

SESSION DE 2008

**CONCOURS EXTERNE
DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS AGRÉGÉS**

Section : GÉNIE CIVIL

**ÉPREUVE DE MODÉLISATION
DES MATÉRIAUX ET DES OUVRAGES**

Durée : 6 heures

Calculatrice électronique de poche, y compris programmable, alphanumérique ou à écran graphique, à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Cette épreuve est constituée de deux sujets indépendants :

- modélisation des matériaux et patrimoine ;
- modélisation mécanique des ouvrages.

Il est demandé aux candidats de traiter les deux sujets sur des copies séparées.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.

MODÉLISATION DES MATÉRIAUX ET PATRIMOINE

Introduction

Le sujet proposé comprend deux parties indépendantes.

Dans une première partie (partie A), on se propose de formuler un béton auto plaçant (BAP) pour la réparation des piles d'un pont situé en zone maritime.

Dans une seconde partie (Partie B), on se propose de formuler un enrobé à module élevé (EME) pour une voie lente d'autoroute et dans un contexte de développement durable d'utiliser l'enrobé drainant existant qui sera recyclé pour fabriquer ce matériau.

Les deux parties peuvent être traitées de manière indépendante. Pour chaque question, en complément des résultats de calculs proprement dits, il conviendra de justifier les choix effectués et calculs réalisés et de commenter si besoin les résultats obtenus.

Partie A – Formulation d'un béton auto plaçant (BAP) pour la réparation des piles d'un pont situé en zone maritime.

On se propose de formuler un béton auto plaçant (BAP) pour la réparation des piles d'un pont situé en zone maritime. Ces réparations sont structurelles. Toutefois les aciers existants sont conservés et reçoivent un traitement. La formulation du BAP doit répondre à un cahier des charges résumé de la manière suivante :

- le béton est dans un environnement XS 3 au sens de la norme EN 206 (tableau NA.F.1) ;
- la classe de résistance est celle fixée par la classe d'environnement ;
- la formulation et les propriétés doivent respecter les stipulations de l'EN 206 ;
- la durée pratique d'utilisation du béton est de 1 heure et 30 minutes.

A.1. Comportement rhéologique

A.1.1. Définir le modèle rhéologique de Bingham.

A.1.2. L'essai de vérification le plus courant du comportement rhéologique des bétons est l'essai d'étalement pour les BAP et l'essai d'affaissement pour les bétons vibrés. Expliquer à quel paramètre du modèle de Bingham s'apparentent les essais d'étalement et d'affaissement.

A.1.3. Donner une méthode pour apprécier empiriquement par l'essai d'étalement la viscosité d'un BAP, ou une grandeur corrélée à la viscosité.

A.1.4. Définir la thixotropie d'un fluide et sa manifestation pour un BAP laissé au repos.

A.1.5. Donner une méthode pour évaluer le comportement thixotrope des BAP par l'essai d'étalement. Expliquer pourquoi la méthode reste approximative.

A.1.6. Décrire pourquoi le comportement thixotrope du béton est un moyen d'éviter la ségrégation.

A.1.7. La mesure d'étalement d'un béton auto plaçant au cône d'Abrams est de 700 mm (dimensions du cône : hauteur = 300 mm, diamètre de la grande base = 200 mm, diamètre de la petite base = 100 mm). La relation suivante permet de calculer le seuil d'écoulement du béton :

$$\tau_c = \frac{225 \rho g \Omega^2}{128 \pi^2 R^5}$$

Où ρg est le poids volumique du béton d'environ 23.10^3 (N/m³), Ω le volume de béton et R le rayon final de l'étalement, toutes les grandeurs étant exprimées en unité SI.

Calculer le seuil d'écoulement du béton auto plaçant.

A.1.8. Comparer la valeur obtenue avec l'ordre de grandeur du seuil d'écoulement d'un béton vibré.

A.2. Etude de formulation du BAP

A.2.1. L'étude de formulation débute sur mortier. Un mélange de ciment CEM I 52,5 PM et de cendres volantes est étudié. On souhaite ajuster la loi empirique de Féret pour prévoir la résistance du BAP.

La loi de Féret s'écrit sous la forme :

$$f_{cm28} = \frac{K R_{c28}}{\left(1 + 3,15 \frac{e}{c}\right)^2}$$

Où f_{cm28} est la résistance moyenne en compression du béton à 28 jours, K un coefficient ajustable, R_{c28} la résistance moyenne du ciment, valant 60 MPa à 28 jours, et $\frac{e}{c}$ le rapport de la masse d'eau à celle de ciment.

Calculer le terme K de la loi de Féret à partir des informations du tableau 1.

A.2.2. On peut modifier la loi de Féret pour tenir compte de la contribution de la cendre volante à la résistance, en remplaçant le terme de la masse de ciment, c , par un terme de liant équivalent, c_{eq} , sous la forme :

$$c_{eq} = c \left(1 + k_{cv} \frac{z}{c}\right)$$

Où c_{eq} est la masse de liant équivalent, k_{cv} le coefficient d'activité de la cendre volante, et $\frac{z}{c}$ le rapport de la masse de cendre à celle de ciment. Calculer le coefficient k_{cv} à partir des résultats sur mortier.

A.2.3. L'étude de formulation du BAP conduit à la composition du tableau 2. Le ciment et la cendre volante sont ceux étudiés précédemment. Le nouveau coefficient de la loi de Féret vaut : $K = 5$. Calculer la résistance moyenne du BAP en supposant que toute la cendre volante peut réagir suivant une réaction pouzzolanique.

A.2.4. Commenter le résultat obtenu en le comparant à la résistance caractéristique stipulée.

A.2.5. Du point de vue de la durabilité, selon la norme EN206 (tableau NA.F.1), la teneur en addition est limitée dans le calcul du liant équivalent. La formule proposée respecte-t-elle les stipulations de l'EN 206 ? On supposera que le coefficient d'équivalence de la cendre volante vaut 0,6.

A.2.6. Peut-on diminuer la teneur en cendres volantes de la formule proposée, au profit de granulats, jusqu'à la valeur à considérer pour le calcul du ciment équivalent ? Expliquez votre réponse.

A.3. Durabilité de l'ouvrage

On se référera à l'annexe nationale NA.F.1 de la norme européenne EN 206 partie 1.

A.3.1. La partie d'ouvrage à réparer est en zone de marnage. Décrire les modes de dégradation particuliers à cette zone.

A.3.2. Expliquer pourquoi la zone de marnage est la partie de la pile la plus sensible vis-à-vis de la durabilité du béton armé.

A.3.3. En se référant aux mécanismes de transfert, justifier les différences d'exigences de la norme EN 206 en terme de rapport e/c , entre la classe XS3 et la classe XC1.

A.3.4. Un projet de remplacement de l'ouvrage existant est étudié. L'ouvrage neuf est conçu pour une durée de 120 ans. Pour l'étude de ce béton, il est décidé de recourir à une méthode de formulation basée sur les performances pour le respect de la durabilité, plutôt que la méthode courante s'appuyant sur des exigences relatives à la composition. Décrire les différences d'approche entre ces 2 méthodes et expliquer en quoi la première est porteuse d'innovations.

A.3.5. Donner un indicateur de durabilité qui permettrait de vérifier la durabilité potentielle d'un béton en milieu marin.

	Sable (g)	Ciment (g)	Cendre volante (g)	Eau ajoutée (g)	Eau efficace (g)	superplastifiant (g)	z/c	f_{cm} à 28 jours (MPa)
M5	1350	450	0	156,8	166,4	12	0	79
M6	1350	403	40	159,4	166,36	8,7	0,1	77
M7	1350	365	73	160,6	166,36	7,2	0,2	75
M8	1350	334	100	161,3	166,42	6,4	0,3	74

Tableau 1 : résultats de l'étude sur mortier

Constituant	Masse [kg/m ³]
Cendres volantes (kg/m ³)	162,5
Ciment CEM I 52,5 PM (kg/m ³)	319
Sable 0/4 (kg/m ³)	912,3
Gravillon 4/10 (kg/m ³)	759,9
Eau ajoutée (kg/m ³)	191,6
Superplastifiant (kg/m ³)	4,06
Eau efficace (kg/m ³)	168,6

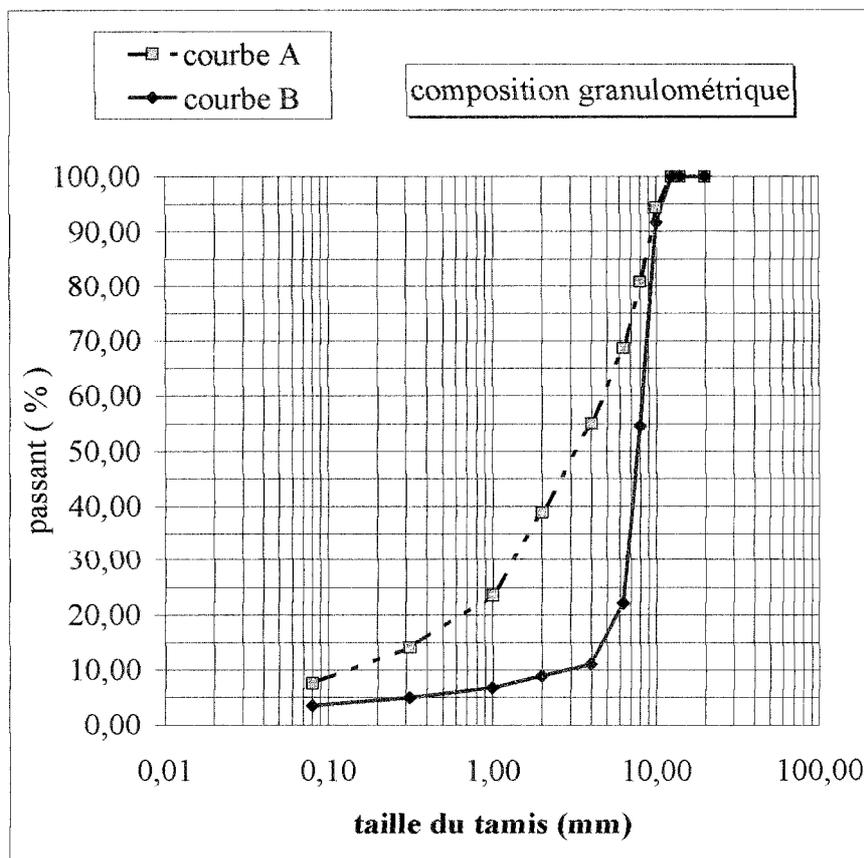
Tableau 2 : formulation du BAP

Partie B – Recyclage d'un enrobé drainant

B.1. Matériau d'origine

B.1.1. Une autoroute est recouverte depuis 15 ans d'un BBDr selon la norme NF EN 13108-7 en 4 cm d'épaisseur. Expliciter à quel type de matériau bitumineux correspond cette dénomination et préciser quelles en sont les principales caractéristiques en regard des performances attendues sur l'ouvrage.

B.1.2. Le BBDr est fraisé et récupéré pour être recyclé en Enrobé à Module Elevé pour la réhabilitation de la voie lente de l'autoroute. Les agrégats (fraisats) sont désenrobés pour déterminer la courbe granulométrique du BBDr. Parmi les deux courbes présentées ci après, indiquer quelle est celle (A ou B) qui correspond à l'enrobé drainant. Précisez votre réponse.



graphe 1

Tamis (mm)	0,08	0,32	1,00	2,00	4,00	6,30	8,00	10,00	14,00
Passant A (%)	7,60	14,10	23,60	38,90	55,00	68,70	80,80	94,40	100,00
Passant B (%)	3,54	4,98	6,76	8,92	11,04	22,08	54,55	91,63	100,00

B.1.3. Le bitume récupéré est caractérisé pour son utilisation ultérieure.

Les essais de base réalisés sont l'essai de pénétrabilité et l'essai de température Bille et Anneau. Décrire ces essais en quelques mots et indiquer quelles caractéristiques du bitume ils permettent d'évaluer.

B.1.4. Ces essais de caractérisation conduisent aux résultats suivants :

Pénétrabilité (1/10 ^{ème} de mm)	8
Température Bille et Anneau (°C)	85,5

Sachant que le bitume d'origine était un liant de classe 50/70, expliquer les mécanismes de la vie du matériau qui ont conduit à un tel durcissement du bitume.

B.1.5. Des essais de caractérisation chimique du bitume récupéré sont réalisés pour déterminer une éventuelle présence de polymères dans le matériau. Cet essai révèle la présence de SBS. Préciser à quel type de polymère correspond cette dénomination, quel est l'intérêt de l'usage d'un tel polymère pour un enrobé drainant.

B.2. Formulation d'un enrobé à module élevé

On utilise les agrégats d'enrobés précédemment étudiés pour formuler un enrobé à module élevé à 50% de recyclés, qui sera utilisé pour la réfection de la voie lente de l'autoroute.

B.2.1. Composition du mélange

La composition du mélange est donnée dans le tableau 1 suivant.

Fraction granulaire	Nature	% massique	Masse volumique réelle (g/cm ³)
Granulats neufs			
6,3/10	Tuf rhyodacitique	14	2,667
4/6,3	Tuf rhyodacitique	14	2,667
0/4	Tuf rhyodacitique	21	2,739
filler	Calcaire	1	2,710
Matériaux recyclés			
0/14	Agrégats d'enrobés	50	2,531
Bitume d'apport	10/20	3,45ppc	1,03

Tableau 1 : composition de l'EME

Quelle est la classe granulaire de l'EME ainsi produit ?

B.2.2. Un essai de teneur en liant par méthode de dissolution à froid sur les agrégats d'enrobés conduit à la valeur de teneur en liant de 4,45 ppc (masse de bitume rapportée à la masse de granulats exprimée en %). Connaissant la valeur de masse volumique réelle des agrégats, déterminer la masse volumique réelle des granulats constitutifs des agrégats d'enrobés.

B.2.3. A partir de la composition donnée dans le tableau 1, et de la valeur de teneur en liant des agrégats indiquée au B.2.2., calculer la teneur en liant totale de l'EME (on fera l'hypothèse que la teneur en liant d'apport est exprimée en fonction de la masse totale de granulats d'apports et d'agrégats).

B.2.4. Une plaque d'enrobé est fabriquée à partir de cette formule d'EME en laboratoire. Une mesure de densité géométrique de la plaque fabriquée conduit à une masse volumique apparente de $2,215 \text{ g/cm}^3$. Sachant que la masse volumique de l'EME est de $2,489 \text{ g/cm}^3$, calculer la teneur en vides de ce matériau. Vous paraît-elle représentative pour ce type de matériau ?

B.2.5. La plaque ainsi réalisée est désenrobée pour évaluer les caractéristiques du liant récupéré de l'EME. Les caractéristiques de pénétrabilité à 25°C et de température Bille et Anneau de ce liant sont reportées au tableau 2 ci dessous de même que celles du liant d'apport et du liant récupéré des agrégats.

	Pénétrabilité ($1/10^{\text{ème}}$ mm)	Température Bille et Anneau ($^\circ\text{C}$)
Liant récupéré de l'EME	11	75,2
Liant récupéré des agrégats	8	85,5
Liant d'apport	17	63,8

Tableau 2 : caractéristiques des liants

En appliquant les lois classiques des mélanges ci dessous sur la pénétrabilité et la température Bille et Anneau, calculer la pénétrabilité et température Bille et Anneau théoriques du liant récupéré de l'EME.

Pénétrabilité

$$100.\log P = a \log P1 + b \log P2$$

Où a et b sont les pourcentages respectifs des 2 bitumes de pénétrabilité P1 et P2 (en $1/10^{\text{ème}}$ de mm), \log le logarithme décimal.

Température bille-anneau

$$100 T = a T1 + b T2$$

Où a et b sont les pourcentages respectifs des 2 bitumes de température bille-anneau (en $^\circ\text{C}$) T1 et T2.

Que peut-on dire des valeurs calculées par rapport aux valeurs mesurées. Quelles peuvent être les causes des écarts constatés ?

B.3. Caractérisation mécanique de l'enrobé à module élevé

B.3.1. S'agissant de la formulation d'un enrobé à module élevé, il convient de vérifier que le matériau formulé présente un module de rigidité conforme à la norme. Pour ce faire, on réalise un essai de module en traction directe sur des cylindres de matériau prélevés dans la plaque fabriquée en laboratoire.

Les résultats obtenus sur une moyenne de 4 éprouvettes sont consignés dans le tableau 3 ci après.

Température (°C)	Déf. max (10-6)	Tps réel pour déf. max (s)	Module (MPa)
0	100	1	17000
		3	14000
		10	10000
		30	8000
		100	6000
		300	4000
10	100	1	7000
		3	5000
		10	3000
		30	2000
		100	1000
		300	500
15	100	1	4000
		3	2000
		10	1100
		30	700
		100	400
		300	200

Tableau 3 : module de traction directe

Sur la feuille jointe en annexe, tracer les isothermes du module sécant obtenues. Préciser les titres des axes et les légendes.

B.3.2. Le module stipulé dans la norme est celui obtenu à 15°C, 0,02s. Comment peut-on obtenir graphiquement cette valeur à partir des résultats obtenus ci dessus ? Quelle propriété des matériaux bitumineux utilise-t-on pour l'obtenir ?

B.3.3. Construire sur la feuille jointe la courbe permettant d'obtenir le module à 15°C, 0,02s. Comment s'appelle cette courbe ? Donner l'ordre de grandeur du module à 15°C, 0,02s.

B3.4. La norme stipule que le module du matériau à 15°C, 0,02s doit être supérieur à 14000 MPa. Le matériau est-il conforme à la norme ?

B.3.5. Indiquer quel autre type d'essai permettrait de mesurer le module du matériau.

Partie A. Extrait de la norme EN 206

	Classes d'exposition																				
	Aucun risque de corrosion ou d'attaque	Corrosion induite par carbonatation				Corrosion induite par les chlorures						Attaque gel / dégel				Environnements chimiquement agressifs					
						Eau de mer			Chlorures autres que l'eau de mer												
		X0	XC1	XC2	XC3	XC4	XS1	XS2	XS3	XD1	XD2	XD3 a) m)	XF1 b)	XF2 b)	XF3 b) c)	XF4 b) c)	XA1	XA2	XA3		
Rapport $E_{ce}/E_{ce,liant}$ eq maximal ^{d)}	—	0,85	Valeurs numériques identiques à XC1 f)	Valeurs numériques identiques à XF1 f)	Valeurs numériques identiques à XF1 f) g)	Valeurs numériques identiques à XS2 f)	0,55	0,50	Valeurs numériques identiques à XF1 f)	0,55	0,50	0,60	0,55	0,55	0,45	0,55	0,50	0,45			
Classe de résistance minimale	—	C20/25					C30/37	C35/45		C30/37	C35/45	C25/30	C25/30	C30/37	C30/37	C30/37	C30/37	C30/37	C30/37	C35/45	C40/50
Teneur mini en liant eq (kg/m ³) ^{d) e)}	150	260 h)					330	350		330	350	280 h)	300	315	340	330	350	385			
Teneur minimale en air (%)	—	—					—	—		—	—	4 i)	4 i)	4 i)	—	—	—	—			
Rapport maximal A/(A+C)	Cendres volantes	0,30					0,30	0,15		0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,30	0,30	0,30	0,15 j)	0,30 k)	0,30 k)	0,00
	Fumées de silice	0,10					0,10	0,10		0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
	Laitier moulu	0,30	0,30	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,30	0,30	0,30	0,15	0,30 k)	0,30 k)	0,00				
	Addition calcaire	0,25	0,25	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,25	0,25	0,25	0,05	0,00	0,00	0,00				
	Addition siliceuse	0,20	0,20	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,20	0,20	0,20	0,05	0,00	0,00	0,00				
	Nature du ciment	—	—	PM l)	PM l)	—	—	—	—	—	—	—	—	m)	n)	n)	n)				

a) Pour les parcs de stationnement de véhicules, sauf spécification contraire, ne sont concernées que les parties supérieures des dalles et rampes exposées directement aux sels et ne comportant pas de revêtement pouvant assurer la protection du béton.

b) En France, les classes d'exposition XF1, XF2, XF3 et XF4 sont indiquées dans la carte donnant les zones de gel. Pour les classes XF3 et XF4, les granulats doivent être non gélifs au sens de NF EN 12620.

c) Pour les classes XF3 et XF4, l'attention du prescripteur du béton est attirée sur le fait que dans le cas d'ouvrages importants, sensibles ou particulièrement exposés, il est souhaitable d'avoir recours à des essais complémentaires pour l'environnement XF3 : XP P 18-424 ou XP P 18-425, ASTM C457-98, ... et de plus, pour l'environnement XF4, XP P 18-420) afin de s'assurer de l'adéquation du béton aux performances attendues.

d) Exigence applicable à la charge telle que définie en 3.1.20.

e) Ces valeurs sont définies pour $D_{max} = 20$ mm. La quantité de liant équivalent à ajouter (+) ou à déduire (–) en pourcentage de la valeur indiquée, en fonction de la dimension nominale supérieure du plus gros granulat, exprimée en millimètre est $D \leq 12,5$: + 10 % ; $D = 14$: + 7,5 % ; $D = 16$: + 5 % ; $D = 22,4$: – 2,5 % ; $D = 25$: – 5 % ; $D \geq 31,5$: – 10 %.

f) En France, les bétons soumis à des environnements correspondant aux classes d'exposition XC2, XC3, XC4, XS1 et XD1 sont assimilés à des bétons correspondant aux classes d'expositions suivantes : XC2 = XC1, XC3 = XF1, XC4 = XF1, XS1 = XS2 et XD1 = XF1.

g) Ces valeurs pour XC4 sont valables pour un enrobage de 30 mm en attendant les prescriptions de l'Eurocode 2. Dans le cas d'enrobage intérieur, le prescripteur devra préciser la valeur du ratio eau efficace / liant équivalent à retenir.

h) Pour le béton précontraint, la valeur est portée à 300 kg/m³.

i) Le respect de cette valeur nécessite l'utilisation d'un agent entraîneur d'air. Il est possible de déroger à la teneur minimale en air pour les bétons à haute performance en appliquant les Recommandations pour la durabilité des bétons durcis soumis au gel.

j) Pour l'environnement XF4, l'utilisation de cendres volantes peut induire des difficultés à entraîner de l'air dans le béton. Il est recommandé de n'utiliser dans ce cas que des cendres de catégorie A selon NF EN 450-1 et de renforcer le contrôle de la quantité d'air entraînée.

k) Cette valeur limite est fixée à 0,15 lorsque la classe d'agressivité résulte de la présence de sulfates (voir Tableau 2).

l) La composition de l'addition (teneur en sulfures, en sulfates, etc.) doit être telle que le liant respecte les exigences de NF P 15-317.

m) Pour les bétons soumis à l'eau de mer, utiliser un ciment PM. En cas d'utilisation de sels de dévergacage dont la teneur en sulfate soluble est supérieure ou égale à 3 %, utiliser un ciment PM ou un ciment ES.

n) Pour le choix du ciment et des additions, se référer à P 18-011. Lorsque la classe d'agressivité résulte de la présence de sulfates, pour la classe XA1, utiliser un ciment PM et la composition du liant doit être telle qu'il respecte les exigences de NF P 15-317 et pour les classes XA2 et XA3, utiliser un ciment ES et la composition du liant doit être telle qu'il respecte les exigences de XP P 15-319.

NOTE Pour le choix de la classe d'exposition, voir 4.1 et NA.4.1.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE,
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

Académie : _____ Session : _____

Concours : _____

Spécialité/option : _____ Repère de l'épreuve : _____

Intitulé de l'épreuve : _____

NOM : _____

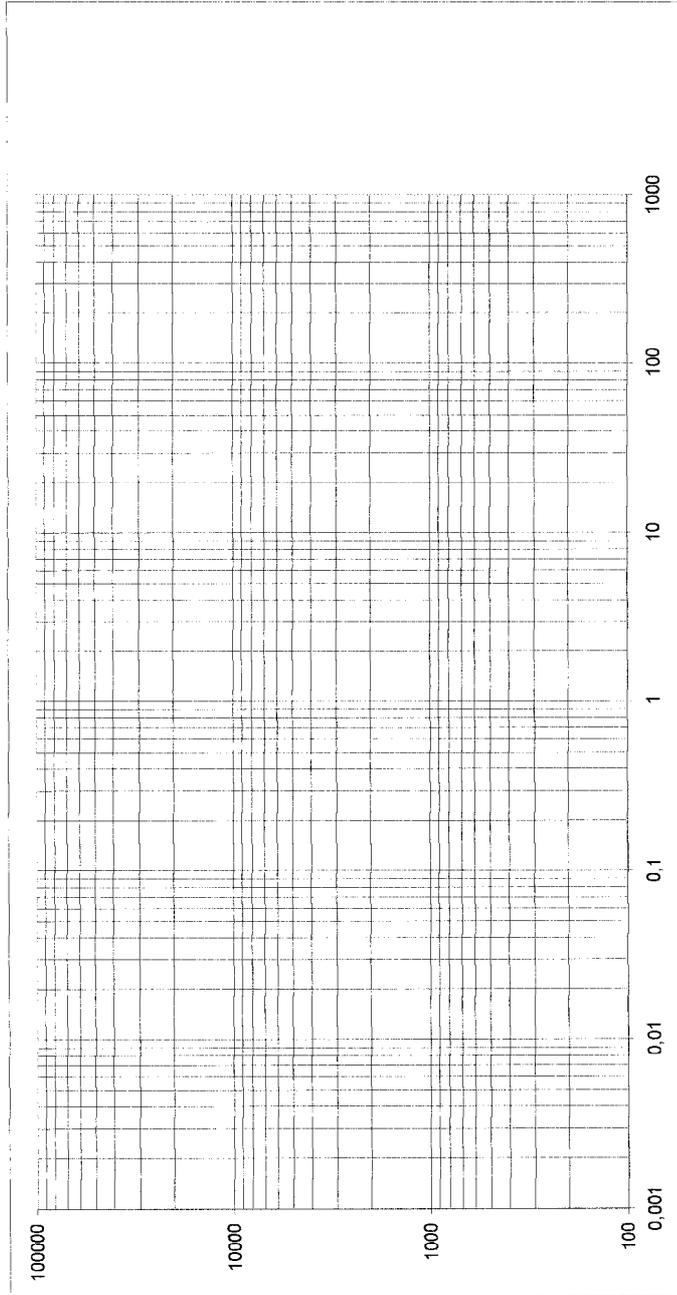
(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)

Prénoms : _____ N° du candidat

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

AE1-5

Partie B. Résultats de l'essai de module de l'EME en traction directe



©

Épreuve de modélisation des ouvrages. Étude d'un bâtiment agricole

Cette épreuve s'intéresse à différents aspects hydrauliques et mécaniques d'un bâtiment agricole en construction.

Elle est composée de 3 parties (Mécanique des Fluides, Mécanique des solides, Modélisation numérique) qui peuvent être traitées de manière indépendante. Chacune correspond à 1/3 des points de l'épreuve modélisation des ouvrages.

Les calculs doivent être effectués littéralement avant toute application numérique.

Partie 1. Mécanique des Fluides

Données communes à l'ensemble de cette partie :

on prendra :

- pour l'eau, $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ et $\nu=10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
- dans l'ensemble des calculs $g=10 \text{ m/s}^2$

Formule de Blasius : $\lambda=0.3164 \text{ Re}^{-0.25}$

La figure 5 sera complétée et devra être rendue avec la copie

On étudie dans ce sujet une installation hydraulique couplée à un entrepôt agricole et représentée figure 1. Elle comporte une récupération d'eau de pluie sur le toit de l'entrepôt, un système de captation d'eau par pompage entre un lac et un réservoir qui permettent chacun d'alimenter un réservoir d'irrigation. Celui-ci est relié à une rampe d'irrigation de serres. Chacune de ces installations sera étudiée séparément dans la suite et chaque partie peut être traitée indépendamment.

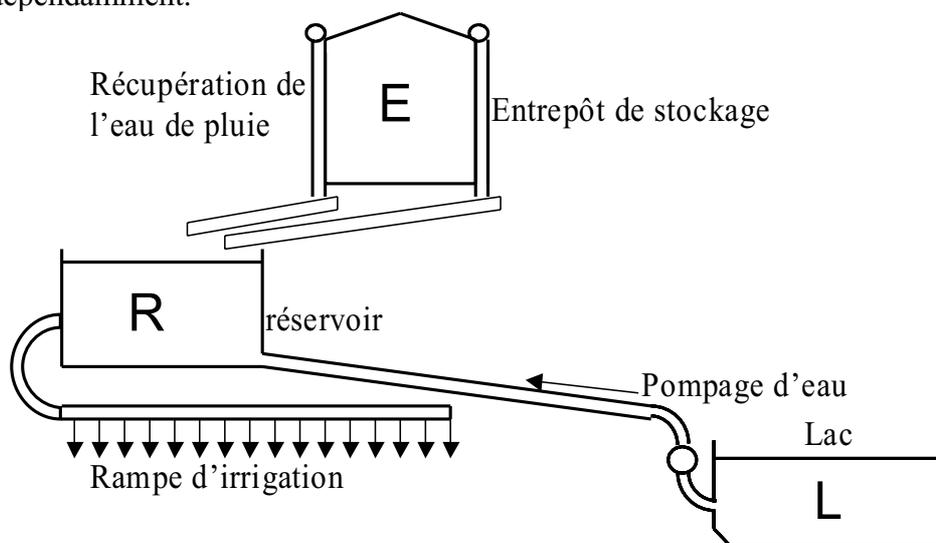


Figure 1: Installation étudiée

a. Captage d'eau

L'installation de captage d'eau détaillée figure 2 comporte :

- une prise d'eau dans un lac L de grande dimension ;
- un réservoir de stockage R de grande dimension ;
- deux coudes C1 et C2 identiques de coefficient de perte de charge $K=0.145$;
- une pompe P dont le rendement est donné figure 3 ;
- la conduite lisse entre C2 et le réservoir R est de longueur $L_1=2020$ m et de diamètre intérieur $D_1=250$ mm.

Les passages lac-conduite et conduite-réservoir sont supposés se faire sans perte de charge singulière. Quelle est la puissance mécanique que devra délivrer le moteur couplé à la pompe P pour maintenir un débit de remplissage de R de $430 \text{ m}^3/\text{h}$?

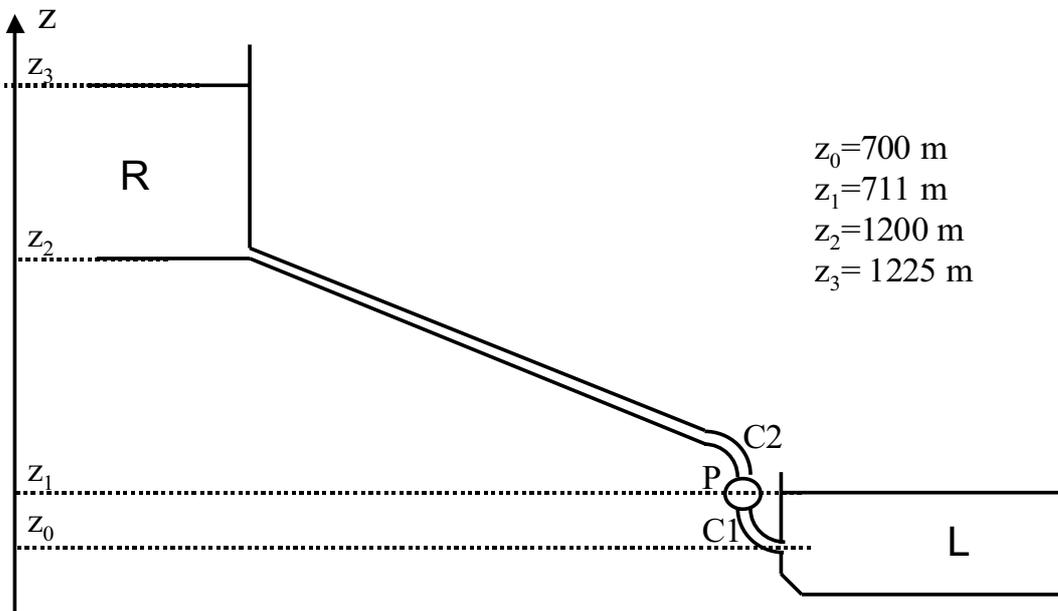


Figure 2: installation de captage d'eau

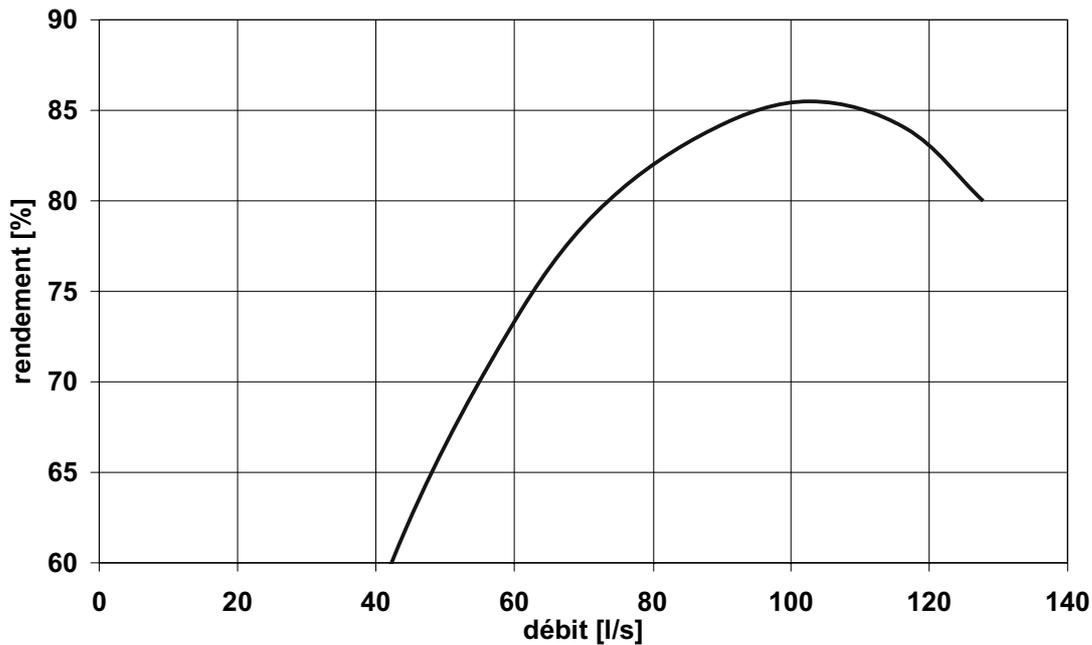


Figure 3: rendement de la pompe P en fonction du débit de l'eau

b. Rampe d'irrigation

Le système d'irrigation (figure 4) est une canalisation lisse horizontale de diamètre intérieur $D_2=13$ mm et de longueur $L_2=150$ m devant irriguer les serres avec un débit réparti $q=4$ l/h par mètre linéaire de rampe. On note x l'abscisse de la canalisation à partir de la tête de la rampe ($0 \leq x \leq L_2$) et $Q(x)$ le débit à l'abscisse considérée. La pression effective en tête de la rampe (en $x=0$) est 10 mCE.

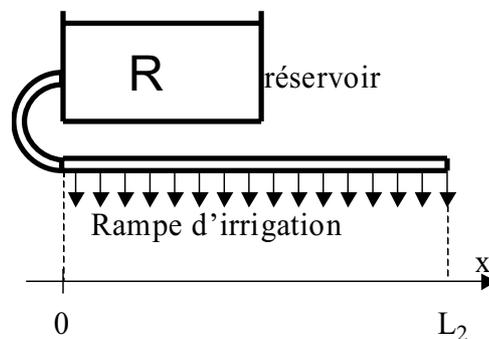


Figure 4: installation de la rampe d'irrigation

- 1- Déterminer l'expression de la perte de charge linéaire unitaire $j(x)$ le long de la rampe en fonction de D_2 et de $Q(x)$ où j s'exprime en mCE/m, D_2 en mm et Q en l/s.
- 2- Calculer la valeur numérique de la perte de charge linéaire au point d'entrée de la rampe $j(0)$.
- 3- A l'extrémité aval de la rampe, le débit d'eau est nul. On désigne par Q_0 de débit en tête de la rampe. Quelle relation de proportionnalité y a-t-il entre la perte de charge totale $J(L_2)$ de la rampe avec un débit réparti et la perte de charge J_L d'une canalisation équivalente mais avec un seul point de rejet d'eau en son extrémité aval ?

- 2- A partir de quel débit Q_{\max} la descente se mettra-t-elle en charge ? Quelle est la valeur numérique correspondante de q ?
- 3- On suppose que la descente n'est pas en charge. On observe à l'extrémité aval de la gouttière ($x=L$) une profondeur d'écoulement y_L et le paramètre $A_L^2 = \frac{q^2 \cdot L_3^2}{g \cdot l^2 \cdot y_L^3}$.

Montrer en utilisant le théorème des quantités de mouvement que l'on peut exprimer la courbe de profondeur de l'eau dans la gouttière par l'équation adimensionnelle :

$$\left(\frac{x}{L_3}\right)^2 = \left(1 + \frac{1}{2A_L^2}\right)\left(\frac{y}{y_L}\right) - \frac{1}{2A_L^2}\left(\frac{y}{y_L}\right)^3,$$

- 4- Exprimer en fonction de y_L et A_L la profondeur $y(0)$ de l'écoulement à l'extrémité amont de la gouttière.
- 5- Quelle est sa valeur numérique pour $Q(L_3)=0,50$ l/s et $y_L=2$ cm ?

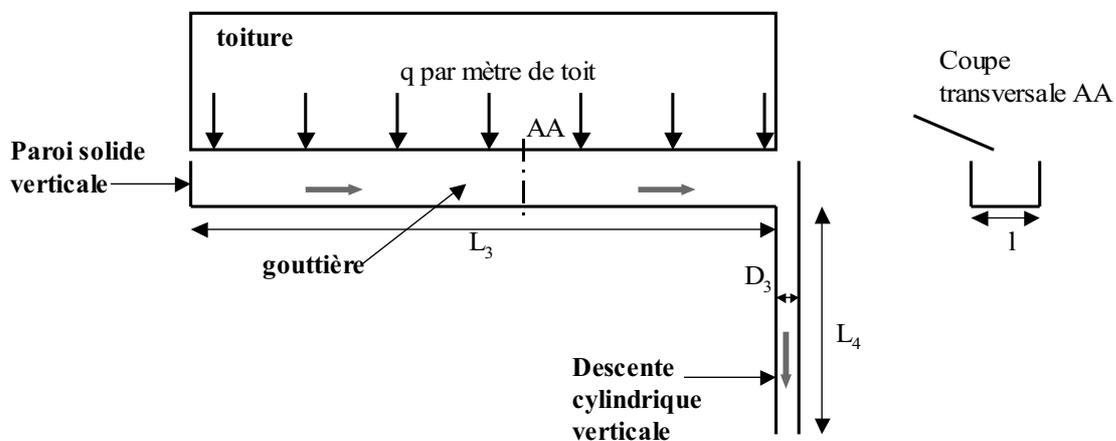


Figure 6: écoulement dans la gouttière

Partie 2.Mécanique des solides

On s'intéresse au dimensionnement du bâtiment agricole. Ce bâtiment est réalisé en structure métallique. On peut voir sur une photographie extérieure du bâtiment sur la Figure 7.

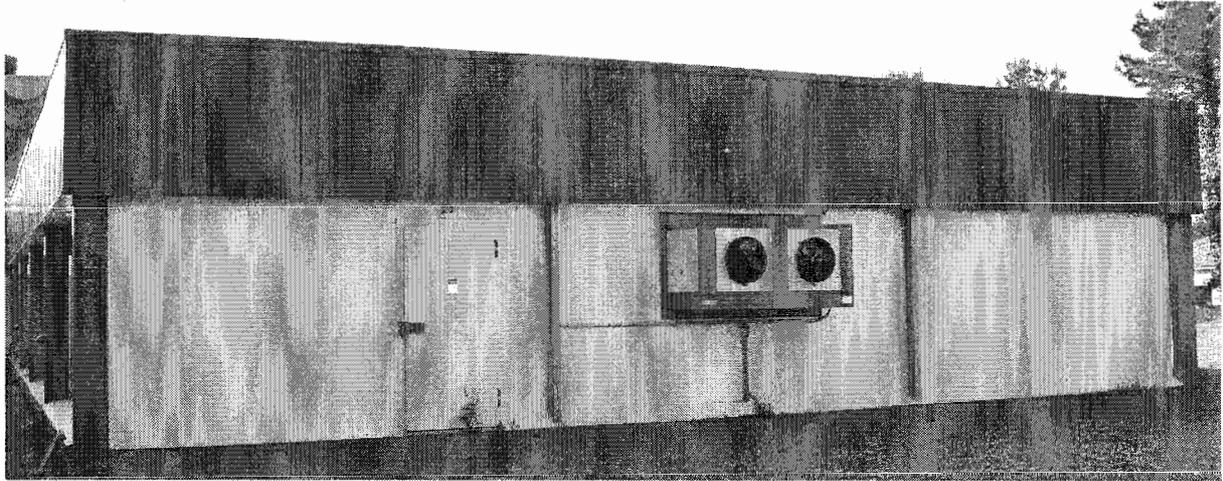


Figure 7 : Vue extérieure du bâtiment

Les éléments principaux du plan du bâtiment sont indiqués sur la Figure 13.

Le bâtiment est composé de 5 portiques composés de profils IPN 330 pour les poteaux et de poutres IPE 270 pour les poutres. Les pannes en profilés A230 reposent sur les poutres et supportent la toiture.

Les charges à prendre en compte pour le dimensionnement de cette structure sont :

- 1) Le poids propre des éléments.
- 2) Les charges dues à l'action du vent.
- 3) Les charges dues à la présence éventuelle de neige.

Nous nous intéresserons dans la suite au chargement combiné du poids propre et des charges dues à la présence de neige accidentelle. (Les actions du vent combinées au poids propre sont l'objet d'un autre cas de charge dont nous ne nous préoccupons pas ici).

a) Calcul des pannes.

Les pannes sont réalisées en profilés A230 /160 en une partie appuyés sur les portiques 1 à 5 (Voir la Figure 8).

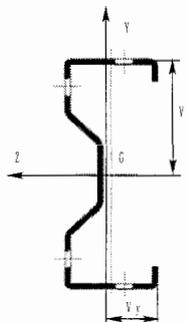


Figure 8: Section A230

Les dimensions et caractéristiques techniques sont reportées ci-dessous

Type	h mm	b mm	t mm	x mm	Section cm ²	Masse kg/m	I _z cm ⁴	W _z cm ³	I _y cm ⁴	W _y cm ³
A230/160	230	70	1,6	190	6,41	5,14	490,00	42,60	26,10	5,93

Tableau 1 : Caractéristiques de la section

Où I_y et I_z sont les moments d'inertie de la section par rapport aux axes y et z indiqués sur la Figure 8, $W_y = I_y/V_y$ et $W_z = I_z/V_z$. V_y et V_z sont les plus grandes distances mesurées sur les axes z et y entre le centre de gravité et un point de la section.

On propose d'utiliser le modèle suivant (Figure 9) pour calculer une panne courante (Par exemple file B sur la Figure 13: Extraits du plan du bâtiment) avec $L = 6,12 \text{ m}$.

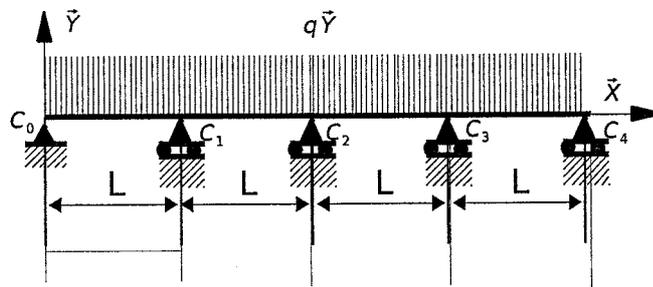


Figure 9: Modèle mécanique poutre continue

1. Calcul des charges:

On considère la charge due au poids de la couverture $w_t = 260 \text{ N/m}^2$ au poids propre de la poutre (on prendra la valeur de $g = 10 \text{ m/s}^2$ pour l'accélération de la pesanteur) et au poids de la neige $w_n = 1 \text{ kN/m}^2$ ce dernier étant affecté d'un coefficient de forme $\mu = 0.8$. Calculer la charge linéique q correspondante.

2. Calcul de la contrainte:

- Indiquer le degré d'hyperstaticité de la structure.
- Décomposer le problème et calculer les inconnues hyperstatiques. (Le candidat pourra utiliser la méthode de résolution qui lui semble la plus appropriée).
- Calculer les réactions d'appuis.
- Tracer le diagramme des moments fléchissants.
- Calculer le moment fléchissant maximal.
- Vérifier que la contrainte maximale dans la poutre est admissible. (La limite élastique de l'acier utilisé est $\sigma_e = 350 \text{ MPa}$).

3. Calcul de la flèche:

- Donner l'équation du moment fléchissant dans la première travée.
- Donner l'équation de la déformée.
- Indiquer comment trouver l'abscisse du point ayant le plus grand déplacement (on ne demande pas de résoudre l'équation).

- d) Calculer la flèche dans la première travée en considérant qu'elle correspond au déplacement du point d'abscisse $x_M \approx 0,44 L$, vérifier qu'elle est inférieure à $L/200$.

b) Calcul des portiques :

On s'intéresse aux portiques courants correspondant aux files 2,3 et 4.

1. Modélisation:

Un détail de la liaison poteau semelle est représenté sur la Figure 10.

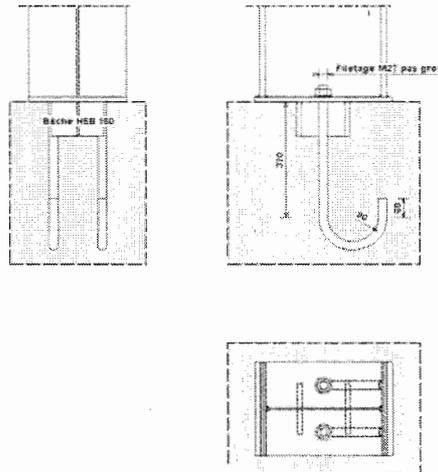


Figure 10: Ancrage pied de poteau

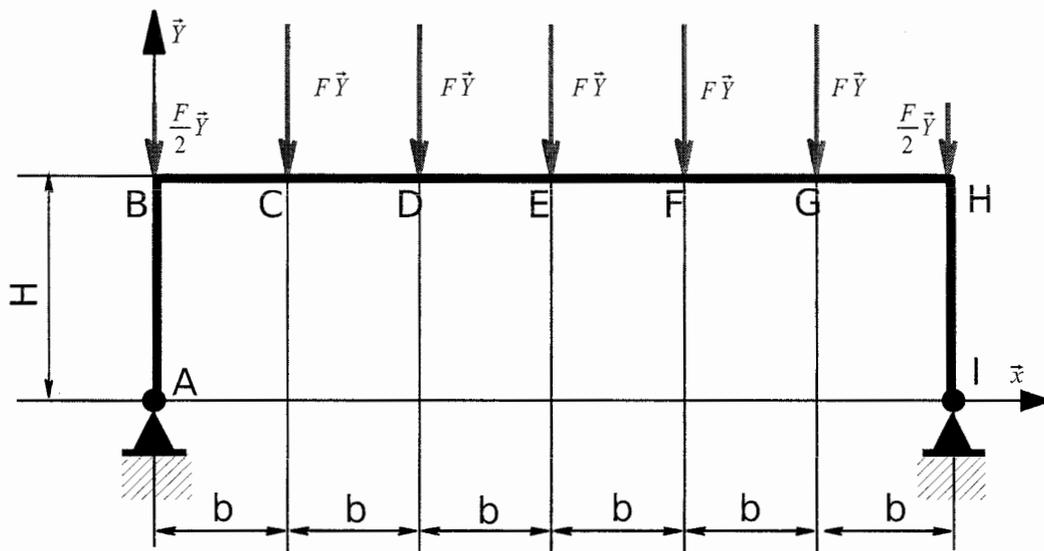


Figure 11: Modélisation du portique

Avec $b=2,5m$, $H=4m$ et $F=-20kN$

Justifier la modélisation représentée sur la Figure 11.

2. Calcul du portique:

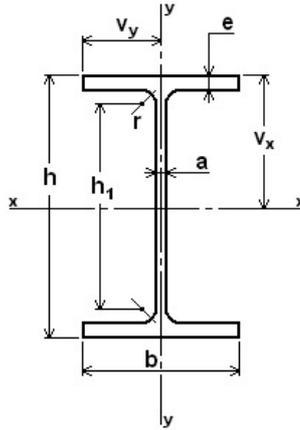


Figure 12: Profil IPE

Les poteaux AB et HI sont réalisés en IPE330, la poutre BH est en IPE270 dont les caractéristiques sont données dans le tableau suivant:

	h(cm)	b(cm)	I_x (cm ⁴)	I_x/V_x (cm ³)	I_y (cm ⁴)	I_y/V_y (cm ³)	A(cm ²)
IPE270	27	13,5	5790	428,88	420	2,22	45,9
IPE330	33	16	11770	713,333	78	98,5	62,6

Tableau 2: Caractéristiques des IPE

Les profils sont positionnés de façon à être sollicités suivant leur plus grande inertie de flexion.

- Donner le degré d'hyperstaticité du problème
- Calculer la/les inconnue(s) hyperstatique(s)
- Tracer les diagrammes des efforts normaux, efforts tranchants et moments fléchissants.
- Calculer les contraintes maximales et minimales dans les poteaux et dans la poutre, vérifier que la limite élastique $\sigma_e = 350 \text{ MPa}$ n'est pas dépassée.
- Calculer les réactions d'appui en A et en I

Formulaire:

On rappelle la formule des trois moments pour une poutre continue à n travées égales de longueur L sur $n+1$ appuis notés $C_i, (i=0..n)$:

$$M_{i-1} + 4M_i + M_{i+1} + 6 \int_0^L m_0(x_i) \frac{x_i}{L^2} dx_i + 6 \int_0^L m_0(x_{i+1}) \frac{L-x_{i+1}}{L^2} dx_{i+1} = 0, (i=1..n-1)$$

où :

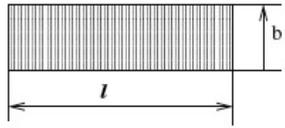
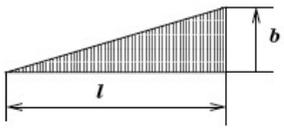
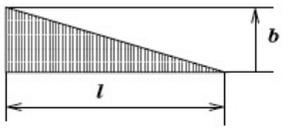
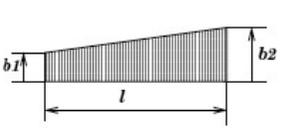
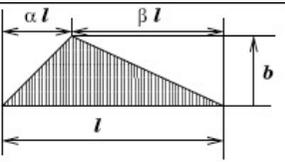
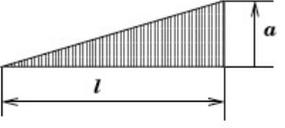
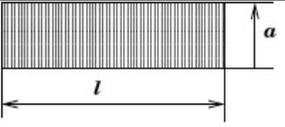
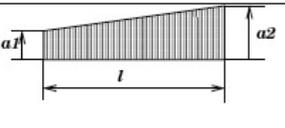
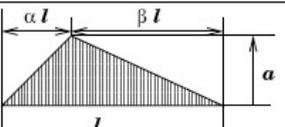
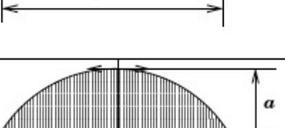
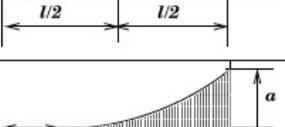
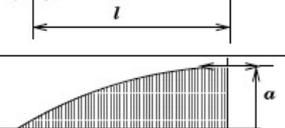
- $M_i, (i=0..n)$ sont les moments au droit des appuis.
- x_i est l'abscisse locale de la travée $[C_{i-1} C_i]$.
- $m_0(x_i)$ est le moment fléchissant dans la travée isostatique (considérée sur 2 appuis simples).

On pourra se servir du tableau 3 pour calculer les intégrales nécessaires:

Les figures sur la première ligne correspondent à la représentation de la fonction $M_a(x)$, sur la première colonne à la représentation de $M_b(x)$

Le résultat de $\int_0^l M_a(x) M_b(x) dx$ est reporté à l'intersection de la ligne et de la colonne considérée.

Tableau 3: valeur des intégrales de MaMb

							
Mb							
Ma	$\frac{abl}{2}$	$\frac{abl}{3}$	$\frac{abl}{6}$	$\frac{al}{6} (b_1 + 2b_2)$	$\frac{abl}{6} (1 + \alpha)$		
	abl	$\frac{abl}{2}$	$\frac{abl}{2}$	$\frac{al}{2} (b_1 + b_2)$	$\frac{abl}{2}$		
	$\frac{bl}{2} (a_1 + a_2)$	$\frac{bl}{6} (a_1 + 2a_2)$	$\frac{bl}{6} (2a_1 + a_2)$	$\frac{l}{6} [2a_1 b_1 + a_1 b_2 + a_2 b_1 + 2a_2 b_2]$	$\frac{bl}{6} [(1 + \beta)a_1 + (1 + \alpha)a_2]$		
	$\frac{abl}{2}$	$\frac{abl}{6} (1 + \alpha)$	$\frac{abl}{6} (1 + \beta)$	$\frac{al}{6} [(1 + \beta)b_1 + (1 + \alpha)b_2]$	$\frac{abl}{3}$		
	$\frac{2abl}{3}$	$\frac{abl}{3}$	$\frac{abl}{3}$	$\frac{al}{3} (b_1 + b_2)$	$\frac{abl}{3} (1 + \alpha\beta)$		
	$\frac{abl}{3}$	$\frac{abl}{4}$	$\frac{abl}{12}$	$\frac{al}{12} (b_1 + 3b_2)$	$\frac{abl}{12} (1 + \alpha + \alpha^2)$		
	$\frac{2abl}{3}$	$\frac{5abl}{12}$	$\frac{abl}{4}$	$\frac{al}{12} (3b_1 + 5b_2)$	$\frac{abl}{12} (5 - \beta - \beta^2)$		

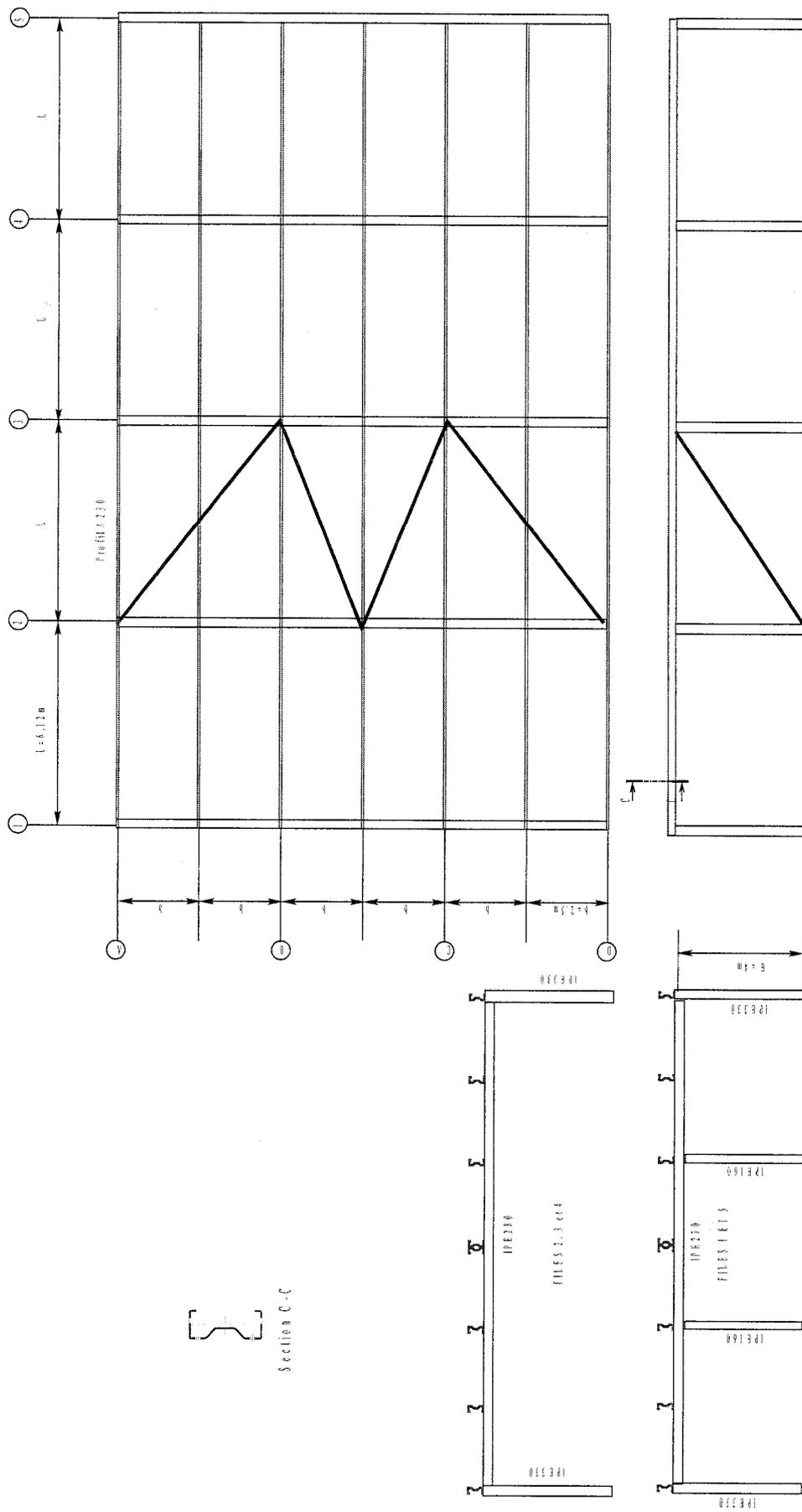


Figure 13: Extraits du plan du bâtiment

Partie 3. Modélisation numérique

On se propose de modéliser la fondation superficielle du bâtiment agricole et son environnement sous différentes sollicitations par une modélisation en éléments finis. Le plan du bâtiment est indiqué sur la Figure 14

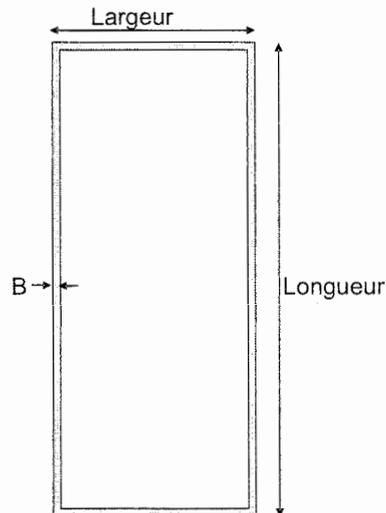


Figure 14

La fondation modélisée est une semelle en béton de largeur $B = 0,4$ m reposant sur une couche de sable de 4 mètres d'épaisseur.

Au delà de 4 m on souhaite étudier l'alternative suivante liée à une incertitude après les reconnaissances de terrain :

- la couche de sable se prolonge jusqu'à une profondeur de 50 mètres ;
- la couche de sable repose sur un substratum rocheux.

- 1) Peut-on envisager de modéliser ce problème en 2D
 - a) Sinon qu'est-ce qui s'y oppose
 - b) Si, oui quelle hypothèse faut-il adopter
- 2) Faire un schéma de la géométrie que vous modéliseriez en éléments finis en précisant sur le schéma :
 - a) Toutes les dimensions du modèle et en justifiant ces choix.
 - b) Les caractéristiques du maillage que vous choisiriez.
 - c) Les conditions aux limites considérées (et les options possibles).
 - d) Les symétries éventuelles.
- 3) Quelles lois de comportement adopteriez-vous pour les différents matériaux, pour quelles raisons ?
- 4) Quels sont les paramètres nécessaires à l'utilisation de ces lois ? De quelle manière envisageriez-vous de les obtenir ?

- 5) Quels facteurs feriez-vous éventuellement varier dans le modèle pour évaluer les incertitudes liées à ce calcul et à une connaissance incertaine des sollicitations et des matériaux utilisés ?
- 6) La rigidité de la semelle influence les sollicitations transmises au terrain. Pour étudier son influence plusieurs cas ont été modélisés :
 - I) une contrainte uniforme sur l'ensemble de la surface de la fondation (Figures 15 à 19) ;
 - II) un déplacement constant sous l'ensemble de la fondation (Figures 20 à 23)
 - III) La semelle est elle-même modélisée comme un parallélépipède en béton (Figures 24 à 28)

Les figures ci-dessous réalisées toutes à la même échelle montrent la sollicitation, les déplacements et l'état de contrainte correspondant à différents cas (à la même échelle).

- a) Indiquez quel cas d'étude (I, II ou III) se rapproche des hypothèses suivantes :
 - Semelle infiniment rigide.
 - Semelle infiniment souple.
- b) Que pouvez-vous en déduire quand à l'influence de la rigidité de la semelle sur l'état du sol?

L'échelle des déplacements et des contraintes est la même d'une figure à l'autre.

L'état de contrainte est représenté en chaque point par deux segments orthogonaux entre eux et colinéaires aux directions principales de la contrainte. Les longueurs des segments sont proportionnelles à l'intensité des contraintes principales correspondantes. Les tractions sont représentées en rouge, les compressions en bleu.

Dans ces calculs il a été considéré que la couche de sable se prolongeait jusqu'à 50 mètres de profondeur

- 7) Comment prendre en compte l'incertitude sur les reconnaissances de terrain?

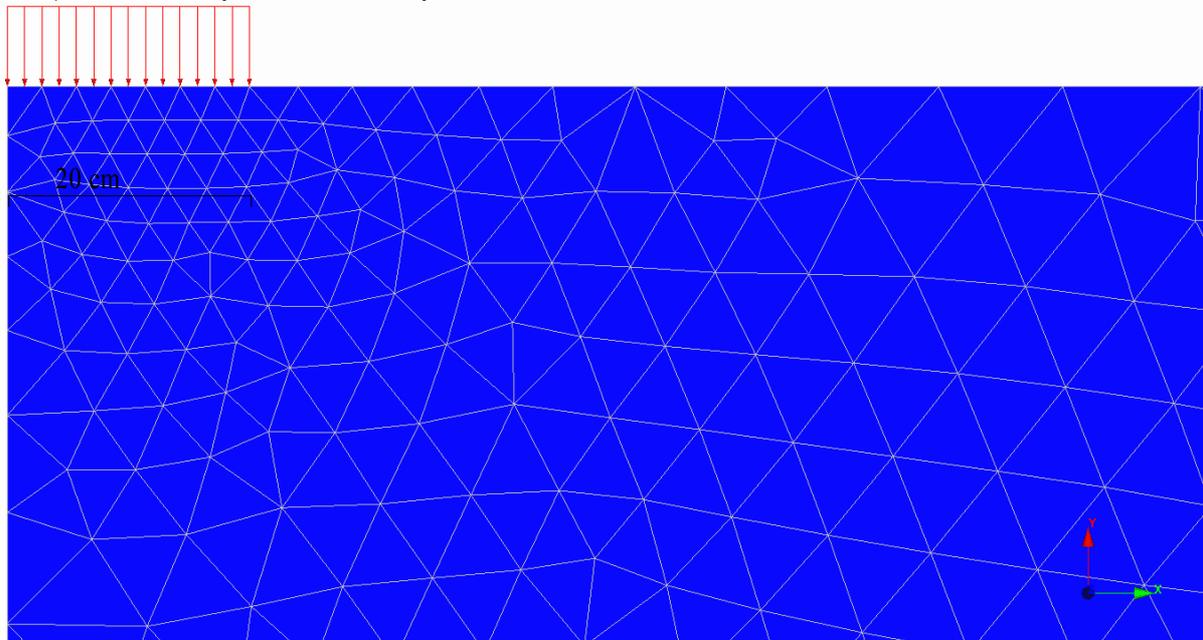


Figure 15: zoom d'un modèle éléments finis réalisés (calcul réalisé avec software CESAR-LCPC v4). Indiquant l'effort surfacique appliqué vertical (60 kPa) sur une largeur de 0,2 m

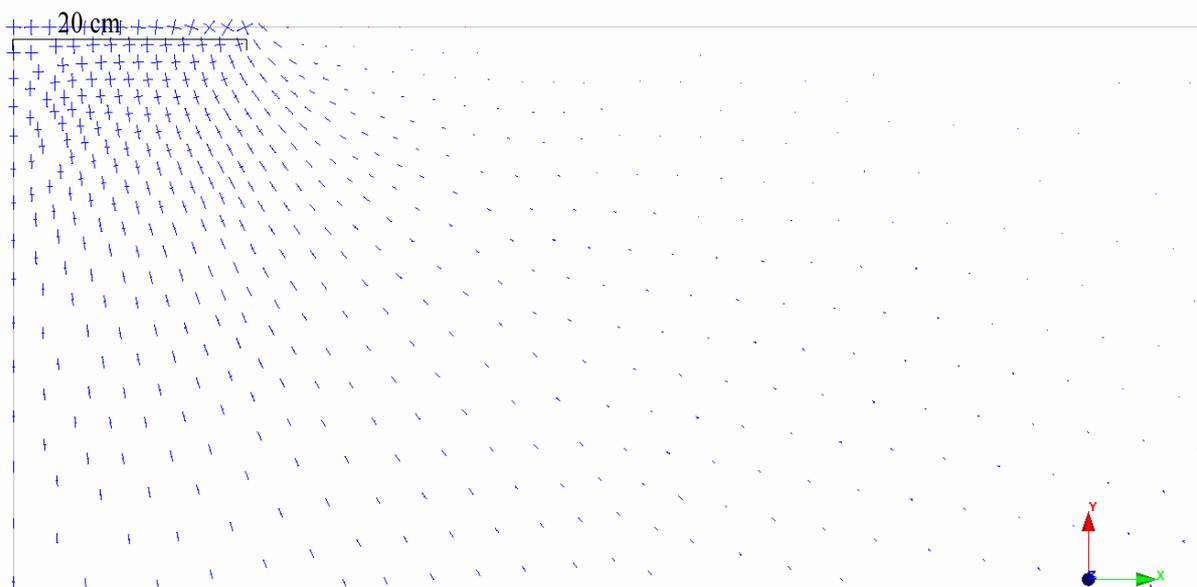


Figure 16: zoom d'un modèle éléments finis réalisés (calcul réalisé avec software CESAR-LCPC v4). Etat de contrainte correspondant à la sollicitation de la Figure 15

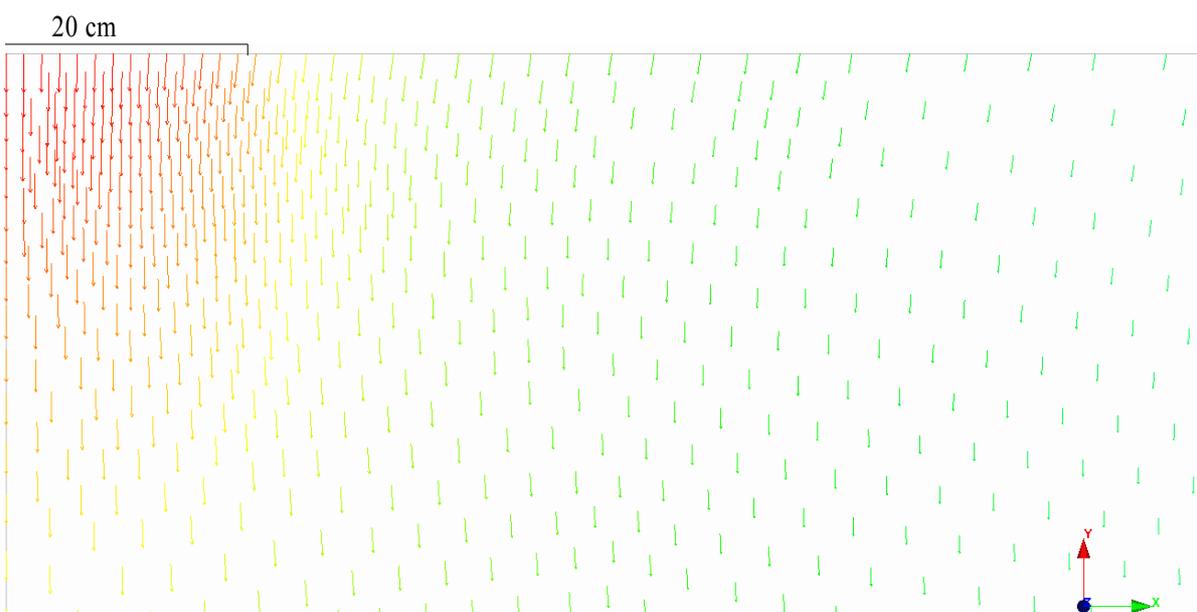


Figure 17 : zoom d'un modèle éléments finis réalisés (calcul réalisé avec software CESAR-LCPC v4). Déplacements correspondant à la sollicitation de la Figure 15

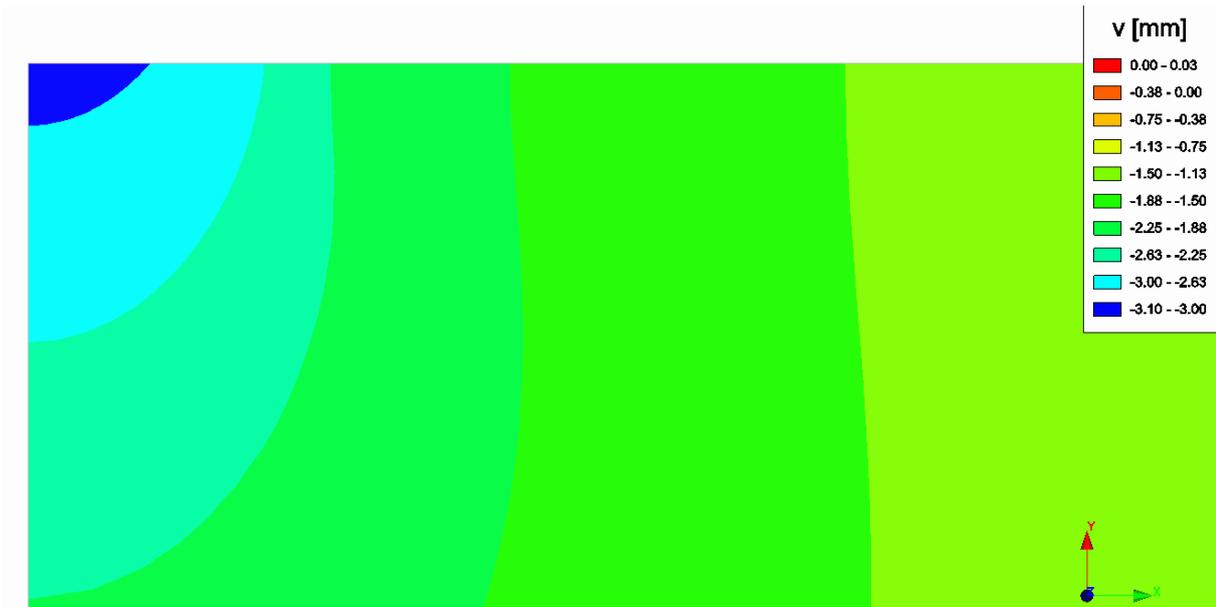


Figure 18: zoom d'un modèle éléments finis réalisés (calcul réalisé avec software CESAR-LCPC v4).
 Courbes d'isovaleurs des déplacements verticaux (v) correspondant à la sollicitation de la Figure 15



Figure 19 : zoom d'un modèle éléments finis réalisés (calcul réalisé avec software CESAR-LCPC v4).
 Courbes d'isovaleurs des déformations plastiques correspondant à la sollicitation de la Figure 15

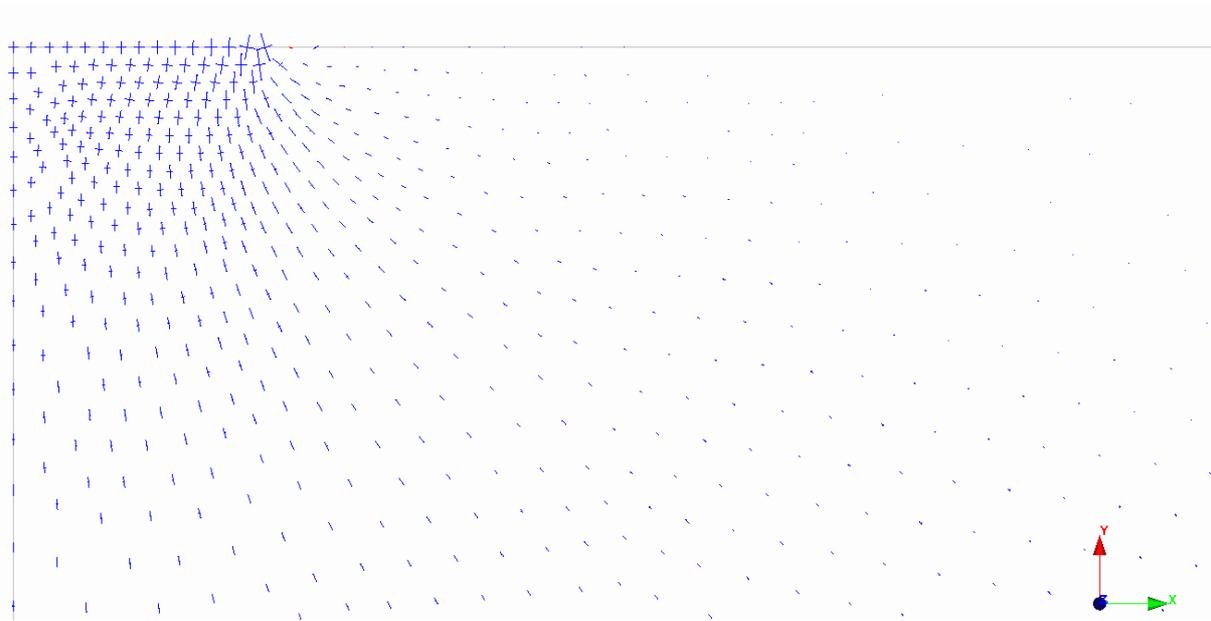


Figure 20: zoom d'un modèle éléments finis réalisés (calcul réalisé avec software CESAR-LCPC v4). État de contrainte correspondant à une sollicitation en déplacement (3 mm sur une largeur de 20 cm en haut à gauche).

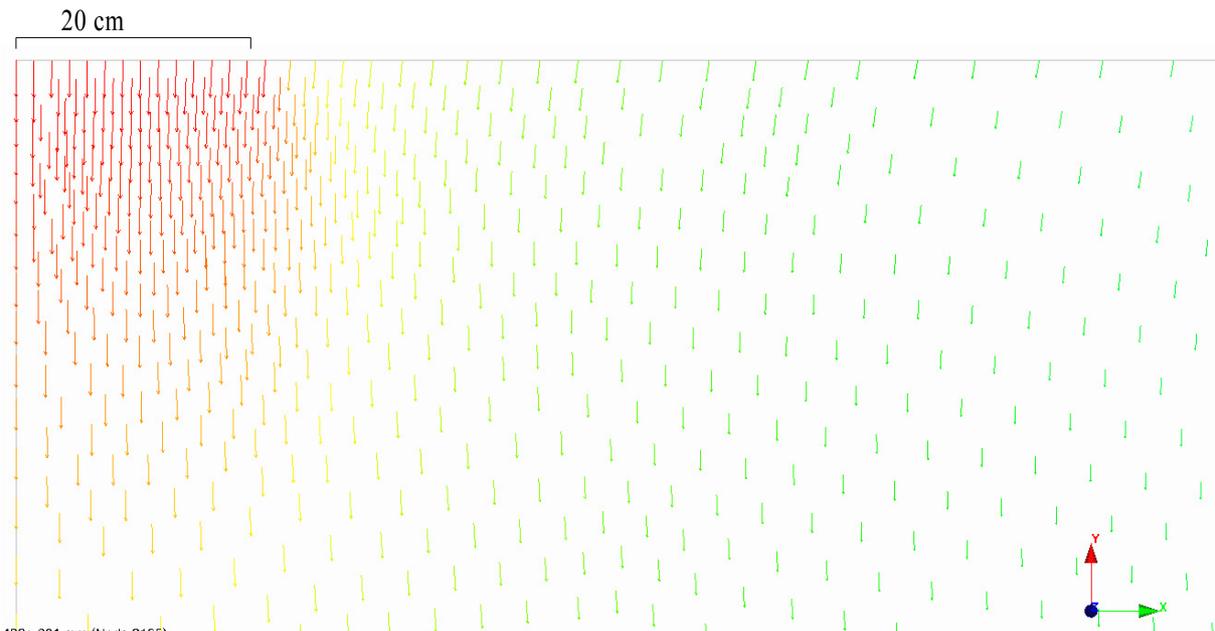


Figure 21 : zoom d'un modèle éléments finis réalisés (calcul réalisé avec software CESAR-LCPC v4). Indiquant le déplacement dans le modèle induit par un déplacement imposé de 3 mm sur une largeur de 20 cm en haut à gauche du modèle

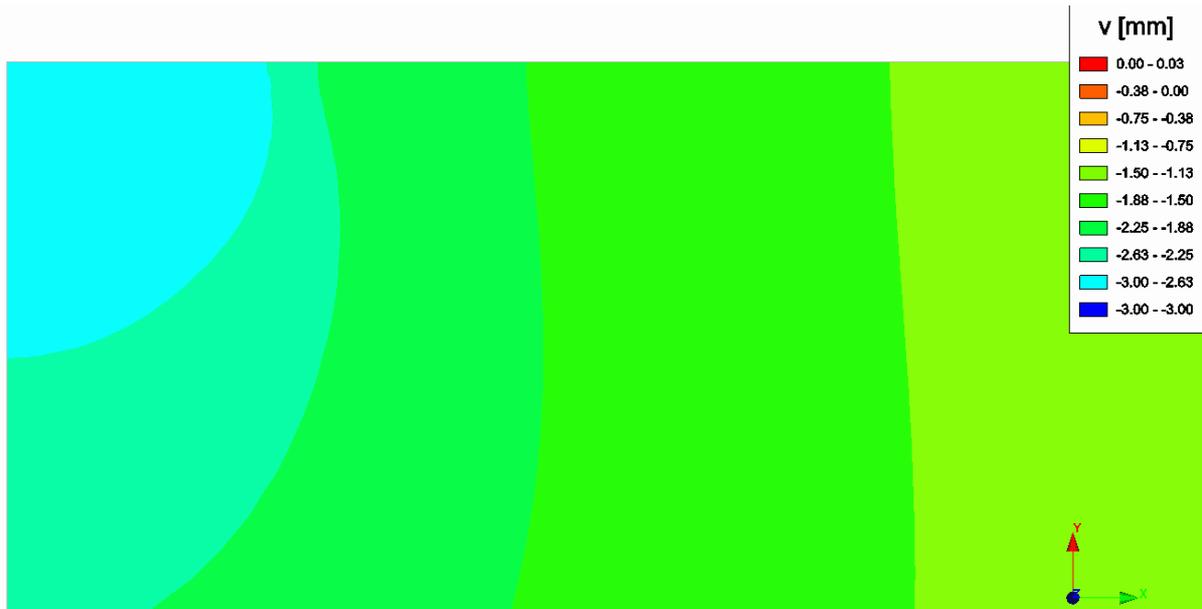


Figure 22 : zoom d'un modèle éléments finis réalisés (calcul réalisé avec software CESAR-LCPC v4). Courbes d'isovaleurs des déplacements verticaux (v) induit par un déplacement imposé de 3 mm sur une largeur de 20 cm en haut à gauche du modèle

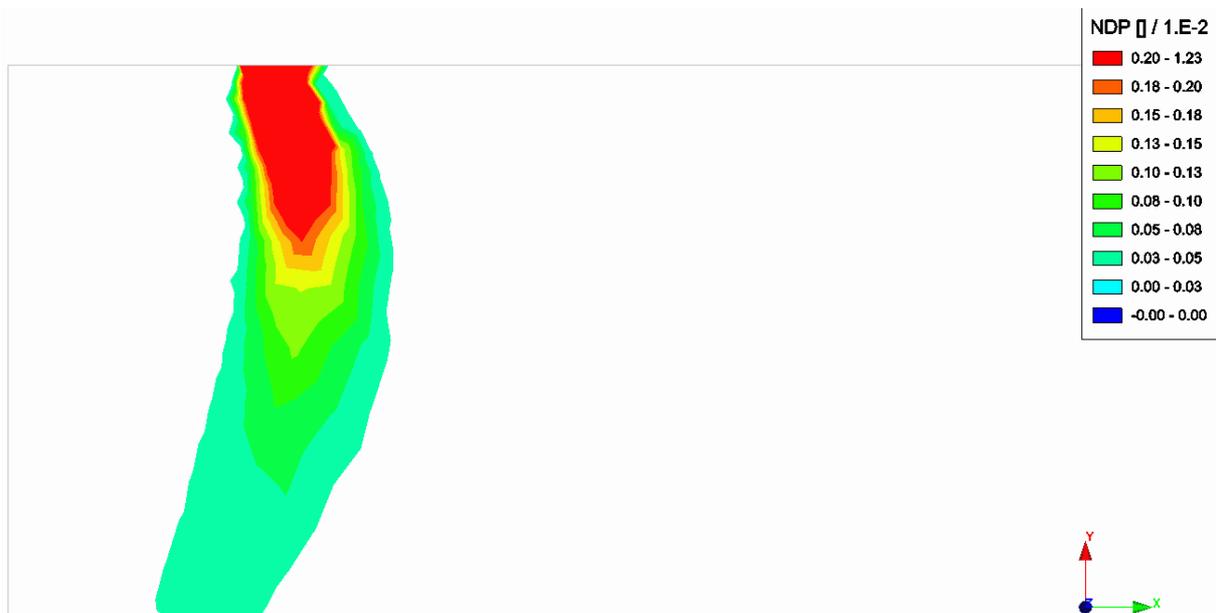


Figure 23: zoom d'un modèle éléments finis réalisés (calcul réalisé avec software CESAR-LCPC v4). Courbes d'isovaleurs des déformations plastiques correspondant à une sollicitation en déplacement (3 mm sur une largeur de 20 cm en haut à gauche).

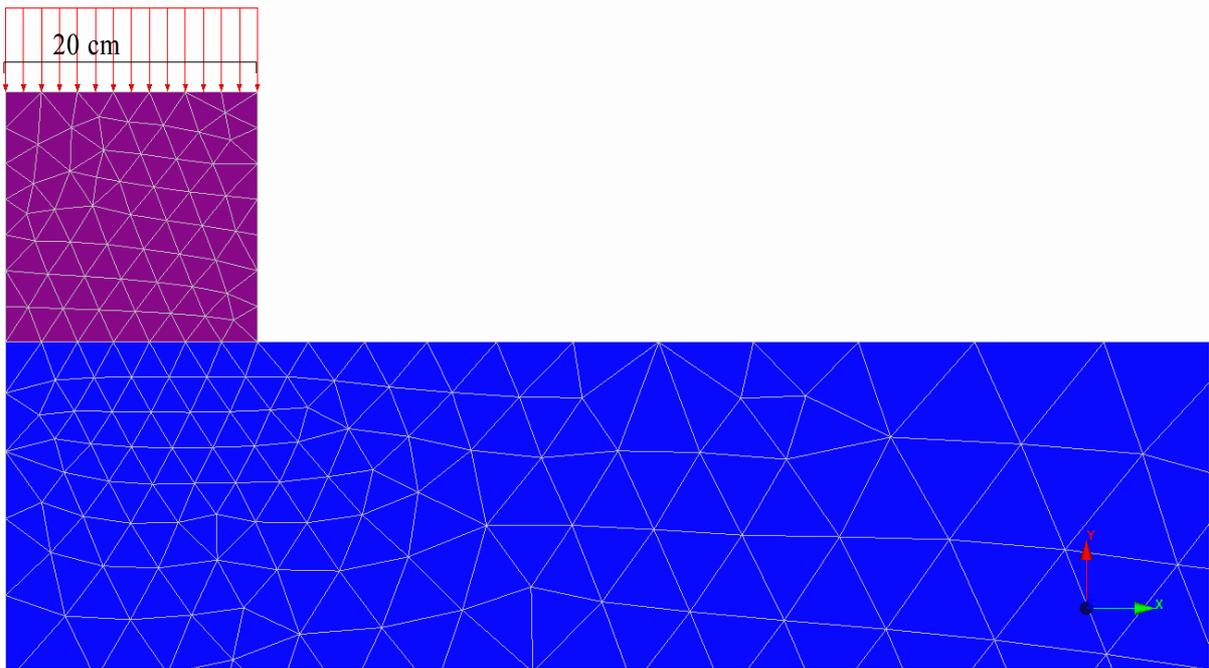


Figure 24 : zoom d'un modèle éléments finis réalisés (calcul réalisé avec software CESAR-LCPC v4). Indiquant l'effort appliqué vertical (60 kPa) sur une largeur de 0,20 m sur un parallélépipède en béton au-dessus du terrain

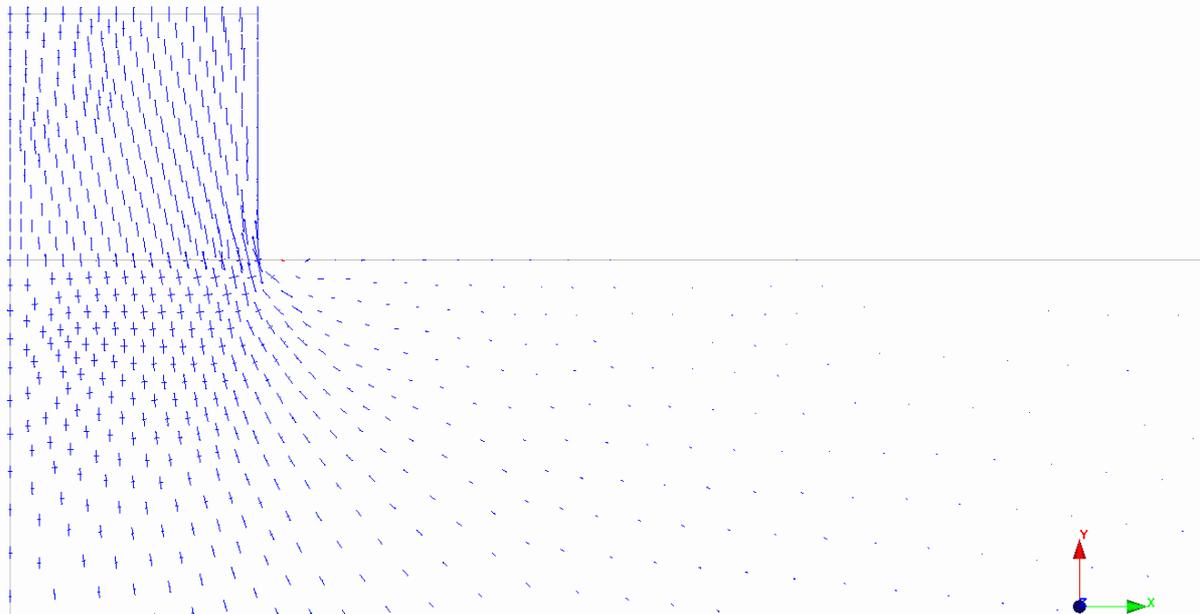


Figure 25 : zoom d'un modèle éléments finis réalisés (calcul réalisé avec software CESAR-LCPC v4). Etat de contrainte correspondant à la sollicitation de la Figure 24

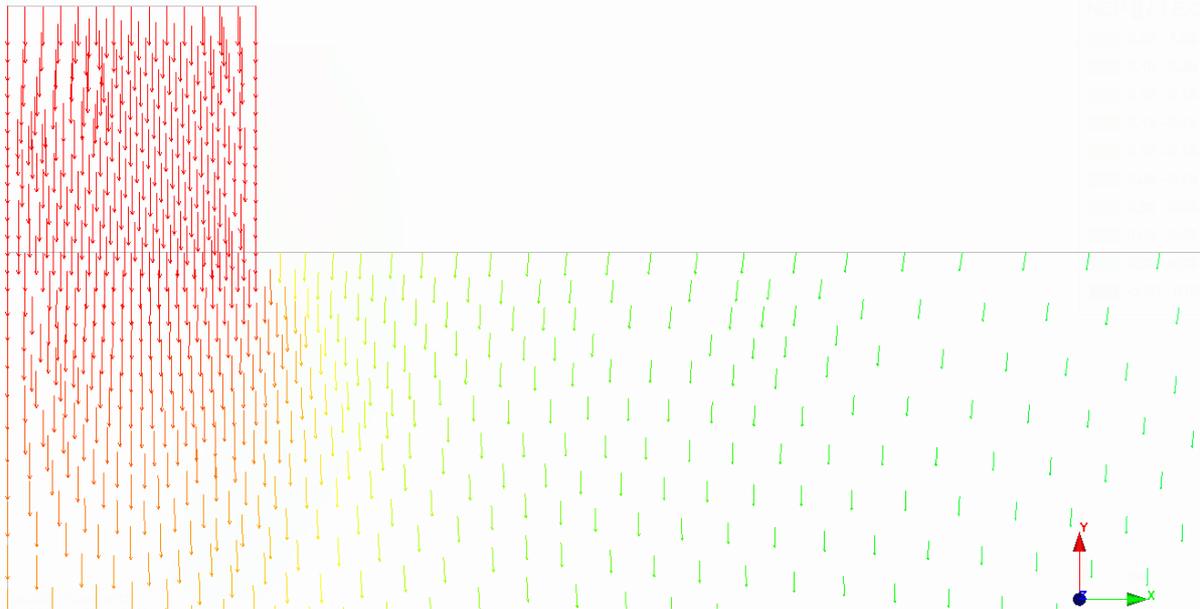


Figure 26 : zoom d'un modèle éléments finis réalisés (calcul réalisé avec software CESAR-LCPC v4).
Déplacements correspondant à la sollicitation de la Figure 24

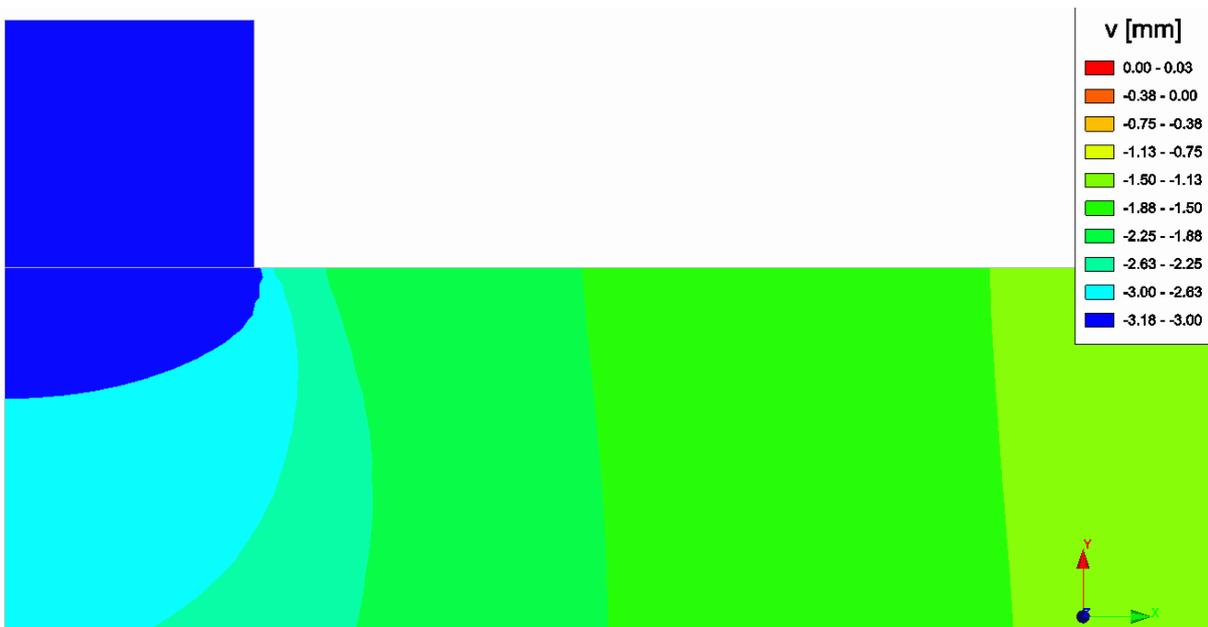


Figure 27 : zoom d'un modèle éléments finis réalisés (calcul réalisé avec software CESAR-LCPC v4).
Courbes d'isovaleurs des déplacements verticaux (v) correspondant à la sollicitation de la Figure 24

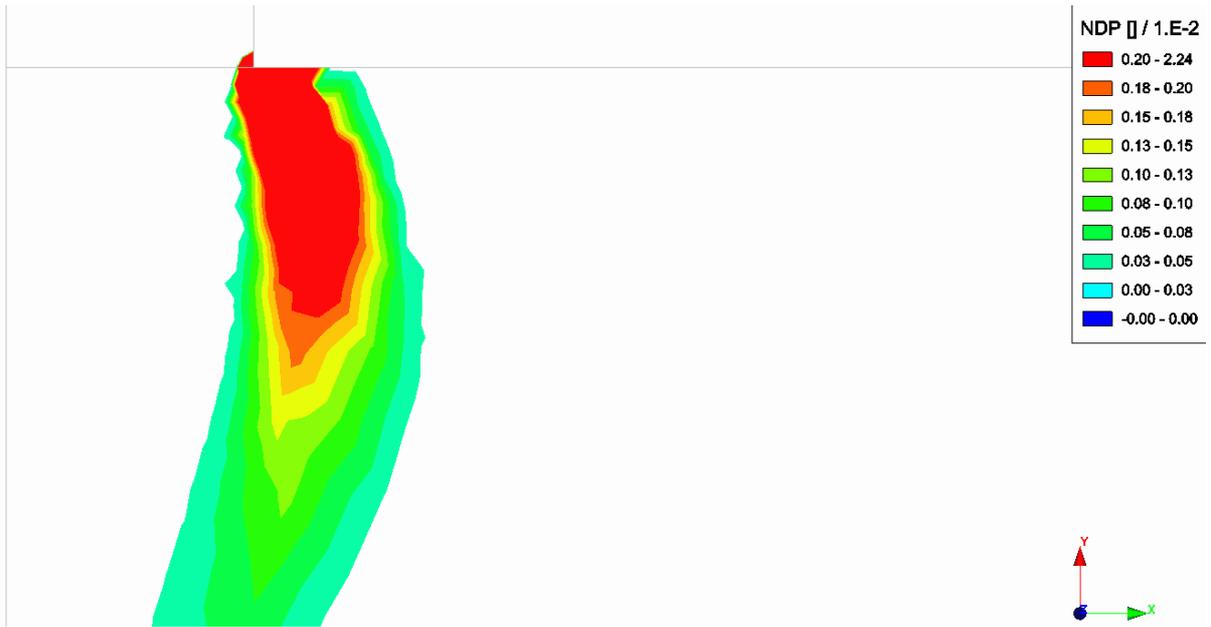


Figure 28 : zoom d'un modèle éléments finis réalisés (calcul réalisé avec software CESAR-LCPC v4). Courbes d'isovaleurs des déformations plastiques correspondant à correspondant à la sollicitation de la Figure 24

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Académie :	Session :
Concours :	
Spécialité/option :	Repère de l'épreuve :
Intitulé de l'épreuve :	
NOM :	
<small>(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)</small>	
Prénoms :	N° du candidat
	<small>(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)</small>

AE1-5

- 4- Déterminer l'expression de la perte de charge $J(x)$ entre $x=0$ et une abscisse x de la rampe avec un débit réparti en fonction de $j(x)$, de x et de L_2 .
- 5- Tracer la ligne piézométrique le long de la rampe sur la figure 5 en considérant l'altitude de la tête de la rampe comme nulle. Commenter.

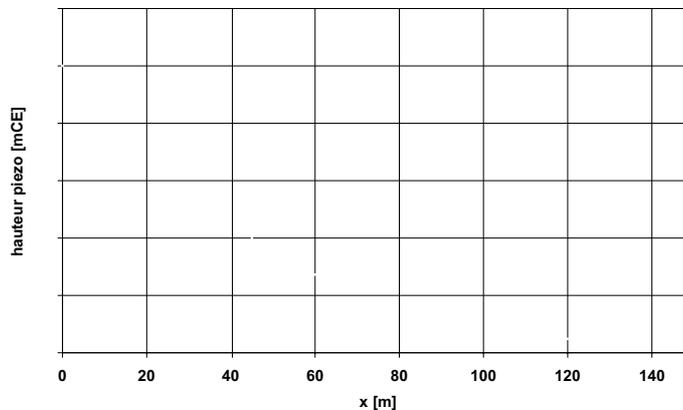


Figure 5: Hauteur piézométrique le long de la rampe d'irrigation

c. Récupération de l'eau de pluie

On étudie l'écoulement de l'eau de pluie dans une des gouttières de récupération le long de l'entrepôt de stockage (figure 6). La gouttière horizontale, de section en U, est obturée par une paroi verticale en amont et terminée par une descente verticale circulaire de diamètre intérieur $D_3=10$ cm en aval. La longueur de la gouttière est $L_3=12,5$ m, celle de la descente L_4 . La largeur de la gouttière est $l=10$ cm. On suppose que le coefficient de perte de charge $\lambda=0,03$ dans la descente verticale est constant. La descente débouche à l'air libre. Le passage gouttière-descente est supposé se faire sans perte de charge singulière.

La gouttière est alimentée par l'eau de pluie tombant du toit avec un débit réparti par mètre linéaire de toiture q supposé constant sur le temps de notre étude. On note x l'abscisse du radier de la gouttière $0 \leq x \leq L_3$. On étudie la courbe $y(x)$ de la profondeur de l'eau dans la gouttière.

On suppose :

- que l'écoulement dans la gouttière est unidimensionnel
- que la répartition des pressions est hydrostatique dans toute section transversale droite de la gouttière
- que le frottement du liquide sur les parois de la gouttière est négligeable
- l'absence de perturbation dans la gouttière due à l'arrivée latérale de l'eau du toit.

- 1- On note $Q(x)$ le débit d'eau circulant dans la gouttière. Exprimer $Q(x)$ en fonction des données. A quelle(s) condition(s) l'écoulement dans la gouttière sera-t-il permanent ?