

SESSION DE 2008

**CONCOURS EXTERNE
DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS AGRÉGÉS**

Section : MÉCANIQUE

ÉPREUVE DE MÉCANIQUE GÉNÉRALE
ET DES MILIEUX DÉFORMABLES

Durée : 6 heures

Calculatrice électronique de poche, y compris programmable, alphanumérique ou à écran graphique, à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

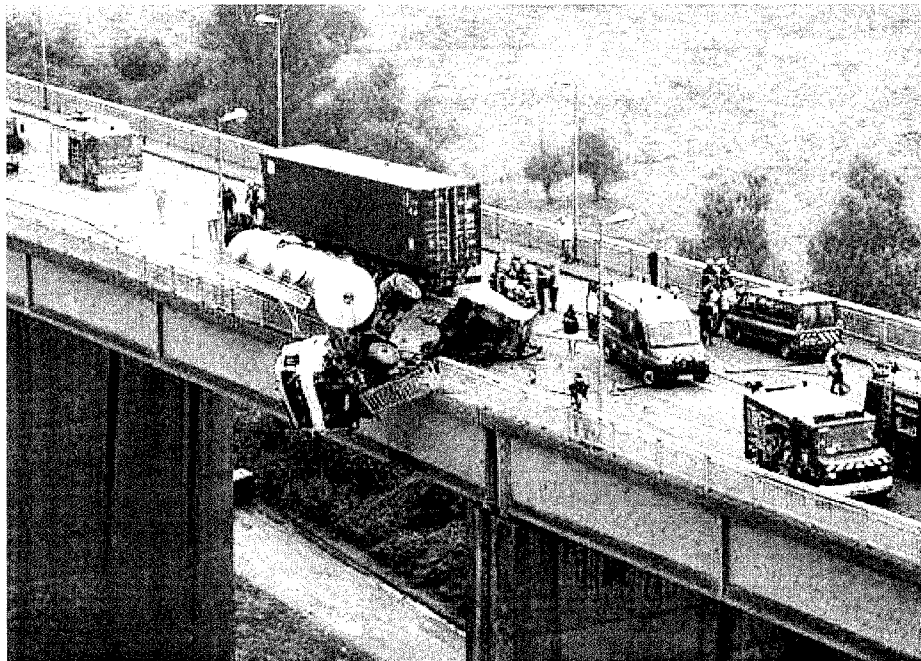
NB : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.

Tournez la page S.V.P.

ETUDE DU COMPORTEMENT ROUTIER D'UN POIDS LOURD TRACTANT UNE CITERNE

PRESENTATION	2
MODELISATION 2D	5
A ETUDE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU FLUIDE DANS LA CITERNE	5
B ETUDE DYNAMIQUE DU RENVERSEMENT : ANALOGIE MECANIQUE, MODELISATION DU DEPLACEMENT DU FLUIDE PAR UN MODELE DE PENDULE RIGIDE	7
MODELISATION 3D	11
A. ETUDE DE LA CITERNE	11
<i>A.I Citerne considérée comme une poutre</i>	<i>11</i>
<i>A.II Sollicitations créées par le fluide sur l'enveloppe de la citerne</i>	<i>14</i>
<i>A.III Modélisation par éléments finis de la citerne</i>	<i>17</i>
<i>A.IV Etude des sollicitations en fatigue de la citerne</i>	<i>18</i>
B ETUDE DE LA DIRECTION	20
<i>B.I Calculs préliminaires</i>	<i>21</i>
<i>B.II Modélisation et Etude cinématique</i>	<i>21</i>
<i>B.III Etude des efforts dans la direction</i>	<i>24</i>
C MODELISATION COMPLETE DU POIDS LOURD ARTICULE EN SOLIDES RIGIDES	24
ANNEXES	26
<i>Annexe I : Elément de coque mince quadrangulaire isoparamétrique à quatre nœuds</i>	<i>26</i>
<i>Annexe II : Points d'intégration</i>	<i>28</i>
<i>Annexe III : Critère de Dang Van</i>	<i>28</i>
FEUILLE REPONSE	29

Présentation



Accident sur le pont de Tancarville-2005

« L'accidentologie Poids Lourds en France en 1999 : alors que les 550 000 poids lourds de plus de 3.5 tonnes ne représentent que 2% du parc des véhicules et effectuent 5% des kilomètres parcourus, ils sont impliqués dans 5.3% des accidents corporels et font 12.9 % des tués. Ainsi 1032 des 8029 personnes tuées sur la route en France en 1999 l'ont été dans un accident impliquant un poids lourd, soit un taux de gravité 2.4 fois supérieur à l'ensemble des accidents. A signaler que seules 104 de ces victimes étaient des usagers de poids lourds. Parmi les 125 000 accidents corporels recensés, 6 600 impliquent au moins un poids lourd, et cette répartition fait apparaître 1 185 véhicules avec remorque et 2 854 tracteurs routiers avec semi-remorque. Ces grandes tendances de l'accidentologie "poids lourds" font donc apparaître à la fois une fréquence d'implication plus forte et une gravité moyenne plus élevée. Au-delà des statistiques, concernant le problème du renversement des citernes, et tout particulièrement celles transportant des matières dangereuses, c'est l'importante gravité potentielle de ces accidents qui justifie pleinement la réalisation de ce programme. »

Ce texte, extrait de « SIA - Actes du Congrès de Dynamique du Véhicule - CENTRALE LYON - 6-7 Juin 2001 », met en évidence l'intérêt grandissant accordé à l'étude du renversement des citernes de poids lourd, au vu de la gravité des accidents qui impliquent ce genre de véhicule.

Les poids lourds ont un centre de gravité élevé. Ils présentent par conséquent des problèmes de stabilité pour des trajectoires en virage à grande vitesse et pour les changements brutaux de voies (comme les évitements par exemple). Les accidents les plus graves et les plus fréquents concernent plus particulièrement les véhicules lourds articulés, avec remorque et éventuellement citerne, en circulation sur autoroute. Dans le cas de citerne transportant des liquides, les mouvements propres du fret liquide interagissent avec ceux du véhicule et amplifient le risque de renversement. Des études ont

montré également que la torsion du châssis-plateau et de la citerne de ces véhicules contribue de manière non négligeable à la dégradation des performances.

Aujourd'hui, l'augmentation de la demande de sécurité, en particulier pour le transport des matières dangereuses, mais surtout l'énorme coût engendré par ce type d'accident, conduisent à la volonté de mieux comprendre les performances dynamiques de ces véhicules, les phénomènes qui pourraient réduire sa fiabilité, et les solutions qui pourraient améliorer leur stabilité lors de leur conception.

Se limiter à des solutions de règles de conduites du véhicule ne suffit pas. Il est difficile pour le chauffeur de ressentir la stabilité de son véhicule, puisque sa perception est celle du comportement du tracteur alors que généralement c'est la remorque tractée qui bascule en premier. C'est pourquoi les investigations s'orientent vers des systèmes de contrôle actif pouvant agir sur l'angle de basculement, les transferts de charge latéraux, ou les accélérations latérales.

Pour mettre au point ces systèmes, la simulation des poids lourds à fret liquide et à châssis "torsible" s'est avérée nécessaire à une meilleure appréhension des phénomènes dynamiques, dans la mesure où les tests réels sont difficiles à mettre en œuvre et très coûteux.

L'objectif de ce travail est donc de mettre en place une modélisation, avec des approches de complexité croissante, pour appréhender le comportement dynamique d'un véhicule de type poids-lourds avec citerne, avec prise en compte du ballonnement de liquide.

On s'intéressera dans un premier temps au comportement du fluide dans la citerne, auquel on associera un modèle mécanique de type pendule pour l'analyse dynamique. Une modélisation plane à base de ressorts et amortisseurs du véhicule permettra alors l'étude dynamique de l'ensemble dans le but d'évaluer les conditions limites du renversement.

Dans un deuxième temps, on utilisera un modèle plus complexe tridimensionnel. Il sera complété par la prise en compte des effets de torsion et flexion de la citerne, dans le but d'évaluer l'influence des effets de la citerne sur le véhicule en cas d'évitement.



Enfin dans une troisième partie, l'étude du comportement cinématique de la direction sera menée.

Le but ultime de l'ensemble de ces études étant de pouvoir élaborer un système de contrôle de trajectoire (ESP) adapté à ce type de véhicule.

L'étude proposée reflète l'évolution de la démarche menée ces dernières années lors de l'étude du comportement de poids lourds tractant une citerne. Lors de cette épreuve le candidat abordera les différents grands domaines de la mécanique :

Modélisation 2D :

- Mécanique des fluides 15%
- Dynamique des systèmes 2D 20%

Modélisation 3D :

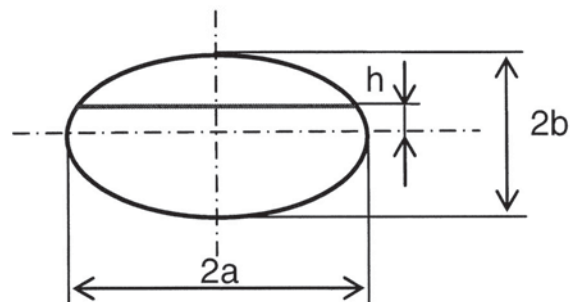
- Etude de la citerne
 - Résistance des matériaux et Mécanique des milieux continus 35%
- Etude de la direction
 - Etude géométrique des mécanismes 3D 10%
 - Statique 3D 10%
- Etude de l'ensemble
 - Modélisation d'un système multicorps 10%

Ces parties sont indépendantes et peuvent être abordées dans l'ordre qui conviendra au candidat.

Modélisation 2D

A Etude du comportement dynamique du fluide dans la citerne

Soit à étudier le mouvement d'un fluide dans une citerne elliptique dont les caractéristiques sont les suivantes :



On suppose que la longueur L de la citerne est suffisamment longue pour ne pas avoir d'influence sur le mouvement transverse du fluide.

Des études ont montré que lorsque la citerne n'était ni presque pleine ni presque vide, on pouvait assimiler le mouvement du fluide dans ce type de citerne au mouvement dans une citerne rectangulaire. Cette citerne rectangulaire a pour longueur celle de la citerne initiale et pour largeur $2a_r$, égale à la largeur de la surface libre de la citerne initiale. La hauteur de liquide $2h_r$ est telle que le volume du liquide présent dans le réservoir rectangulaire est le même que celui du réservoir elliptique.

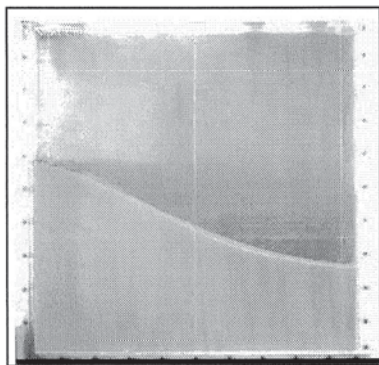
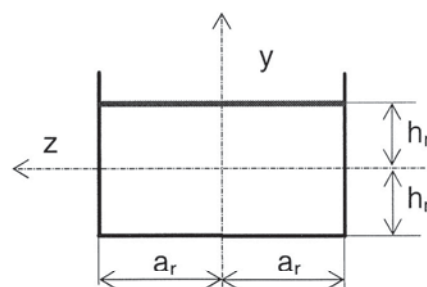


Image expérience "Xflow"



Réservoir rectangulaire

Nous allons donc étudier le mouvement de ballonnement de ce fluide dans un réservoir de section rectangulaire.

Hypothèses et données :

- fluide parfait incompressible
- écoulement plan
- écoulement à potentiel Φ
- longueur du réservoir L très grande devant la largeur $2a_r$ et la hauteur de fluide $2h_r$.

Rappels :

- Fluide incompressible : $\nabla^2\Phi = 0$
- Equation de Bernoulli instationnaire : $\frac{\partial\Phi}{\partial t} + g y + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) = f(t)$

$$\text{avec } u = \frac{\partial\Phi}{\partial x} \quad v = \frac{\partial\Phi}{\partial y} \quad w = \frac{\partial\Phi}{\partial z}$$

Où Φ est le potentiel des vitesses, g l'accélération de la pesanteur, ρ la masse volumique du fluide transporté, p la pression, u , v et w sont les composantes cartésiennes du champ des vitesses, fonctions de y , z et t .

- $y_s = \delta(z, t)$ est l'équation de la surface libre du fluide, avec p_s la pression sur cette surface.

On souhaite déterminer les modes propres des oscillations de la surface. Dans le cas qui nous intéresse la "constante" d'intégration $f(t)$ sera incluse dans la définition de Φ . Tout cela nous amène à rechercher la solution générale de l'équation différentielle sans second membre.

- A.I.1 Simplifier l'équation de Bernoulli, en considérant un écoulement plan (O, \vec{y}, \vec{z}) ayant de faibles vitesses d'écoulement.
- A.I.2 En exprimant de deux manières différentes la vitesse d'une particule de la surface, écrire la relation qui lie δ à Φ .
- A.I.3 En utilisant l'équation de Bernoulli au niveau de la surface libre, ainsi que l'équation précédente écrire une relation qui lie Φ , t , g et y .
- A.I.4 On cherche une solution de cette équation sous la forme : $\Phi(y, z, t) = \psi(y) \zeta(z) G(t)$ où les fonctions ψ et ζ ne dépendent respectivement que de y et de z . Traduire l'équation d'incompressibilité par une équation différentielle en ψ et une équation différentielle en ζ .
- A.I.5 Donner les ensembles de solutions possibles de ces deux équations différentielles.
- A.I.6 On pose $\psi(y) = A e^{\lambda y} + B e^{-\lambda y}$ et $\zeta(z) = C \sin \lambda z + D \cos \lambda z$ où A , B , C , D et λ sont des constantes. A partir des conditions aux limites sur les parois du réservoir déterminer l'ensemble des solutions de $\psi(y)$, $\zeta(z)$ en fonction de 2 constantes seulement.

A.1.7 Pour déterminer le mouvement de la surface dans le cas qui nous intéresse, on pose $G(t) = \cos \omega t$. En reprenant l'équation obtenue à la question A.1.3, déterminer les valeurs de ω pour le premier mode propre antisymétrique (en cosinus).

A.1.8 En déduire l'équation de la surface pour ce premier mode.

Les 2 constantes dépendent des positions et vitesses initiales de la surface du fluide. Si ces valeurs restent petites, conformément aux hypothèses, on pourra dans un premier temps assimiler l'équation de la "surface" du fluide à une droite.

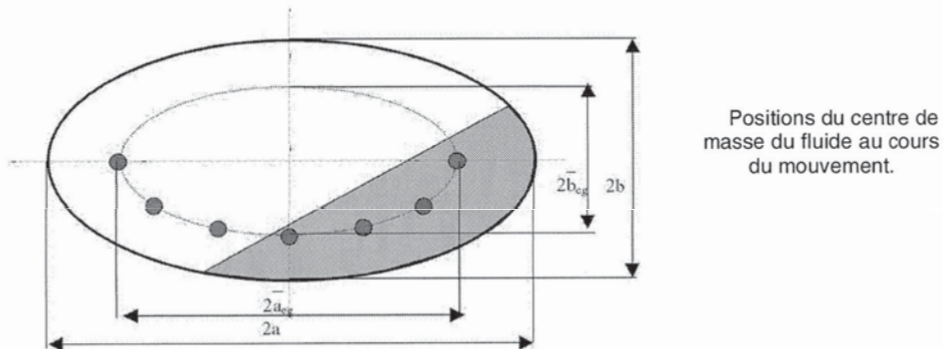
B Etude dynamique du renversement : Analogie mécanique, modélisation du déplacement du fluide par un modèle de pendule rigide

Présentation de la modélisation

Le premier problème consiste à déterminer la position du centre de gravité du fluide dans la citerne elliptique pour les différentes inclinaisons de la surface.

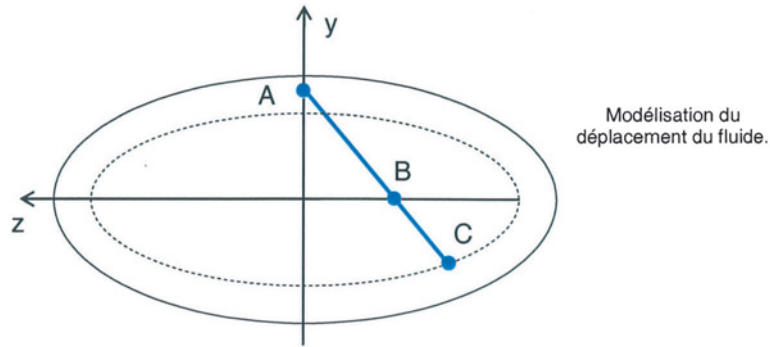
Pour cette modélisation on se place dans le cadre de l'étude précédente où le mode d'excitation de la citerne reste loin du premier mode propre, dans ce cas la surface peut être assimilée à un plan.

Une approche numérique permet de montrer que le centre de gravité du fluide se déplace alors sur une ellipse.



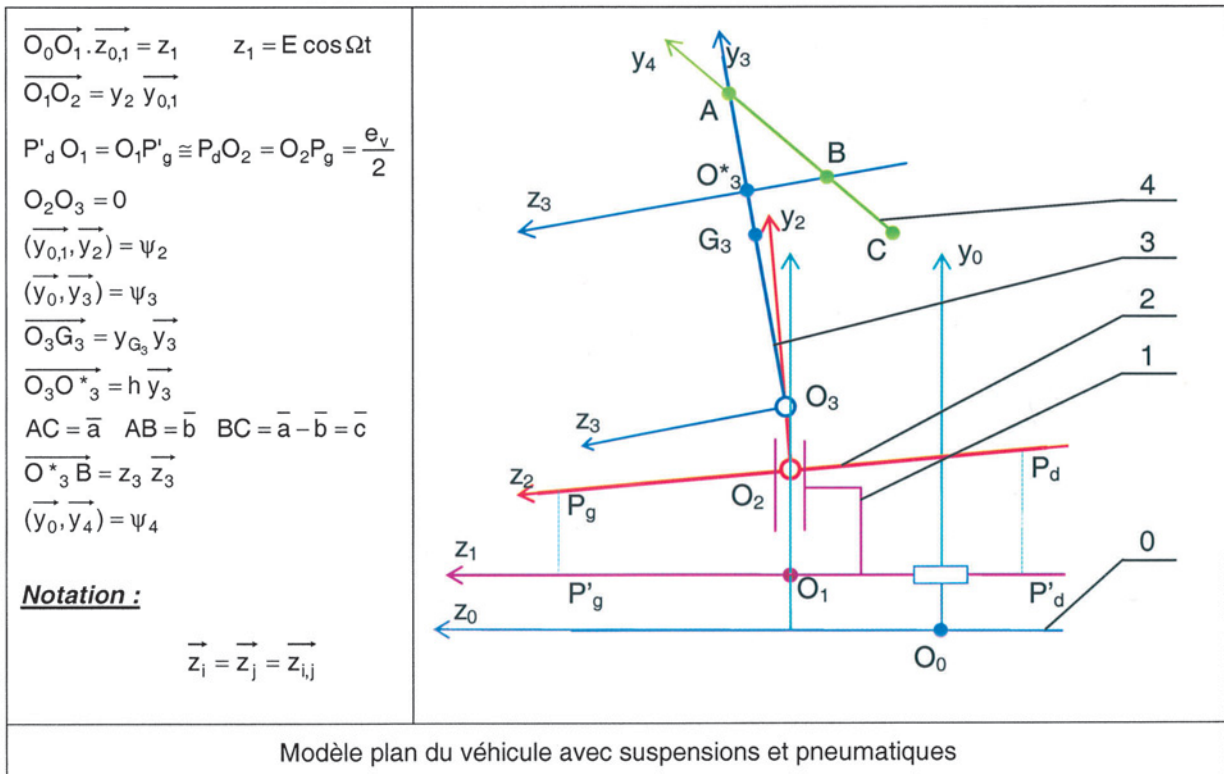
Pour modéliser le déplacement du fluide, on considère celui-ci dissocié en deux masses : une première masse fixe liée à la citerne, et une seconde mobile, liée à l'extrémité C d'un pendule.

Ce pendule est tel que $AC = \bar{a}$ et $AB = \bar{b}$. On impose au point A de se déplacer le long de l'axe (O, \vec{y}) et au point B se déplacer le long de l'axe (O, \vec{z}) .



Par une étude non détaillée ici, on détermine les valeurs de \bar{a} , \bar{b} , ainsi que celles des masses fixe et mobile, telles que ce pendule ait les mêmes modes propres que la surface du fluide.

Le comportement 2D du véhicule peut alors être modélisé sous la forme suivante :



Hypothèses :

- Les liaisons cinématiques sont parfaites.
- Le repère R_0 lié au sol est galiléen.
- Le repère R_1 , est introduit dans le modèle pour mettre en place les effets dynamiques induits par un changement de direction. Il est caractérisé par $\overrightarrow{O_0 O_1} \cdot \overrightarrow{z_{0,1}} = z_1$.

Données :

Solide 2 : Essieu plus jantes

- Son mouvement est tel que le point O_2 est astreint à se déplacer suivant l'axe $(O_1, \vec{y}_{0,1})$. Les paramètres du mouvement sont donnés par $\vec{O_1O_2} = y_2 \vec{y}_{0,1}$ et $(\vec{y}_{0,1}, \vec{y}_2) = \psi_2$.
- Masse négligée
- Les pneumatiques sont modélisés par des couples ressorts amortisseurs identiques tels que $\vec{F}_{g1 \rightarrow 2} = -k_p(P'_g P_g - y_{r0}) \vec{y}_0 - c_p \frac{d(P'_g P_g)}{dt} \vec{y}_0$ et $\vec{F}_{d1 \rightarrow 2} = -k_p(P'_d P_d - y_{r0}) \vec{y}_0 - c_p \frac{d(P'_d P_d)}{dt} \vec{y}_0$
avec $P'_d O_1 = O_1 P'_g \equiv P_d O_2 = O_2 P_g = \frac{e_v}{2}$

tels que : y_{r0} représente la longueur libre des ressorts équivalents.

k_p représente la raideur de ces ressorts.

c_p représente le coefficient d'amortissement des pneumatiques.

On suppose que la rotation $(\vec{y}_{0,1}, \vec{y}_2) = \psi_2$ de l'essieu est suffisamment petite pour ne pas influencer l'orientation de $\vec{F}_{g1 \rightarrow 2}$ et $\vec{F}_{d1 \rightarrow 2}$.

Solide 3 : La citerne + châssis+partie de fluide considérée comme fixe/citerne

- Les suspensions du véhicule introduisent un mouvement relatif du châssis par rapport à l'essieu. On peut considérer ce mouvement comme un mouvement de rotation autour du centre de roulis que l'on positionne en O_3 . Très souvent ce point se trouve proche de O_2 , nous prendrons donc O_3 confondu avec O_2 . Le paramètre du mouvement est donné par $(\vec{y}_0, \vec{y}_3) = \psi_3$.
- La masse de l'ensemble constitué de la citerne, du châssis et de la partie fixe du fluide est désignée par m_3 . Le centre de masse de cet ensemble est positionné en G_3 tel que $\vec{O_3G_3} = y_{G_3} \vec{y}_3$ et $\vec{O_3O_3^*} = h \vec{y}_3$. Le moment d'inertie suivant l'axe (G_3, \vec{x}_0) est donné par I_{3x} .
- Les suspensions exercent sur la citerne des actions que l'on pourra réduire à un couple tel que $\vec{M}_{2 \rightarrow 3}(O_3) = (-k_s(\psi_3 - \psi_2) - c_s(\dot{\psi}_3 - \dot{\psi}_2)) \vec{x}_0$ où k_s et c_s représentent « la raideur et l'amortissement » des suspensions.

Solide 4 : « le fluide »

- o La part mobile du fluide, de masse m_4 , est considérée comme ponctuelle et liée à l'extrémité C d'un pendule elliptique de longueurs $AC = \bar{a}$ et $AB = \bar{b}$ (On pourra écrire $BC = \bar{a} - \bar{b} = \bar{c}$). Le mouvement est tel que le point A est astreint à suivre l'axe (O^*_3, \vec{y}_3) pendant que le point B suit l'axe (O^*_3, \vec{z}_3) (contacts ponctuels en A et B). Les paramètres du mouvement sont donnés par $\vec{O^*_3 B} = z_3 \vec{z}_3$ et $(y_0, y_4) = \psi_4$

On sollicite le véhicule avec un déplacement latéral de la forme : $z_1 = E \cos \Omega t$, où E est une constante, de façon à simuler une manœuvre d'évitement.

On propose d'écrire le système minimum d'équations permettant de déterminer les lois du mouvement. Pour cela nous commencerons par écrire les équations de liaison puis les lois de comportements et enfin les équations de la dynamique nécessaires à la mise en équations du problème.

Les torseurs d'actions mécaniques inconnues pourront être notés de la manière suivante :

$$\left\{ \mathcal{F}_{i \rightarrow j} \right\} : \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{i \rightarrow j} \\ \vec{M}_{i \rightarrow j}(P) \end{array} \right\} : \left\{ \begin{array}{l} X_{ij} \vec{x} + Y_{ij} \vec{y} + Z_{ij} \vec{z} \\ L_{ij} \vec{x} + M_{ij} \vec{y} + N_{ij} \vec{z} \end{array} \right\}_P$$

- B.I.1 Ecrire la relation qui traduit le contact en A en liant le paramètre z_3 à ψ_3 et ψ_4 .
- B.I.2 Exprimer en O_2 le torseur des actions des pneumatiques sur l'essieu en fonction des données, de y_2 , ψ_2 , et de leurs dérivées. On rappelle que ψ_2 peut être considéré comme petit.
- B.I.3 Ecrire les conditions concernant les actions mécaniques, donnant les limites de décollement des roues.
- B.I.4 Définir une stratégie afin d'obtenir le nombre minimum d'équations de la dynamique.
- B.I.5 Ecrire ces équations.