.

On rappelle que si l'on prend en compte les conditions initiales, la transformée de Laplace aboutit à :

$$\mathcal{L}[\dot{M}(t)] = p M(p) - M_0$$

Q137 En appliquant la transformée de Laplace à l'équation différentielle du 1^{er} ordre, exprimer $M(p)$ en fonction de $Y_r(p)$ et M_0 .

Q138 Préciser quel est le terme de réponse libre (ou lâchée) et celui dit de réponse forcée.

Transposition en temps discret

$$\text{Soit } H(p) = \frac{M(p)}{Y_r(p)} = \frac{K}{1 + \tau p}$$

Q139 Donner l'expression de la discrétisation $H_D(z)$ de cette fonction de transfert $H(p)$. On pose :

$$\alpha = e^{-\frac{T_e}{\tau}}$$

On exprimera $H_D(z)$ sous forme d'une fraction rationnelle en z^{-1} .

On rappelle que la discrétisation d'une fonction de transfert $H(p)$ correspond à l'association de $H(p)$ et d'un bloqueur d'ordre zéro. On utilisera la table en annexe 4.

Q140 En déduire l'équation récurrente donnant l'échantillon M_i (à l'instant $t = iT_e$) de la réponse forcée en fonction des échantillons M_{i-1} et $Y_{r,i-1}$. Que devient cette expression pour une entrée en échelon d'amplitude A ?

Q141 Pour le cas d'un signal de commande $Y_r(t) = 0$ quelque soit $t = iT_e$, en déduire l'expression de la réponse libre $M_i = f(M_{i-1})$.

Q142 Sachant que l'on adopte la condition initiale $M(0) = M_0$ à $t = 0$, exprimer la réponse libre M_i en fonction de M_0 , α et i .

Q143 En reprenant le résultat de la question 140, pour une entrée en échelon d'amplitude A , appliquée à l'instant $t = 0$, exprimer la réponse forcée M_i en fonction de K , A et α^i .

Q144 Pour la condition initiale M_0 et pour une entrée en échelon d'amplitude A , appliquée à l'instant $t = 0$, fournir l'expression générale de la sortie M_i , en fonction de M_0 , α^i , K et A .

Choix de la trajectoire de référence

Par souci de simplicité, on choisit souvent une trajectoire de référence de façon à ce que le signal d'écart réel $\varepsilon(t) = W(t) - M(t)$ suive une décroissance exponentielle :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_d}} \quad \text{avec } \tau_d = \text{constante de temps désirée. On pose } \beta = e^{-\frac{T_e}{\tau_d}}.$$

On choisit $t = nT_e$ comme instant initial, où on applique sur le signal réglant un échelon de commande dont l'amplitude est notée $Y_{r,n}$.

Q145 Exprimer ε_{n+h} en fonction de ε_n et β .

Q146 En supposant la coïncidence obtenue à $t = (n+h)T_e$, exprimer l'incrément désiré ΔM^*_{n+h} en fonction de ε_{n+h} et ε_n .

Q147 En déduire l'expression de ΔM^*_{n+h} en fonction uniquement de ε_n et β^h , puis en fonction de β^h et de l'écart $W - M_n$.

Q148 Soient K^* et τ^* les paramètres du modèle interne du 1^{er} ordre. On pose $\alpha^* = e^{-\frac{Te}{\tau^*}}$.
En utilisant le résultat de la question Q144, exprimer M_{n+h}^* en fonction de M_n^* , Yr_n , K^* et α^{*h} .

Q149 Montrer que cette expression peut s'écrire sous la forme :

$$Yr_n = (W - M_n) \cdot k_0 + M_n^* \cdot k_1$$

et expliciter les termes k_0 et k_1 en fonction de α^{*h} , K^* et β^h .

Rejet asymptotique des perturbations

L'expression précédente fait intervenir explicitement l'écart réel $W - M_n$ mais pas de terme intégral. Il faut donc vérifier l'absence d'erreur permanente en cas d'erreur de modélisation (ce qui est toujours le cas) ou en présence d'une perturbation statique.

Q150 Montrer que l'expression obtenue à la question précédente peut se mettre sous la forme :

$$(W - M_n) \cdot U = (Yr_n \cdot K^* - M_n^*) \cdot V$$

Q151 Compte tenu des expressions de U et V , montrer que l'on a nécessairement $W - M_n = 0$ en régime permanent stable, si il existe.

Choix de l'horizon de coïncidence

Pour un dispositif modélisé par un 1^{er} ordre, on adopte $h=1$, jusqu'à la question 156.

Q152 compte tenu de ce choix peut-on prévoir l'évolution réelle de $\varepsilon(t)$ à partir de l'instant initial $t = nT_e$? Que peut-on alors en conclure de l'évolution de la mesure réelle $M(t)$?

Paramètre de réglage du contrôleur

Q153 Compte tenu de la trajectoire de référence choisie, montrer que le temps de réponse désiré en boucle fermée $t_{BF5\%}$ peut être l'unique paramètre de réglage.

Q154 On choisit le cas particulier $\tau_d = \tau^*$. En déduire l'expression de l'échelon de commande Yr_n appliqué à l'instant de calcul $t = nT_e$.

Q155 En supposant une identification parfaite et pas de perturbation, quelle est la conséquence sur l'évolution ultérieure de Yr_n ?

Q156 Si on choisit $\tau_d > \tau$, quelle est la nouvelle évolution future de $Yr(t)$? Conclure.

Décomposition modale

Les systèmes industriels pouvant rarement être modélisés par un simple 1^{er} ordre, on réalise une décomposition parallèle de la fonction de transfert, pour pouvoir utiliser la théorie précédente.

A la suite d'une étude physique, un système a pu être modélisé par la fonction de transfert suivante :

$$\text{Soit } H(p) = \frac{K}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}.$$

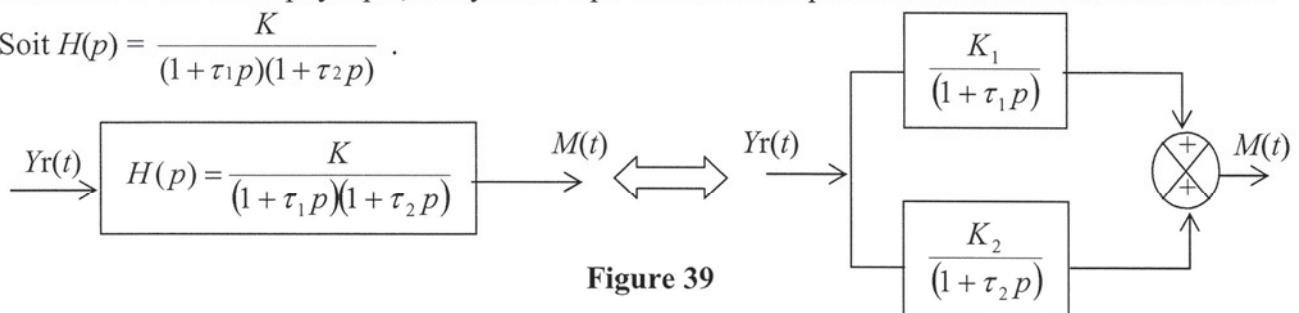


Figure 39

Q157 Montrer que $H(p)$ peut se décomposer en l'association parallèle de deux 1^{er} ordres, comme indiqué à la figure 39. Donner les expressions littérales de K_1 et K_2 .

Q158 Quelle est la condition de réalisabilité de cette décomposition ?

Q159 Comment peut-on alors obtenir la commande Yr_n , si la décomposition est possible ?

Q160 Pour ce système du 2^{ème} ordre, peut-on espérer une coïncidence avec $h = 1$? Justifier.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Académie : _____ Session : _____

Concours : _____

Spécialité/option : _____ Repère de l'épreuve : _____

Intitulé de l'épreuve : _____

NOM : _____

(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)

Prénoms : _____ N° du candidat _____

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

AE3-30.3

Figure 5

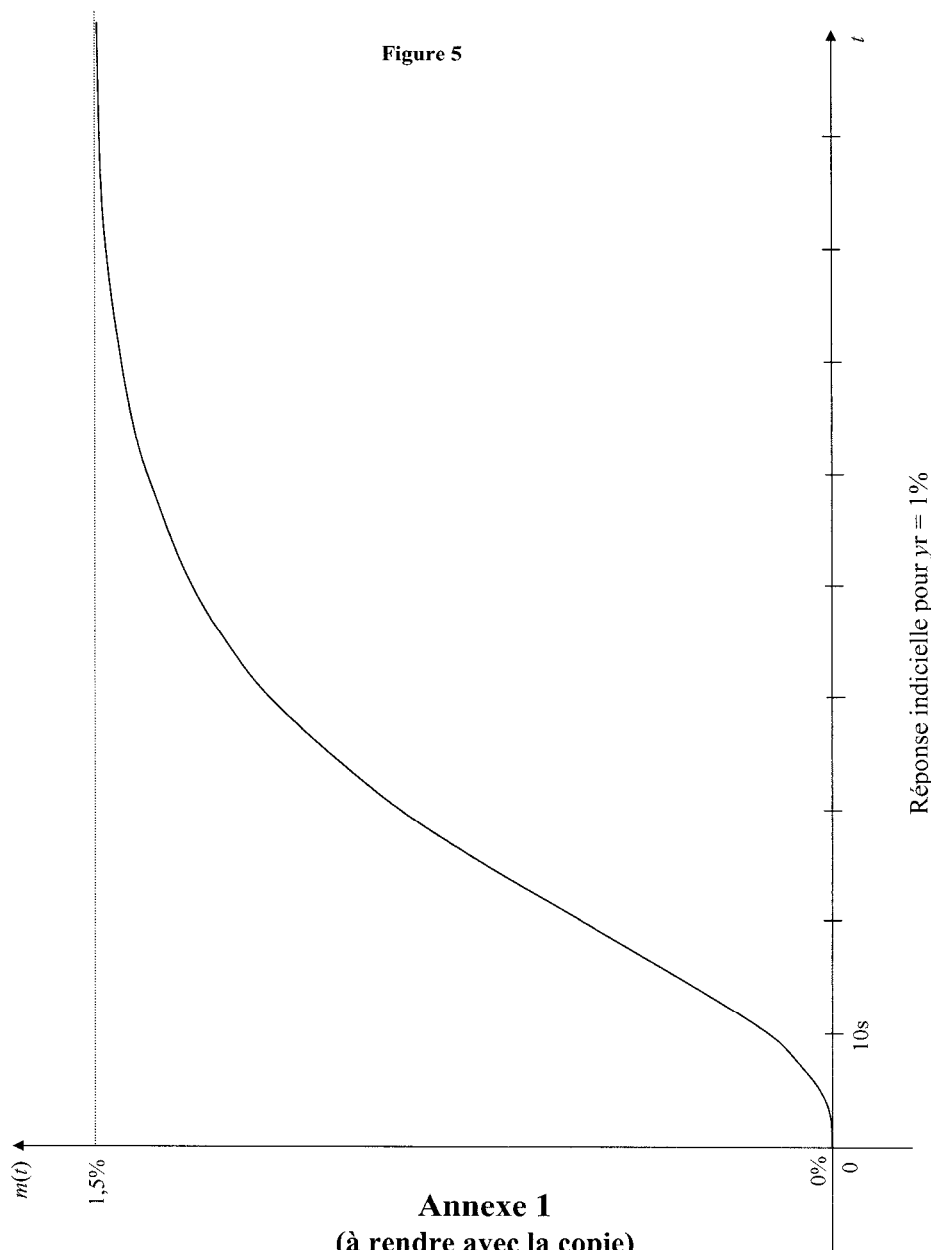


Figure 18

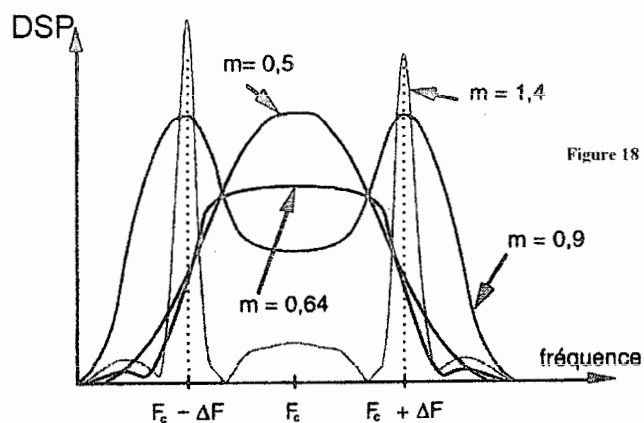
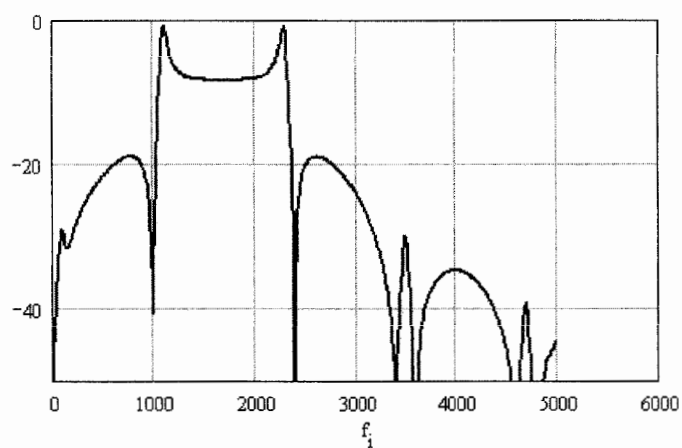


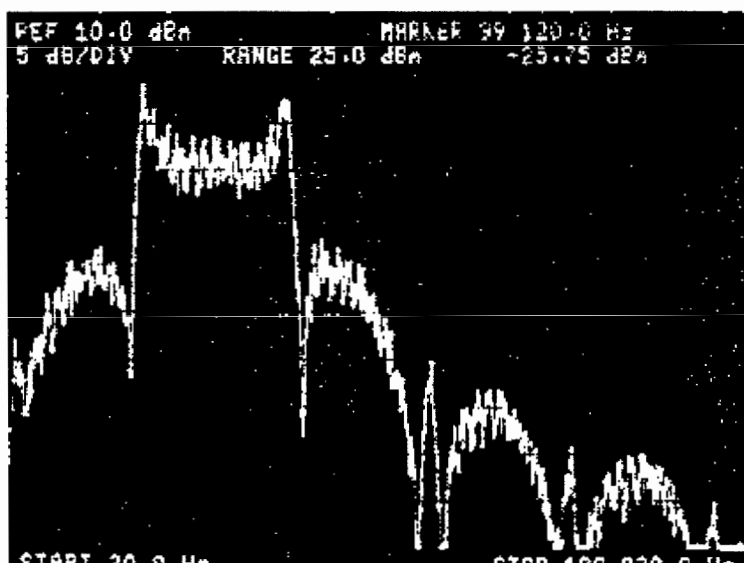
Figure 18

Spectre d'un signal numérique
à deux niveaux modulé en fréquence.

Figure 19



Densité spectrale HART lissée



Densité spectrale HART mesurée

Annexe 2

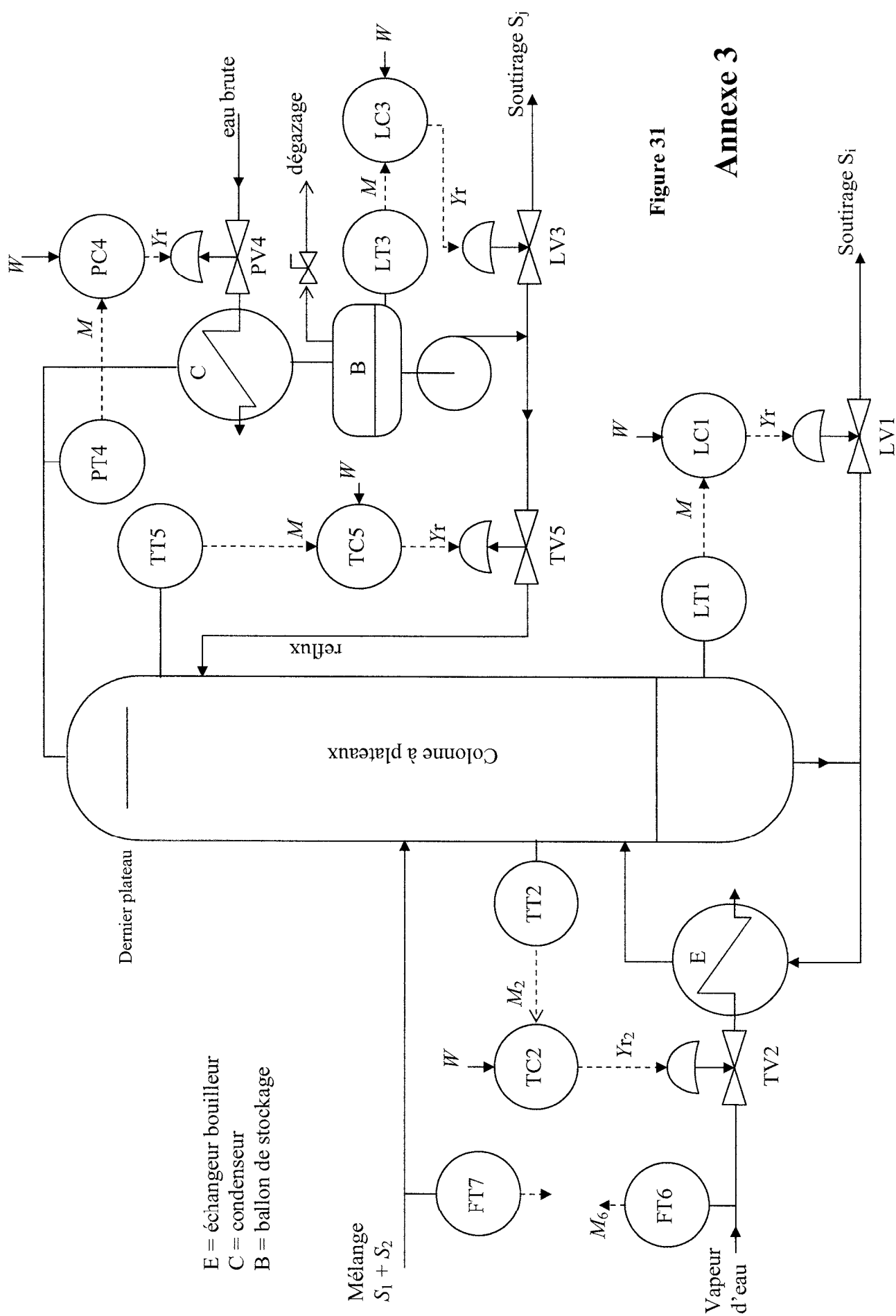
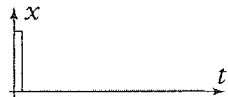
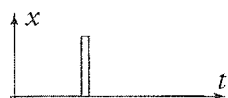
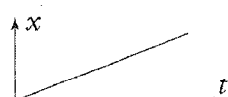
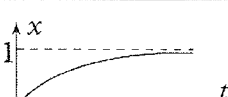
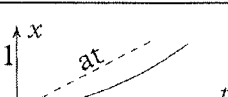
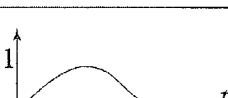
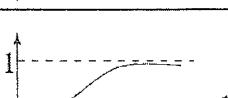


Figure 31

Annexe 3

Transformées en z

Variation temporelle	$x(t)$	$X(p)$	$X(z)$
	$\delta(t)$	1	1
	$\delta(t - kT_e)$	$e^{-kT_e p}$	z^{-k}
	$u(t)$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1}{1 - z^{-1}}$
	$t \cdot u(t)$	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{T_e \cdot z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2}$
	$t^2 \cdot u(t)$	$\frac{2}{p^3}$	$\frac{T_e^2 z^{-1} (1 + z^{-1})}{(1 - z^{-1})^3}$
	$e^{-at} \cdot u(t)$	$\frac{1}{p + a}$	$\frac{1}{1 - \alpha z^{-1}}$
	$(1 - e^{-at}) \cdot u(t)$	$\frac{a}{p(p + a)}$	$\frac{(1 - \alpha) z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 - \alpha z^{-1})}$
	$(at - 1 + e^{-at}) \cdot u(t)$	$\frac{a^2}{p^2(p + a)}$	$\frac{aT_e z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2} - \frac{(1 - \alpha) z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 - \alpha z^{-1})}$
	$te^{-at} \cdot u(t)$	$\frac{1}{(p + a)^2}$	$\frac{T_e \alpha z^{-1}}{(1 - \alpha z^{-1})^2}$
	$[1 - (1 + at)e^{-at}] \cdot u(t)$	$\frac{a^2}{p(p + a)^2}$	$\frac{1}{1 - z^{-1}} - \frac{1}{1 - \alpha z^{-1}} - \frac{aT_e \alpha z^{-1}}{(1 - \alpha z^{-1})^2}$

Notation : $\alpha = e^{-aT_e}$ où T_e est la période d'échantillonnage.

Annexe 4