ministère Éducation nationale

AE2-5
Repère à reporter sur la copie

SESSION DE 2008

CONCOURS EXTERNE DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS AGRÉGÉS

Section : GÉNIE CIVIL

ÉPREUVE DE GÉOTECHNIQUE ET DE QUALITÉ DES AMBIANCES

Durée : 6 heures

Calculatrice électronique de poche, y compris programmable, alphanumérique ou à écran graphique, à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Cette épreuve est constituée de deux sujets indépendants :
- **géotechnique et environnement ;**
- **qualité des ambiances (partie thermique et partie acoustique)**

Il est demandé aux candidats de traiter les deux sujets sur des copies séparées.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : ***Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.***

Tournez la page S.V.P.

GÉOTECHNIQUE ET ENVIRONNEMENT

(10 points)

Avertissement

Pour la rédaction de ce sujet, les membres du jury ont souhaité proposer aux candidats une problématique qui permette des développements des fondamentaux de la mécanique des sols en direction de l'identification et la caractérisation des matériaux géotechniques et en direction de l'interaction sol-structures.

La présente composition traite, sur un projet donné, des aspects relatifs :

- *à l'interprétation des données qui résultent de la reconnaissance géotechnique,*
- *à la compréhension des grands mécanismes régissant les massifs de sol dans leur état naturel,*
- *à l'interaction sol-structure et au dimensionnement des ouvrages.*

Le sujet est rédigé de façon à ce que les différentes parties puissent être traitées de manière relativement indépendante. Toute donnée numérique non fournie est laissée à l'appréciation des candidats.

Généralités

Le problème traite du dimensionnement d'un tunnel ferroviaire.

Le site de construction est constitué :

- d'une couche de sable régnant entre 0 et 32 m de profondeur sous la surface du terrain naturel ;
- d'une couche d'argile de 130 m d'épaisseur, mise en place à l'Eocène (ère tertiaire), au-delà de 32 m de profondeur.

L'ensemble est baigné par une nappe en équilibre statique dont la surface piézométrique se situe en moyenne à 5 m sous la surface du terrain naturel.

Le site : géologie et propriétés géotechniques

1) La formation argileuse est d'origine sédimentaire. Décrivez le processus général de formation d'une couche sédimentaire. On précisera le processus de formation des particules d'argile, les modes de transport et de dépôt et les mécanismes de diagenèse.

2) Citer les trois principales familles d'argile. Indiquez quelle est la famille potentiellement la plus problématique en géotechnique. Indiquez en particulier les comportements à craindre et expliquez pourquoi.

3) La limite de liquidité de l'argile, son indice de plasticité, sa teneur en eau et son poids volumique son donnés dans le Tableau 1.

   - en vous appuyant sur le diagramme de Casagrande (non fourni dans le présent énoncé), donnez la classe de plasticité du matériau ;
   - proposez un rattachement possible à l'une des trois familles d'argile identifiées à la question précédente ;
   - déterminez l'indice de consistance de l'argile ;
   - commentez l'état du matériau.

4) Le poids spécifique des particules d'argile est égal à 28,5 kN/m3. Evaluez la porosité et le degré de saturation de l'argile.

Une éprouvette d'argile a été soumise à un essai oedométrique, par paliers, à haute pression. Les caractéristiques de l'argile constituant l'éprouvette sont données dans le Tableau 3.

5) L'éprouvette a été taillée à partir d'un échantillon prélevé à 42,9 m de profondeur sous la surface du terrain. Montrez que la contrainte verticale en place σ'_{v0} qui règne à cette

Tournez la page S.V.P.

profondeur est égale à 480 kPa. Les poids volumiques du sable sont donnés dans le Tableau 2.

6) A partir des caractéristiques de l'argile données dans le Tableau 3, déterminez son indice des vides e_i.

7) La courbe de compressibilité résultant de l'essai oedométrique est donnée sur la Figure 1.

   - déterminez l'indice des vides e_D de l'échantillon après application de la contrainte σ'_{v0} ;
   - indiquez d'où proviennent les différences entre l'indice des vides e_i et l'indice des vides e_D ;
   - donnez votre appréciation des valeurs possibles de l'indice des vides de l'échantillon in situ e_0., en relation avec le remaniement qu'a pu subir l'échantillon lors de son prélèvement.

Pour évaluer la pression de préconsolidation, on fait les hypothèses suivantes :

- la courbe vierge de l'argile en place se confond avec la droite qui porte la partie linéaire de la courbe de compressibilité obtenue à partir de l'essai à haute pression ;
- la pente moyenne de la courbe de déchargement de l'argile en place et la pente moyenne C_s de la courbe de déchargement obtenue dans l'essai oedométrique sont égales ;
- l'indice des vides e_D obtenu après application de la contrainte en place σ'_{v0} est égal à l'indice des vides in situ e_0.

8) Déterminez la pression de préconsolidation σ'_p, l'indice de compression C_c et l'indice de gonflement C_s de l'argile.

9) Comment qualifiez-vous l'état de consolidation de l'argile. Quels épisodes de l'histoire géologique du matériau ont pu déterminer cet état de consolidation ?

Un ensemble de 21 éprouvettes ont été soumises à des essais de cisaillement à l'appareil triaxial (Tableau 4) :

- 15 d'entre elles ont été consolidées de façon isotrope et cisaillées en compression axiale, en conditions drainées (essais CID) ;
- 6 d'entre elles ont été consolidées de façon isotrope et cisaillées en extension axiale, en conditions drainées (essais EID).

10) Décrivez l'appareil triaxial de cisaillement des sols. Décrivez les différentes modalités possibles de l'essai ; les différentes étapes de l'essai seront clairement identifiées.

11) Le critère de Coulomb s'écrit $\tau = \sigma' \tan\varphi' + c'$ dans le diagramme de Mohr, σ' et τ représentant respectivement les composantes normales et tangentielles des contraintes effectives s'appliquant aux facettes sur lesquelles la rupture est atteinte. Ecrivez ce critère dans le diagramme (s' , t), où s' et t désignent respectivement la contrainte moyenne $s' = (\sigma'_1 + \sigma'_3)/2$ et le demi-déviateur $t = (\sigma'_1 - \sigma'_3)/2$.

12) Reportez sur un diagramme (s' , t) les valeurs de s' et t atteintes à la rupture pour l'ensemble des essais de cisaillement (Tableau 4). Déduisez-en une valeur représentative des paramètres de résistance au cisaillement c' et φ'.

13) On donne sur la Figure 2 les variations du déviateur et de la déformation volumique en fonction de la déformation axiale mesurées pour l'essai référencé n°7 sur le Tableau 4. On fait l'hypothèse d'un comportement élastique isotrope et on fait appel aux résultats généraux de la théorie de l'élasticité (formulaire donné en annexe).

- déduisez des courbes données en Figure 2 la valeur du module initial tangent, des modules sécants à 0,5 % et 1 % de déformation axiale et du module sécant à 50% du déviateur à la rupture ;
- estimez les valeurs du coefficient de Poisson dans les mêmes conditions.

Le tunnel

Le tunnel présente une section circulaire. Le diamètre foré est égal à 5,30 m (le rayon R est égal à 2,65 m). Le diamètre exploité est de 4,90 m. La profondeur du tunnel, prise au niveau de son axe, est de 110 m par rapport au niveau du terrain naturel.

Etat initial des contraintes

14) On suppose qu'au cours de son histoire, le toit actuel de la couche d'argile a été soumis à une pression uniforme égale à 3300 kPa. Vérifiez que la valeur de cette surcharge est cohérente avec la pression de préconsolidation trouvée à la question 8).

15) Tracez, en fonction de la profondeur, les profils des contraintes effectives s'appliquant sur les facettes horizontales et verticales au sein de la couche d'argile. Le formulaire donné en annexe rappelle l'expression proposée par Mayne et Kulawhy pour le calcul du coefficient des terres au repos. Justifiez du fait qu'au voisinage du tunnel le champ des contraintes puisse être considéré comme isotrope.

Tournez la page S.V.P.

Techniques de creusement du tunnel

16) Présentez sommairement les différentes techniques d'excavation et de soutènement des tunnels. Indiquez les avantages propres à chaque technique.

Calcul du champ des contraintes et de la convergence du massif au creusement du tunnel

Le creusement et le soutènement du tunnel sont opérés comme suit :

- le terrain est excavé en section pleine au moyen d'un tunnelier ; le diamètre R de l'excavation est égal à 2,65 m ;
- le soutènement est réalisé à l'avancement du tunnelier, par pose de voussoirs ; le soutènement est imperméable à l'eau.

On modélise le comportement à long terme du terrain au moyen d'une loi de comportement associant l'élasticité linéaire et un critère de plasticité de Mohr-Coulomb. Les valeurs de calcul des paramètres de cette loi de comportement sont données dans le Tableau 5.

Nota 1 : dans le développement qui suit, les conventions de la MMC sont appliquées ; les contraintes de compression sont négatives par convention.

Nota 2 : Les pressions d'eau à considérer à long terme dans le terrain sont les pression d'eau qui régnaient dans le terrain avant travaux (les conditions aux limites de la nappe n'ont pas été modifiées ; les surpressions d'eau causées par les travaux ou par les déformations ultérieures du terrain se sont dissipées).

On fait par ailleurs l'hypothèse que le problème est unidimensionnel, dans un système de coordonnées cylindriques (Figure 3) :

- le massif est isotrope et le champ des contraintes initiales ($K_0 = 1$) est isotrope ; le champ des contraintes initiales est caractérisé par une pression uniforme d'intensité $-P'_0$. - u_0 ($P_0>0$ et $u_0>0$) où P'_0 et u_0 désignent respectivement la pression effective du terrain et la pression de l'eau ;
- la cavité étudiée a une forme cylindrique de rayon R ; les déplacements radiaux sont indépendants des coordonnées autres que la distance r à l'axe du tunnel ; les déplacements orthoradiaux et parallèles à l'axe du tunnel sont nuls ;
- les déformations sont planes.

17) En faisant appel au formulaire donné en annexe 1, exprimez les variations des contraintes effectives en fonction de la variation du déplacement radial Δu du terrain.

18) Ecrivez l'équilibre du terrain (équation d'équilibre donnée en annexe) et déduisez-en une équation différentielle de la variation du déplacement radial Δu.

Cette équation différentielle de la variation du déplacement radial Δu admet une solution générale $\Delta u = Ar + \frac{B}{r}$.

Par ailleurs, on considère qu'il existe un rayon R_p caractérisant une frontière en deçà de laquelle règne la plasticité : si $r = R_p$, $\Delta\sigma_r' = -P_{ic}' + P_0'$, où P_{ic}' est « la pression fictive d'apparition de la plasticité ».

19) Déterminez les constantes d'intégration A et B en exprimant les valeurs prises par $\Delta\sigma'_r$ respectivement lorsque $r \to \infty$ et $r = R_p$.

20) Déduisez-en l'expression des contraintes σ_r', σ_θ' et σ_z', dans la zone élastique, en fonction de P_0', P_{ic}', R_p et r.

21) Ecrivez qu'en $r = R_p$, rayon où apparaît la plasticité, les contraintes calculées à la question 20) vérifient le critère de rupture de l'argile (l'expression de ce critère est donné dans le formulaire annexé). Déduisez-en l'expression de la pression P_{ic}' d'apparition de la plasticité.

22) On résout le champ des contraintes à l'intérieur de la zone plastique. Pour cela, exprimez la contrainte orthoradiale en fonction de la contrainte radiale, à l'aide du critère de rupture. Ecrivez l'équation d'équilibre dans la direction radiale et déduisez-en une équation différentielle de la contrainte radiale dans la zone plastique.

23) Résolvez l'équation différentielle ainsi trouvée et exprimez les contraintes radiales et orthoradiales dans la zone plastique. On appliquera la condition aux limites $P' = P_i'$ en $r = R$, correspondant en l'application d'une pression de confinement P_i' sur les parois du tunnel.

24) Calculez l'expression du rayon plastique R_p.

25) Déterminez quelle est la valeur minimale P'_{ie} de la pression de confinement à appliquer aux parois du tunnel pour empêcher l'apparition de la plasticité dans le terrain, autour du tunnel.

26) On se place dans le cas $P'_i > P'_{ie}$. Le terrain reste donc élastique autour du tunnel. En reprenant les expressions développées aux questions 18) et 19) déterminez l'expression du déplacement radial u_R de la paroi du tunnel (en $r = R$), en fonction de P'_i.

On donne dans le formulaire en annexe l'expression du déplacement radial du terrain compte tenu des déformations plastiques qui se produisent dans la zone plastifiée, lorsque $P'_i < P'_{ie}$.

27) Les valeurs de calcul des caractéristiques de l'argile sont données dans le Tableau 5. Tracez la courbe de convergence de la paroi du tunnel en fonction de la pression effective de confinement appliquée P'_i.

Calcul du soutènement

Le soutènement est constitué d'une coque en béton dont les caractéristiques sont données dans le Tableau 6.

28) Déterminez la pression de l'eau qui s'applique à long terme sur le soutènement, considéré comme imperméable.

29) On fait l'hypothèse que le soutènement est mis en place alors que la convergence du massif d'argile n'a pas débuté. Commentez cette hypothèse.

30) Dans la phase de comportement élastique du soutènement, son déplacement radial est proportionnel à la pression que lui applique le sol. L'expression de ce déplacement radial est donné dans le formulaire en annexe.

- tracez la courbe du déplacement radial du soutènement en fonction de la pression appliquée par le terrain (contrainte effective et pression d'eau) ;
- superposez la courbe obtenue à la courbe de convergence du terrain déterminée à la question 27) et déduisez l'état d'équilibre qui sera atteint à long terme : pression sur le soutènement et déplacement radial de la paroi du tunnel.

Reconnaissance en cours de travaux

31) Donnez les principes d'une instrumentation de suivi en cours de travaux et précisez l'objectif de ces mesures.

32) Décrivez le principe physique d'un dispositif de mesure de la convergence du tunnel et d'un dispositif de mesure des contraintes auxquelles est soumis le revêtement du tunnel.

Annexe 1 – Formulaire

Pression des terres au repos

$$K_0 = (1-\sin\varphi')\left(\frac{\sigma'_p}{\sigma'_v}\right)^{\sin\varphi'} \qquad \text{Équation 1}$$

La convention de signe utilisée dans ce qui suit est celle de la Mécanique des Milieux Continus, c'est à dire que les contraintes σ sont positives en traction.

Ecriture simplifiée de la loi de comportement élastique de Hooke, pour un problème unidimensionnel en conditions cylindrique.

$$\begin{pmatrix}\Delta\sigma_r\\ \Delta\sigma_\theta\\ \Delta\sigma_z\end{pmatrix} = \frac{E}{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)}\begin{bmatrix}1-\upsilon & \upsilon & \upsilon\\ \upsilon & 1-\upsilon & \upsilon\\ \upsilon & \upsilon & 1-\upsilon\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\Delta\varepsilon_r\\ \Delta\varepsilon_\theta\\ \Delta\varepsilon_z\end{pmatrix} \qquad \text{Équation 2}$$

Critère de Mohr-Coulomb, en coordonnées cylindriques

$$(\sigma_r-\sigma_\theta)+(\sigma_r+\sigma_\theta)\sin\varphi-2C\cos\varphi=0 \qquad \text{Équation 3}$$

$$K_p(\sigma_r-H)-(\sigma_\theta-H)=0 \qquad \text{Équation 4}$$

avec :

$$K_p=\tan^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right)=\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \quad \text{et} \quad H=\frac{C}{\tan\varphi}$$

Champ des déformations

$$\begin{cases}\varepsilon_r=\dfrac{du}{dr}\\ \varepsilon_\theta=\dfrac{1}{r}\dfrac{dv}{d\theta}+\dfrac{u}{r}=\dfrac{u}{r}\\ \varepsilon_z=\dfrac{dw}{dz}=0\end{cases} \qquad \text{donc } \underline{\varepsilon}=\begin{pmatrix}\dfrac{du}{dr}\\ \dfrac{u}{r}\\ 0\end{pmatrix} \qquad \text{Équation 5}$$

Tournez la page S.V.P.

Equation d'équilibre

$$\overrightarrow{div}\underline{\underline{\sigma}} = \vec{0} \qquad \text{Équation 6}$$

$$\frac{d\Delta\sigma_r}{dr} + \frac{\Delta\sigma_r - \Delta\sigma_\theta}{r} = 0 \text{, dans la direction } e_r \qquad \text{Équation 7}$$

Déplacement dans la zone plastique

$$\frac{u_p}{r} = -\frac{(1+\nu)}{E}\left\{C_1 + C_2\left(\frac{r}{R_p}\right)^{K_p-1} + C_3\left(\frac{R_p}{r}\right)^{\beta+1}\right\} \qquad \text{Équation 8}$$

$$C_1 = -(1-2\nu)(P_0 + H)$$

$$C_2 = \left(\frac{(1-\nu)(1+\beta K_p)}{K_p+\beta} - \nu\right)\frac{2(P_0+H)}{(K_p+1)}$$

$$C_3 = 2(1-\nu)\frac{(K_p-1)(P_0+H)}{(K_p+\beta)}$$

$$\beta = \frac{1+\sin\psi}{1-\sin\psi}$$

Déplacement radial du soutènement

$$u_s = -\frac{R^2(1-\nu^2)}{eE}P_s \qquad \text{Équation 9}$$

Annexe 2 – Tableaux de données

Tableau 1 – Propriétés moyennes de l'argile.

	Plage de variation	Moyenne
Limite de liquidité w_L (%)	63 – 75	71
Indice de plasticité I_P (%)	40 – 47	44
Teneur en eau w (%)	26,2 – 31	28,6
Poids volumique (kN/m^3)	19,3 – 21,2	19,9
Poids volumique sec (kN/m^3)	14,9 – 16,3	15,5

Tableau 2 – Propriétés moyennes du sable.

	Plage de variation	Moyenne
Poids volumique (kN/m^3)	19,75 – 21,7	20,6
Poids volumique sec (kN/m^3)	16,45 – 17,85	17,1

Tableau 3 – Propriétés de l'échantillon d'argile soumis à l'essai de compressibilité.

	Valeur
Teneur en eau w (%)	30,5
Poids volumique (kN/m^3)	20,1
Poids volumique sec (kN/m^3)	15,4

Tableau 4 – Essais triaxiaux drainés (CID et EID).

Essai		Consolidation	Cisaillement				
			Module de déformation (MPa)				Rupture
n°	Type	σ'_c (kPa)	E'_0	$E'_{0,5}$	E'_1	E'_{50}	$\sigma_a - \sigma_r$ (kPa)
1	CID	335	66,5	30	25	22,8	670
2	CID	720	62,5	41,5	34	31,4	1206
3	CID	425	42	32	24	22,1	820
4	CID	540	52,5	35	26	24,6	778
5	CID	195	42	34	29	27,5	904
6	CID	250	55,5	33	28	27,9	764
7	CID	750					986
8	CID	540	68,5	46	34	29,3	990
9	CID	455	61	40	32	28	800
10	CID	360	26,5	19	16	16,8	286
11	CID	150	47,5	22	15	30,7	172
12	CID	50	27	16,5	12,5	15,8	189
13	CID	470	49,5	31	23	18	698
14	CID	150	65,5	35	25	24,9	632
15	CID	50	21	9,5	8	7,7	159
16	EID	750	150	54,5	35	76,1	-426
17	EID	560	62	42,5	32	41,7	-434
18	EID	300	36	22	17	20,5	-270
19	EID	150	69	16	9	49,8	-100

Tournez la page S.V.P.

20	EID	470	100	49,5	31	74,7	-373
21	EID	150	27	15	10	11,8	-139

E'_0 : module tangent à l'origine
$E'_{0,5}$: module sécant à 0,5 % de déformation
E'_1 : module sécant à 1 % de déformation
E'_{50} : module sécant à 50 % du déviateur à la rupture.
σ_a : contrainte axiale à la rupture
σ_r : contrainte radiale à la rupture ; σ_r est maintenue égale à σ'_c au cours de l'essai
σ'_c: contrainte de consolidation

Tableau 5 – Valeur des caractéristiques de l'argile à considérer pour le calcul du tunnel.

	Valeur
Poids volumique γ (kN/m3)	19,9
Angle de frottement φ (degrés)	23,5
Cohésion C (kPa)	30
Module d'élasticité E (MPa)	50
Coefficient de Poisson ν	0,23
Angle de dilatance ψ (degrés)	10

Tableau 6 – Valeur des caractéristiques du soutènement.

	Valeur
Rayon R (m)	2,55
Epaisseur e (m)	0,40
Module d'élasticité E (GPa)	15
Coefficient de Poisson ν	0,15

Annexe 3 – Figures

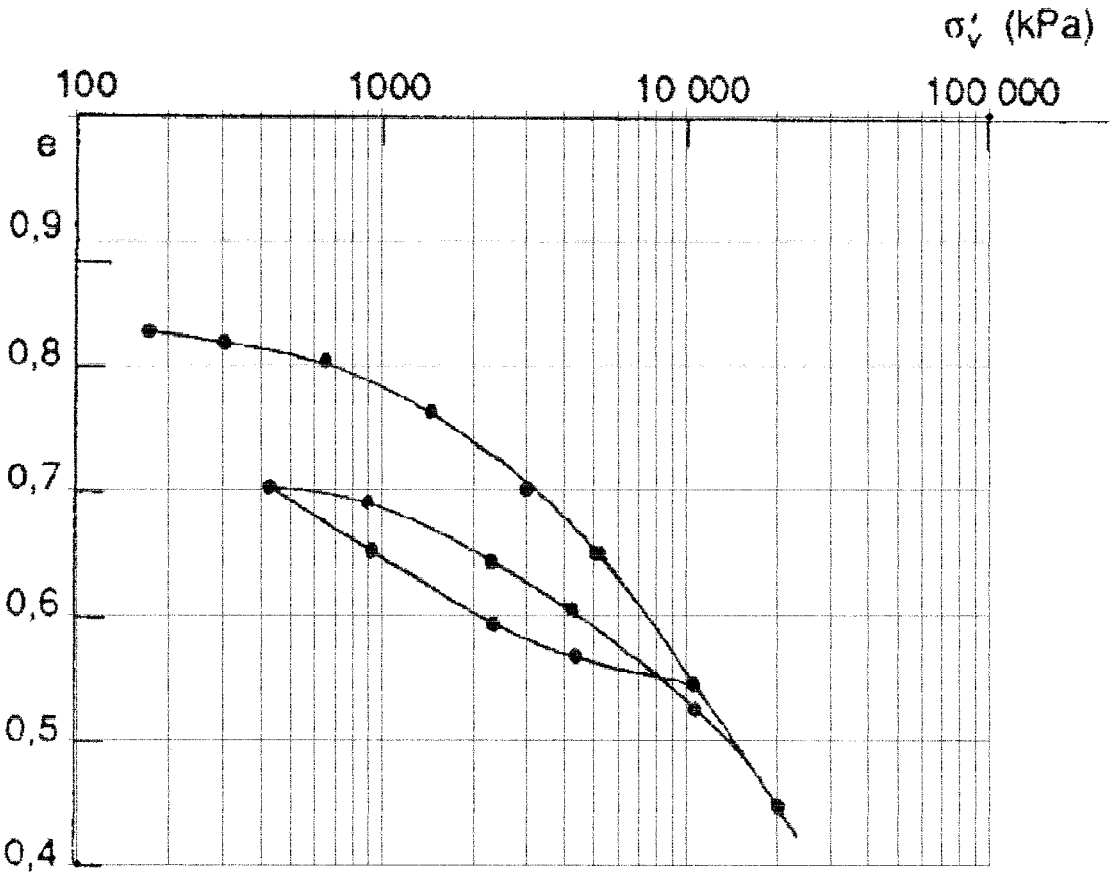

Figure 1– Courbe de compressibilité de l'argile obtenue à partir de l'essai oedométrique, par paliers à haute pression (Josseaume, 1991).

Tournez la page S.V.P.

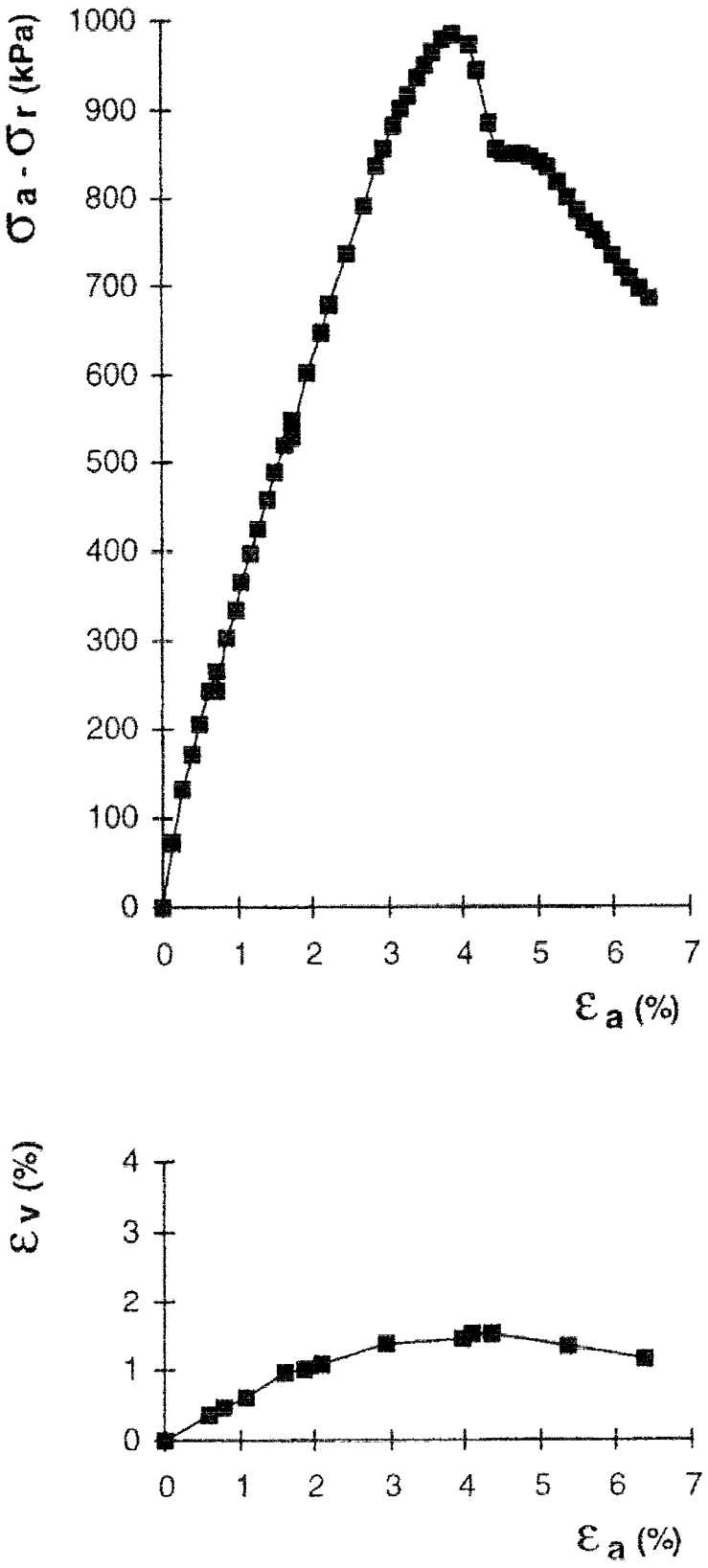

Figure 2– Variations du déviateur et de la déformation volumique en fonction de la déformation axiale dans le cas de l'essai CID n° 7 (Josseaume, 1998).

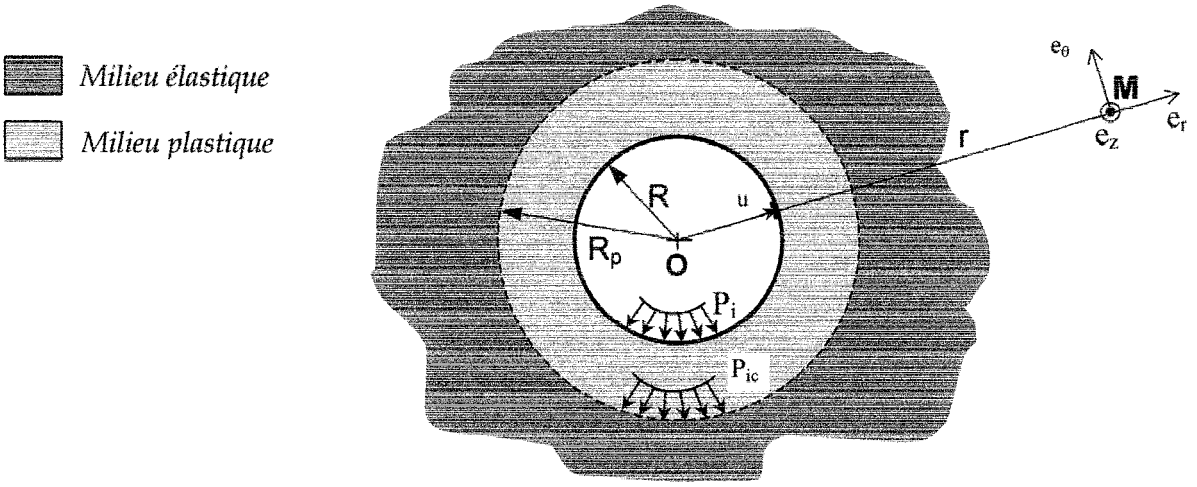

Figure 3– Schéma de principe, axes et notations s'appliquant au tunnel et au terrain avoisinant (Martin et Saitta, 2004).

Tournez la page S.V.P.

QUALITÉ DES AMBIANCES

Partie « Thermique »

Ce problème est consacré à l'étude d'un type d'échangeur thermique. Les échangeurs ont pour fonction de transférer de la chaleur d'un fluide à un autre. Nous nous intéressons ici à un échangeur à fluides séparés dont nous allons étudier les caractéristiques du comportement et les performances envisageables.

Question 1 : Echange de chaleur à travers une surface plane

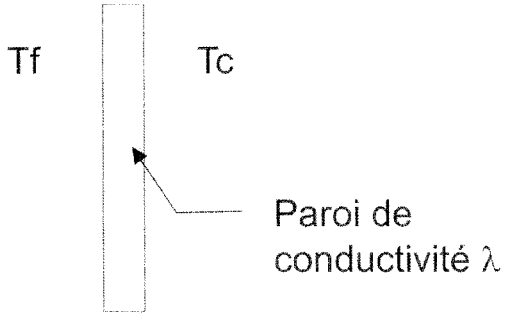

Figure 1 : Echange à travers une surface plane

On considère deux fluides à températures différentes, l'un chaud à la température Tc l'autre froid à température Tf. Ces fluides sont séparés par une paroi solide homogène, opaque et d'épaisseur e. La paroi a une conductivité thermique λ. L'étude est réalisée en régime permanent.

1.1 Donner les modes de transfert mis en jeu lors de l'échange de chaleur entre deux fluides séparés par une paroi plane.
1.2 Donner l'expression du flux qui caractérise ce transfert, pour une paroi d'aire S. On notera respectivement h_c et h_f les coefficients d'échange convectif entre la paroi et les fluides chaud et froid.

L'encrassement des surfaces de la paroi entraîne la formation de dépôts en couches. Ces couches peuvent être de natures différentes en fonction des fluides, des températures,... On fera l'hypothèse qu'elles sont d'épaisseurs uniformes sur chaque face.
1.3 Comment ces dépôts affectent-ils les échanges ?
1.4 Donner dans ce cas, le coefficient d'échange global U entre les deux fluides.

Question 2 : Echange de chaleur à travers une surface cylindrique

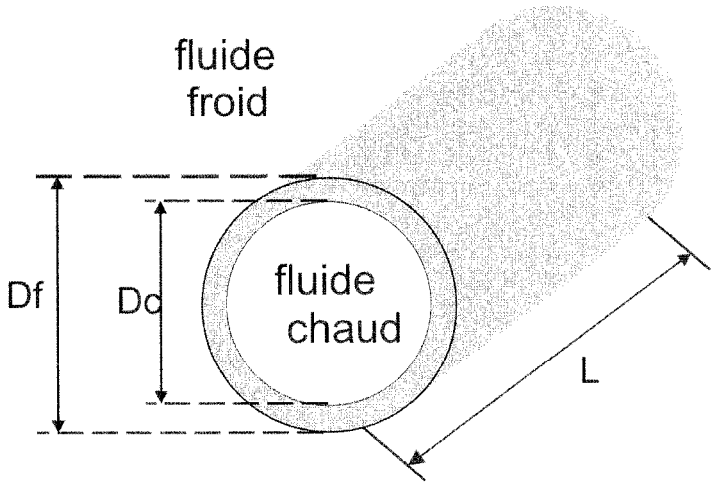

Figure 2 : Echange à travers une surface cylindrique

On considère maintenant que les fluides chaud et froid sont séparés par un tube cylindrique de longueur L. Le tube présente un diamètre intérieur Dc et extérieur Df. Le fluide froid se trouve à l'extérieur. L'étude se fait en régime permanent. On se placera dans le cas où il n'y a pas de dépôt.

2.1 Etablir l'expression de la résistance thermique entre les surfaces intérieure et extérieure du tube en fonction de Dc, Df, L et λ.

2.2 Donner l'expression des coefficients d'échange convectif aux surfaces extérieure et intérieure en fonction de h_c,h_f,D_c,D_f et L

2.3 Donner dans ce cas, le coefficient d'échange global entre les deux fluides.

Question 3 : Calcul des performances d'un échangeur à courants parallèles

On suppose maintenant la configuration suivante. Le cylindre d'échange étudié en question 2 (mêmes géométrie et caractéristiques thermiques) est placé au centre d'un tube qui assure une isolation thermique parfaite avec l'extérieur. L'étude se fait toujours en régime permanent. On suppose également que les caractéristiques thermophysiques des fluides et de l'échangeur sont des constantes.

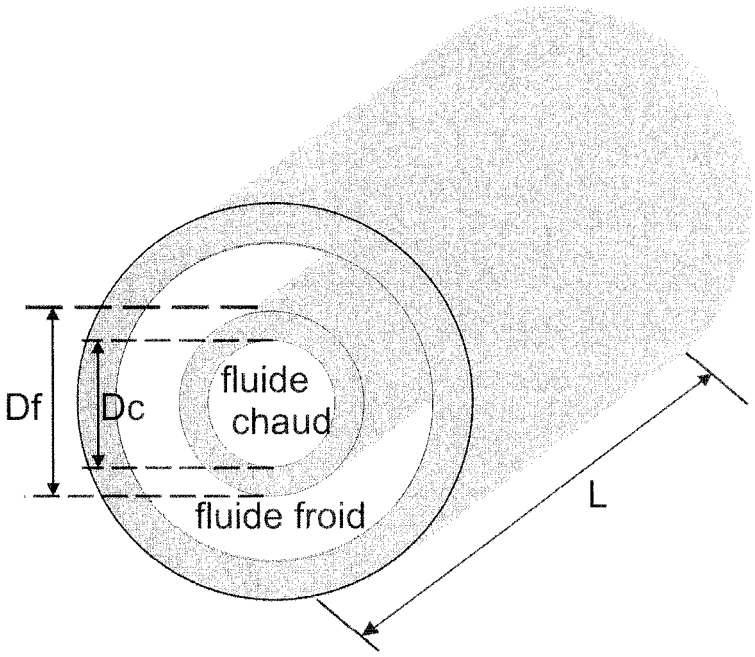

Figure 3 : Echangeur étudié

On étudie maintenant les échanges dans le cas où les deux fluides sont en circulation à travers le dispositif conformément à la figure 4 qui représente une coupe longitudinale de l'échangeur.

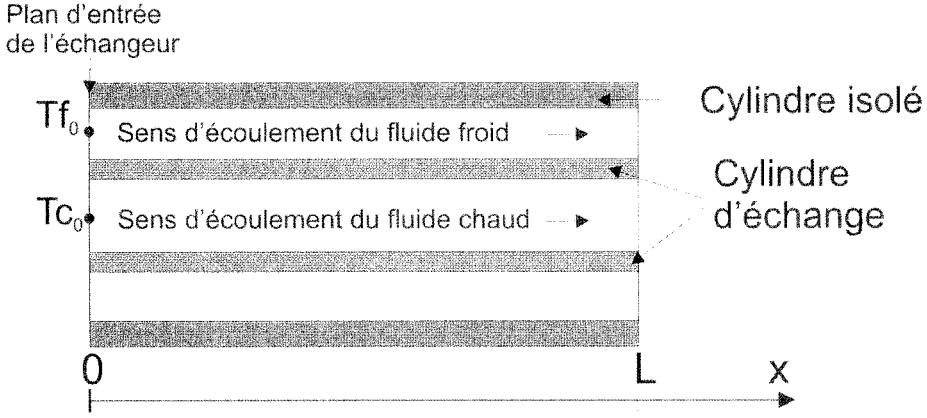

Figure 4 : Coupe transversale de l'échangeur

Le fluide froid circule avec un débit volumique constant Qf. Le fluide chaud circule dans le même sens (Débit volumique constant Qc). Il n'y a pas de pertes de charge. Les températures à l'entrée des tubes sont notées Tf0 et Tc0. Ces valeurs sont supposées connues.
Dans cet exercice, on admettra que le problème est monodimensionnel et que les températures ne varient que suivant le sens de l'écoulement. Elles ne dépendent que de la distance x par rapport à l'entrée de l'échangeur.

Pour étudier les performances de cet échangeur dit à « courants parallèles », nous allons dans un premier temps considérer une portion de tube de longueur infinitésimale dx située entre les plans x et x+dx.

3.1 Ecrire le flux échangé par les fluides dans cette portion de tube. En déduire, l'énergie dE échangée pendant un temps infinitésimal dt à travers ce tronçon d'échangeur.

3.2 Appliquer le premier principe de la thermodynamique à la portion de fluide chaud comprise entre x et x+dx. La capacité calorifique du fluide chaud est notée Cpc

3.3 Appliquer le premier principe de la thermodynamique à la portion de fluide froid comprise entre x et x+dx. La capacité calorifique du fluide froid est notée Cpf

3.4 Déduire des relations obtenues en 3.1 3.2 et 3.3, l'équation différentielle de variation de Tc-Tf

3.5 En déduire l'équation de variation de Tc-Tf en fonction de x.

3.6 Vers quelle valeur tend cet écart quand x tend vers 0 ?

3.7 Ecrire le flux ϕ échangé dans l'échangeur en exploitant la variation de température du fluide chaud entre l'entrée et la sortie. Puis faire de même en exploitant la variation de température du fluide froid.

On introduit la différence de température logarithmique moyenne ΔTLM par :

$$\Delta TLM = \frac{(Tc(L) - Tf(L)) - (Tc(0) - Tf(0))}{\ln\left(\frac{Tc(L) - Tf(L)}{Tc(0) - Tf(0)}\right)}$$

3.8 En utilisant les résultats du 3.5 et du 3.7, écrire le flux ϕ échangé sous la forme $\phi = U.S.\Delta TLM$ où U est un coefficient d'échange surfacique et S la surface de référence de l'échangeur. On choisira ici la surface d'échange $S_f=2\pi.D_f$ (surface côté du fluide froid).

3.9 Montrer qu'à partir des relations obtenues en 3.2, 3.3 et 3.5, il est possible d'exprimer le flux échangé sans faire intervenir les températures de sorties.

3.10 Utiliser le résultat précédent pour déterminer l'expression des températures de sortie.

On considère maintenant le cas particulier d'un échangeur où les 2 fluides sont de l'eau. On admettra dans ce cas que Cpc=Cpf.

Tc(0)=90°C Qc=1 kg/s

Tf(0)=40°C Qc=2 kg/s

3.11 Dans le cas d'un échangeur idéal, donner les températures de sorties des fluides.

On utilise maintenant les caractéristiques suivantes pour l'échangeur.

U = 1000 W/(m².K)

Sf=4 m²

3.12 Donner les valeurs des températures de sortie et tracer l'allure des températures entre l'entrée et la sortie de l'échangeur

Tournez la page S.V.P.

Partie « Acoustique »

Acoustique du bâtiment et environnementale

Question n°1 : Transmission acoustique entre deux salles couplées

Dans cette question, nous étudions le champ sonore dans deux pièces P1 et P2 adjacentes, ayant en commun une paroi (figure 1, annexe 1). On suppose qu'il n'y a aucune ouverture entre ces deux salles. On notera $\mathbf{S_1}$ et $\mathbf{S_2}$ la surface totale des pièces P1 et P2 respectivement. La surface de la paroi en commun est noté $\mathbf{S_c}$ (surface de couplage), comprise dans $\mathbf{S_1}$ et $\mathbf{S_2}$. On notera $\mathbf{V_1}$ et $\mathbf{V_2}$ le volume des pièces P1 et P2 respectivement. Le coefficient d'absorption moyen est noté $\boldsymbol{\alpha_1}$ et $\boldsymbol{\alpha_2}$ respectivement pour chacune des salles P1 et P2.

1.1 Les deux salles P1 et P2 étant de dimensions homogènes, il est possible d'utiliser la théorie classique de la réverbération (ou théorie statistique), développée par Sabine, pour décrire le champ acoustique dans chacune de ces deux salles.

Rappeler brièvement les hypothèses fondamentales de la théorie classique de la réverbération.

1.2 Dans cette partie, on suppose qu'il n'existe aucune transmission acoustique de la salle P1 vers la salle P2 ($\mathbf{w_2}$ =0). Par ailleurs, la pièce P1 est totalement isolée du reste de l'environnement. Soit $\mathbf{w_1}$ la densité d'énergie du champ réverbéré dans la salle P1. On montre que l'équation décrivant l'équation bilan de la puissance acoustique dans la salle prend la forme, en régime variable :

$$W(t) = V_1 \frac{\partial w_1}{\partial t} + \frac{cA_1}{4} w_1 \quad (1)$$

où $\mathbf{V_1}$ est le volume de la salle, **c** la célérité du son. $\mathbf{A_1}$ l'aire d'absorption équivalente de la salle définie comme le produit de la surface de la salle par le coefficient d'absorption moyen de la salle, soit $\mathbf{A_1}$=$\mathbf{S_1}$ $\boldsymbol{\alpha}$. **W(t)** est la puissance acoustique totale émise dans la salle P1 par la source sonore.

Expliquer succinctement la signification physique des termes de l'équation (1). En se plaçant en régime permanent (**W(t)** = constant = **W**), en déduire la densité d'énergie du champ réverbéré.

En se plaçant en régime variable sans terme de source, déterminer l'expression de la densité d'énergie en fonction du temps. Sachant que le temps de réverbération est défini comme le temps (en seconde) mis par le niveau d'énergie acoustique pour décroître de 60 dB, déduire de cette expression de la densité d'énergie en fonction du temps, que le temps de réverbération $\mathbf{T_1}$ dans la salle P1 s'écrit :

$$T_1 \approx 0.16 \frac{V_1}{A_1} \quad (2)$$

1.3 Dans cette partie, on considère désormais qu'une partie de l'énergie acoustique issue de la source située dans P1 est transmise dans la salle P2, à travers la surface de couplage $\mathbf{S_c}$. La paroi séparant les pièces P1 et P2, est caractérisée par l'indice d'affaiblissement

acoustique **R** (ou par le coefficient de transmission acoustique τ) défini à partir du rapport de la puissance acoustique incidente $\mathbf{W_i}$ sur la cloison (dans la salle contenant la source), sur la puissance transmise $\mathbf{W_t}$ par la cloison dans l'autre salle :

$$R = 10\log_{10}\frac{W_i}{W_t} = -10\log_{10}\tau \quad (3)$$

Sachant que dans la salle P1, la puissance incidente sur la paroi de séparation peut s'exprimer par :

$$W_i = \frac{cw_1 S_c}{4} \quad (4)$$

Exprimer la puissance transmise $\mathbf{W_{t2}}$ dans la salle P2 à partir du coefficient de transmission acoustique τ. De la même manière, exprimer la puissance transmise $\mathbf{W_{t1}}$ de la salle P2 vers la salle P1, à partir de la densité d'énergie $\mathbf{w_2}$ dans la salle P2. En s'inspirant de l'équation (1), ré-écrite en régime permanent, donner l'équation bilan de la puissance acoustique dans la salle P1 contenant la source de puissance **W**, en prenant en compte l'énergie transmise de part et d'autre de la paroi de séparation. De la même façon, donner l'équation bilan de la puissance acoustique dans la salle P2 (ne contenant pas la source). Mettre ces deux dernières équations sous la forme d'un système d'équations pour les quantités $\mathbf{w_1}$ et $\mathbf{w_2}$ et en déduire que :

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{\tau S_c}{(A_2 + \tau S_c)} \quad (5)$$

En déduire que si les deux salles P1 et P2 sont parfaitement identiques ($\mathbf{A} = \mathbf{A_1} = \mathbf{A_2}$), alors, la densité d'énergie dans la salle P2 prend la forme :

$$w_2 = \frac{4W}{cA}\frac{\tau S_c}{(A + 2\tau S_c)} \quad (6)$$

1.4 Sachant que pour un champ sonore diffus, l'intensité **I** et la densité d'énergie **w** sont reliées par la relation suivante :

$$w = \frac{4\pi I}{c} \quad (7)$$

en déduire le niveau d'intensité sonore L_{I2} dans la salle P2 en fonction du niveau de puissance $\mathbf{L_W}$ de la source sonore.

1.5 Montrer l'intérêt pratique de la relation (5) pour déterminer l'indice d'affaiblissement acoustique d'une cloison, à partir de la mesure de l'intensité sonore dans chacune des deux salles. En particulier, monter que si le produit $\tau\ \mathbf{S_c}$ est faible devant l'absorption équivalente de la salle P2, alors, on retrouve la relation bien connue de la norme NF S 31-051 :

$$R = L_{I_1} - L_{I_2} + 10.\log_{10}\frac{S_c}{A_2} \quad (8)$$

Tournez la page S.V.P.

Question n°2 : Dimensionnement du facteur d'affaiblissement d'une porte entre deux salles et traitement acoustique

On souhaite faire communiquer deux salles P1 (un atelier bruyant, contenant la source sonore) et P2 (un bureau), en créant une porte dans la cloison séparatrice en béton (figure 2, annexe 2). Avant les travaux, le niveau sonore dans le bureau P2 est conforme à la norme NF S 30-010 pour un bureau individuel (i.e. le niveau de pression acoustique dans le bureau est inférieur à la courbe NR30). L'objectif de cette question est de déterminer l'effet de la porte sur les niveaux sonores transmis dans la salle P1, puis de vérifier si les niveaux sonores dans le bureau sont toujours conformes à la norme NF S 30-010, et enfin de réaliser un traitement acoustique de la salle P2.

Dans cette question, le candidat pourra être amené à utiliser des expressions mathématiques présentées dans l'énoncé de la question N°1.

2.1 Avant l'installation de la porte, une série de mesures a permis de déterminer les temps de réverbération $\mathbf{T_2}$ dans la salle P2 (bureau), ainsi que les niveaux de pression acoustique en régime permanent $\mathbf{L_1}$ et $\mathbf{L_2}$, respectivement dans la salle P1 (atelier) lorsque les équipements sont en fonctionnement, et dans la salle P2. Les valeurs sont données dans le tableau 1 de l'annexe 2 en bandes d'octave.

Calculer l'aire d'absorption équivalente $\mathbf{A_2}$ puis le coefficient d'absorption moyen $\boldsymbol{\alpha_2}$ de la salle P2 par bande d'octave (compléter le tableau 1 de l'annexe 2). En déduire l'indice d'affaiblissement acoustique $\mathbf{R_{cloison}}$ de la cloison de séparation en béton, par bande d'octave (compléter le tableau 1 de l'annexe 2). A titre d'information, on calculera également le niveau global dans les salles P1 et P2 (compléter le tableau 1 de l'annexe 2). Reporter les valeurs du niveau de pression acoustique $\mathbf{L_2}$ sur le graphique de l'annexe 3 et vérifier que ces niveaux sonores respectent bien la courbe d'évaluation NR 30 (norme NF 31-080 pour un bureau individuel de niveau « très performant »).

2.2 Une porte « acoustique » est insérée dans la cloison en béton. L'indice d'affaiblissement de la porte est donné par bande d'octave dans le tableau 1 de l'annexe 2. On suppose que la porte ne modifie pas l'absorption acoustique dans les salles P1 et P2. Par ailleurs, l'indice d'affaiblissement de la porte étant très inférieur à celui de la cloison en béton (le candidat pourra le vérifier), on suppose que l'essentiel de l'énergie acoustique transmise dans la salle P2 provient de la transmission par la porte.

En déduire le niveau sonore dans la salle P2. En reportant les valeurs obtenues sur le même graphique que précédemment (annexe 3), vérifier que les niveaux sonores ne respectent plus la condition NR 30. A partir des valeurs de la courbe de référence NR30 (tableau 1, annexe 2), estimer les écarts $\boldsymbol{\sigma}$ (en dB) par bande de fréquence, puis vérifier que l'écart maximum $\boldsymbol{\sigma_{max}}$ (en dB) avec les niveaux sonores prévus dans le bureau P2 est inférieur à 3 dB.

2.3 De manière à respecter la condition NR30, on se propose d'installer un faux-plafond dans le bureau P2. Estimer l'absorption acoustique qu'il faudrait considérer pour le faux-plafond, afin que les niveaux sonores dans le bureau P2 vérifient à nouveau la condition NR30.

ANNEXE 1 (Question N°1)

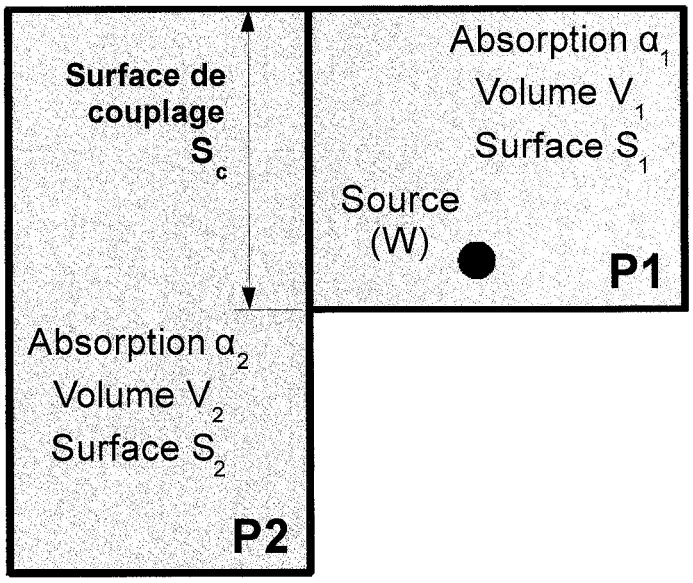

Figure 1. Configuration des salles P1 et P2 (Question N°1)

Données :

c=340 m/s (célérité du son dans l'air)

ANNEXE 3 (Question N°2)

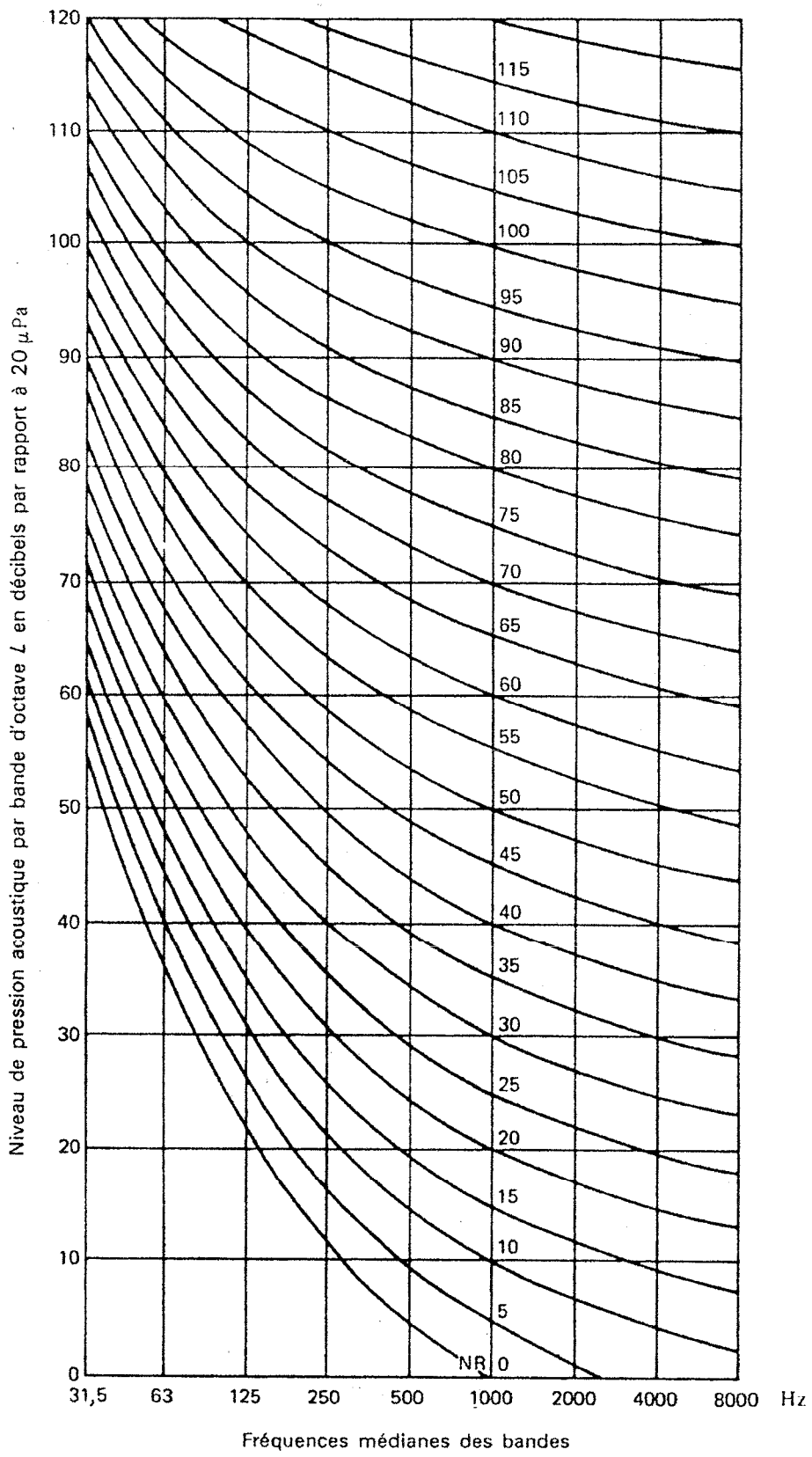

Figure 3. Courbe d'évaluation du bruit (d'après norme NF S 30-010)

IMPRIMERIE NATIONALE – 8 000350 – D'après documents fournis

ANNEXE 2 (Question N°2)

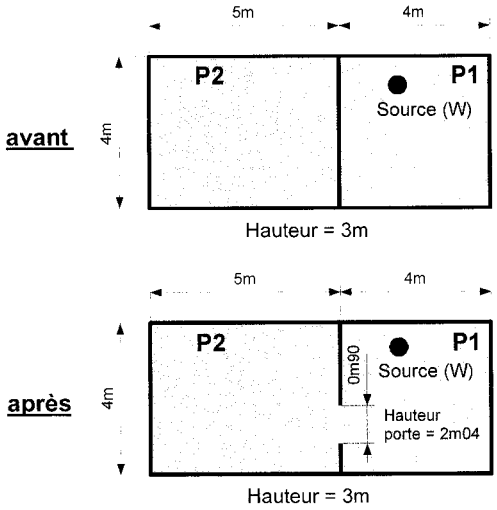

Figure 2. Configuration des salles P1 et P2. Les salles P1 et P2 ont la même hauteur (3m). La porte « acoustique » a une hauteur de 2m04 et une largeur de 0m90.

Octave	125 Hz	250 Hz	500 Hz	1 kHz	2 kHz	4 kHz	**Global**
T_2 (en seconde)	2,5	2,0	1,3	1,3	1,2	1,0	
L_1 (en dB)	76,9	73,1	70,5	71,4	73,2	72,2	
L_2 (en dB) [sans porte]	44,2	39,9	33,1	29,7	25,5	24,6	
A_2 (en m²)							
α_2							
$R_{cloison}$ (en dB)							
R_{porte} (en dB)	24,1	26,2	30,2	35,2	39,0	40,1	
L_2 (en dB) [avec porte]							
NR30 (référence)	48,1	39,9	34,0	30,0	26,9	24,7	
$\sigma = L_2$-**NR30** (en dB)							
$\alpha_{plafond}$							

Tableau 1. Données et résultats du problème. Tableau à compléter par le candidat.