

SESSION DE 2008

---

**CONCOURS INTERNE  
DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS AGRÉGÉS  
ET CONCOURS D'ACCÈS A L'ÉCHELLE DE RÉMUNÉRATION**

**Section : MÉCANIQUE**

**DEUXIÈME ÉPREUVE PORTANT SUR  
L'ÉTUDE D'UN PROBLÈME D'AUTOMATISATION**

Durée : 6 heures

---

Calculatrice électronique de poche, y compris programmable, alphanumérique ou à écran graphique, à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout document, de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

*Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.*

*De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.*

**NB : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.**

**Tournez la page S.V.P.**

# Travail demandé

## Remarques importantes

1- le sujet comporte trois parties indépendantes :

- Une étude de l'automatisme séquentiel du processus de conditionnement (durée conseillée : 2 h) ;
- Une étude de l'asservissement en position du robot « Quattro » (durée conseillée : 2 h) ;
- Une séquence pédagogique dédiée au choix du générateur de vide (durée conseillée : 2 h).

***Chacune des trois parties devra être rédigée sur des copies séparées***

2- Pour chaque question, le candidat peut émettre, s'il le juge nécessaire, des hypothèses complémentaires en les commentant et en les justifiant.

# ROBOT MANIPULATEUR « QUATTRO »

## Introduction

Le robot « Quattro » actuellement commercialisé par la société ADEPT a été développé par le LIRMM (Laboratoire d'Informatique, de Robotique et de Microélectronique de Montpellier).

Il s'est associé avec la Fundación Fatronik, un centre de recherche appliquée du Pays basque espagnol, pour concevoir et commander des robots manipulateurs. Les chercheurs ont imaginé une solution à la fois innovante et compatible avec les contraintes de l'industrie.

Innovante de par la forme générale du robot : il comporte quatre bras manipulateurs d'ergonomie différente de celle du bras unique classique, plus proche du bras humain. Les chercheurs ont notamment réalisé des calculs d'optimisation de la dimension de chaque composant pour obtenir une accélération maximale. Leur solution est adaptée aux contraintes de l'industrie grâce au système de commande du robot, qui limite les vibrations et, ainsi, le temps nécessaire au robot pour déposer une pièce à un endroit précis.

Le robot « Quattro » (figure 1) est destiné à toutes les applications où l'on souhaite déplacer des petits objets et les conditionner, particulièrement dans les secteurs de l'agroalimentaire.

L'application support du sujet de l'épreuve permet de conditionner des barres de céréales en boîtes de huit barres.

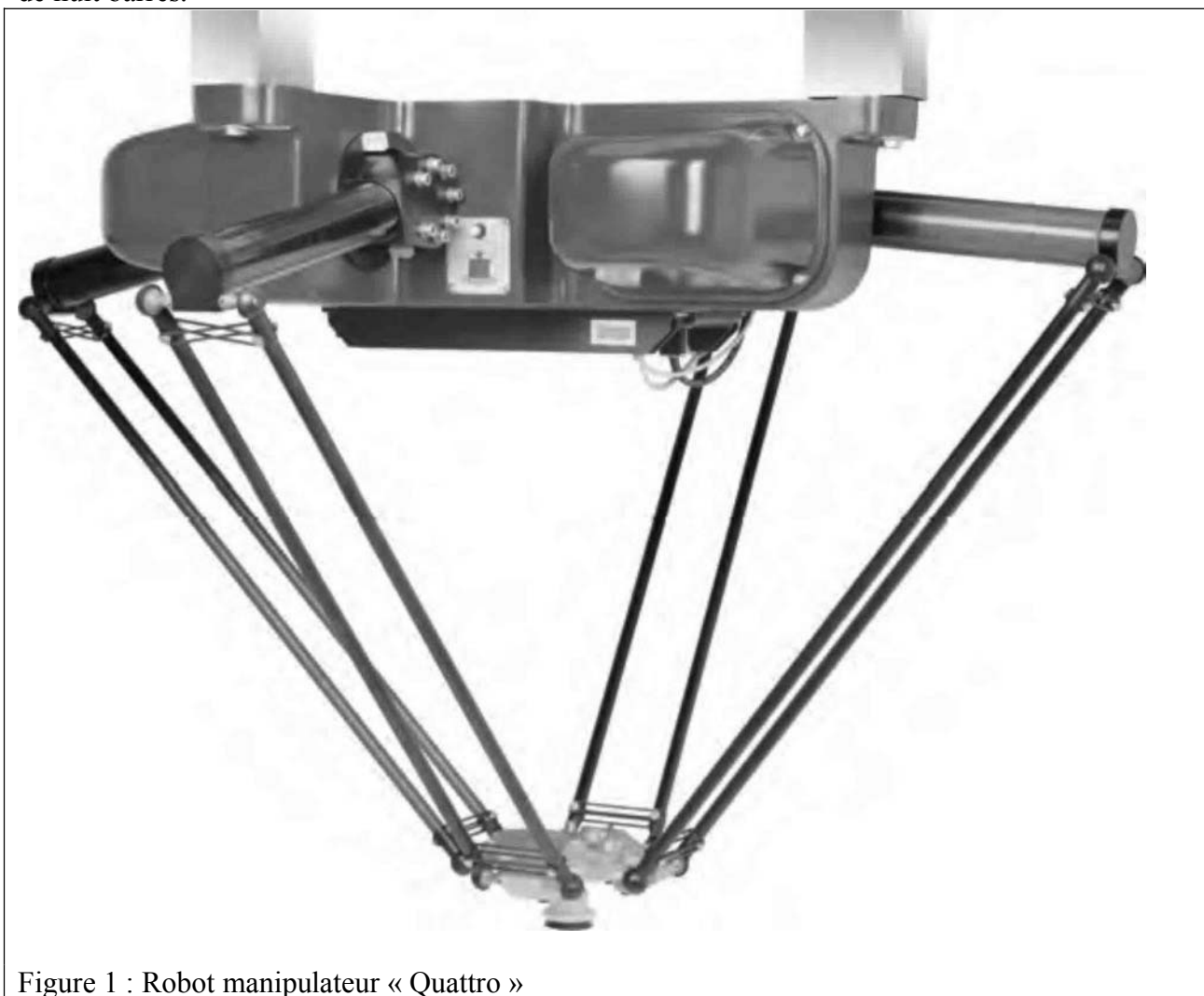
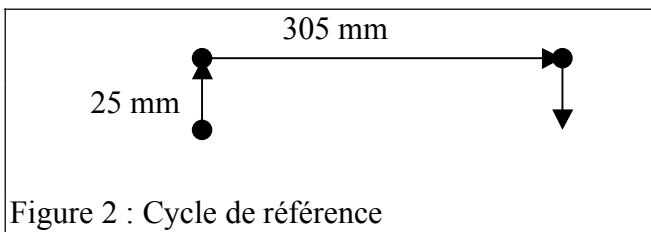


Figure 1 : Robot manipulateur « Quattro »

## Caractéristiques techniques du robot

Sa structure parallèle lui permet d'atteindre des performances dynamiques très élevées. Il est en effet capable de produire des accélérations de  $200 \text{ m/s}^2$ . Les hautes vitesses qu'il peut atteindre et sa précision font qu'il équipe de plus en plus de lignes de conditionnement flexibles.

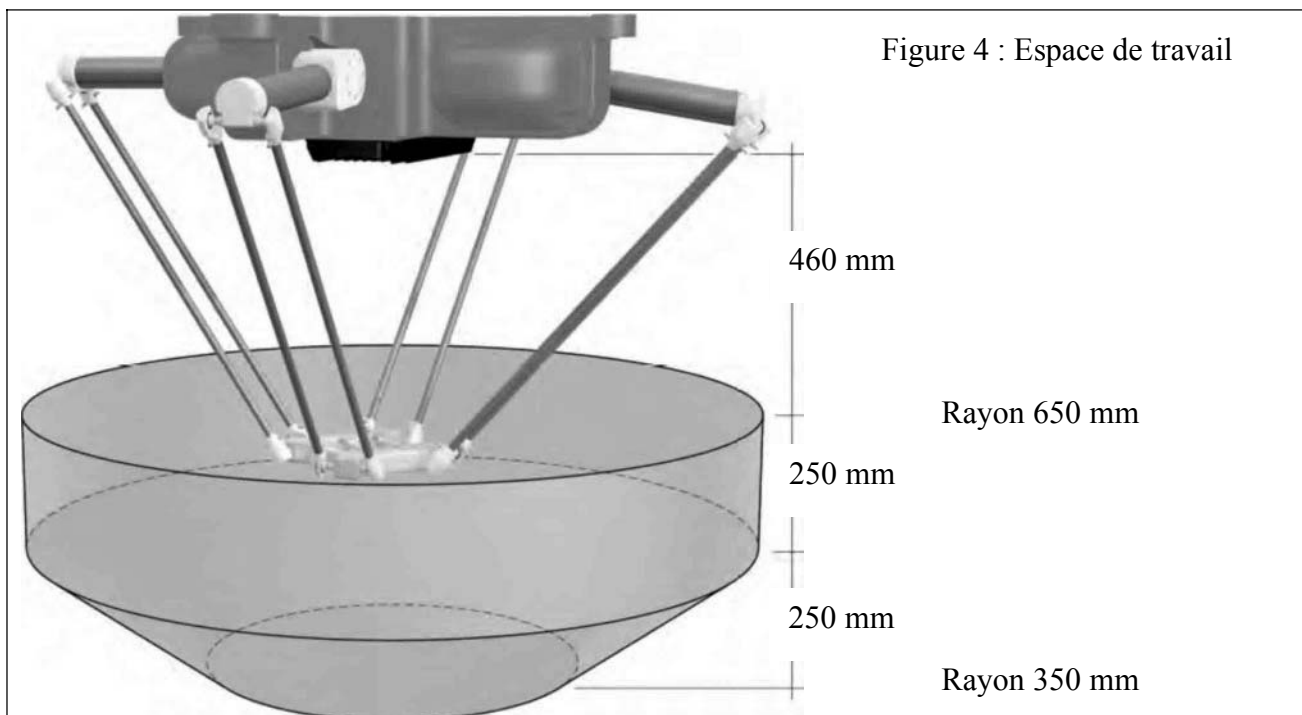
Le cycle de référence (figure 2) pour déterminer les temps de cycles du robot permet de déterminer les caractéristiques (Figure 3) et de garantir une précision de position de  $\pm 0,1 \text{ mm}$ , et angulaire de  $\pm 0,4^\circ$ .



Masse embarquée (kg)	Temps de cycle (s)
0,1	0,25
0,5	0,29
1,5	0,32
2,0	0,50

Figure 3 : Caractéristiques

L'espace de travail du robot « Quattro » est défini par la figure 4 ci dessous.



## La chaîne de conditionnement

La chaîne de conditionnement de barres de céréales permet d'effectuer des campagnes de « packaging » différentes en fonction des commandes.

Le cas traité dans le sujet concerne le regroupement de barres par paquets de huit (deux couches de trois et une couche de deux barres), pour un conditionnement en boîtes de huit.

La structure de la machine est agencée autour des équipements suivants présentés figure 5 :

- ♦ Le robot « Quattro ».
- ♦ Le préhenseur du robot « Quattro ».
- ♦ Un convoyeur d'amenage des barres depuis la ligne de production.
- ♦ Un convoyeur à taquets d'entrée des barres à conditionner (avance pas à pas synchronisée sur la cadence d'amenage)
- ♦ Un convoyeur à godets de sortie à vitesse constante (barres regroupées par 8).
- ♦ Une zone de stockage tampon.

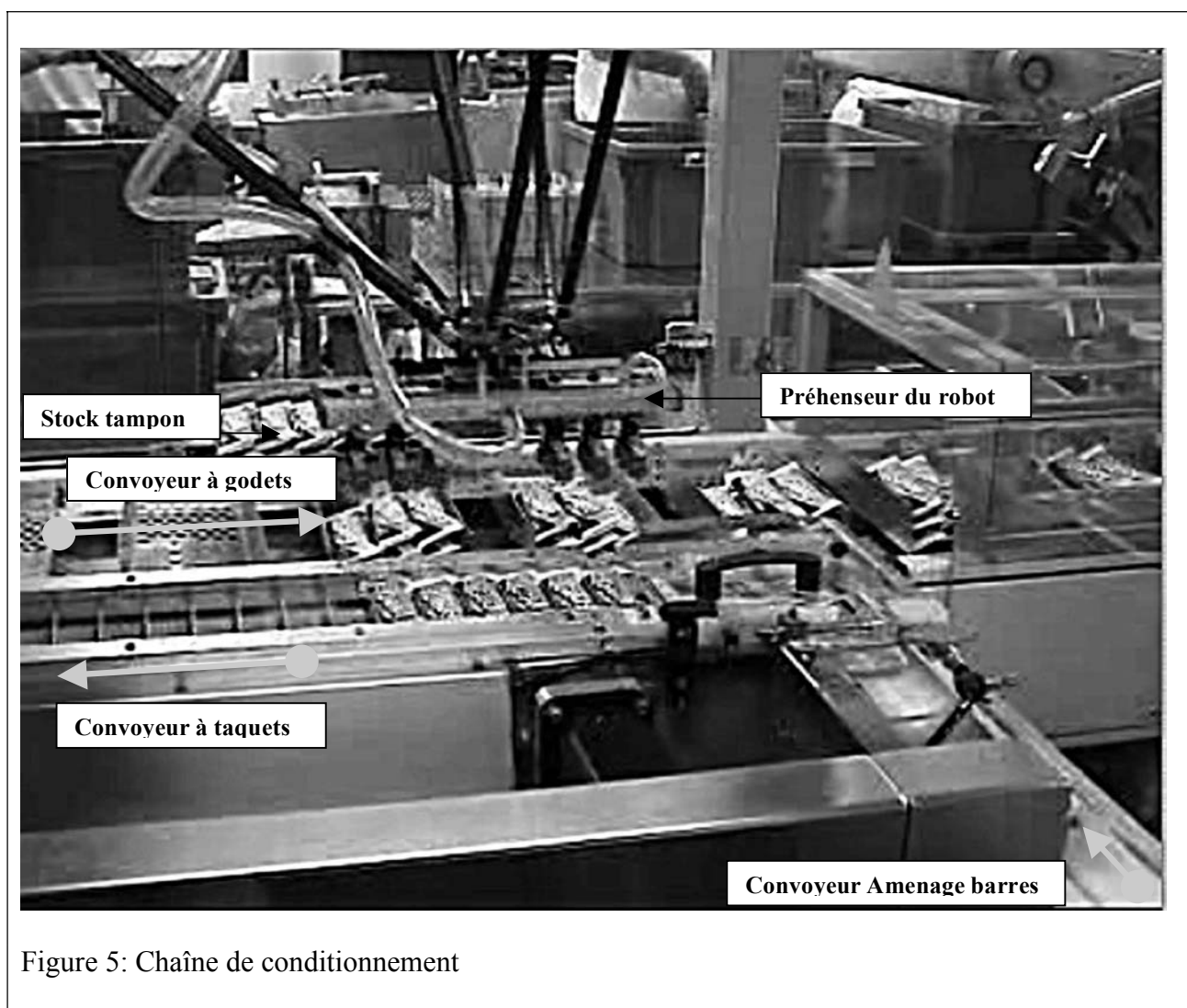


Figure 5: Chaîne de conditionnement

La figure 6 présente le robot « Quattro » en cours de transfert depuis le convoyeur à taquets de la ligne d'entrée des barres de céréales vers le convoyeur à godets de la ligne de sortie. Ce mouvement de dépose est accompagné du fait du mouvement du convoyeur de sortie. On notera que le préhenseur monté en bout de bras déplace six barres de céréales qui se positionneront dans les godets noté G1 et G2. Le préhenseur est animé pour cela d'un mouvement de translation qui permet de poser trois barres dans le godet G1 et trois dans le godet G2, ce mouvement de translation est réalisé pendant le déplacement du robot entre les deux convoyeurs. Le stock tampon permet de placer six barres de céréales accessibles dans la zone de travail du robot.

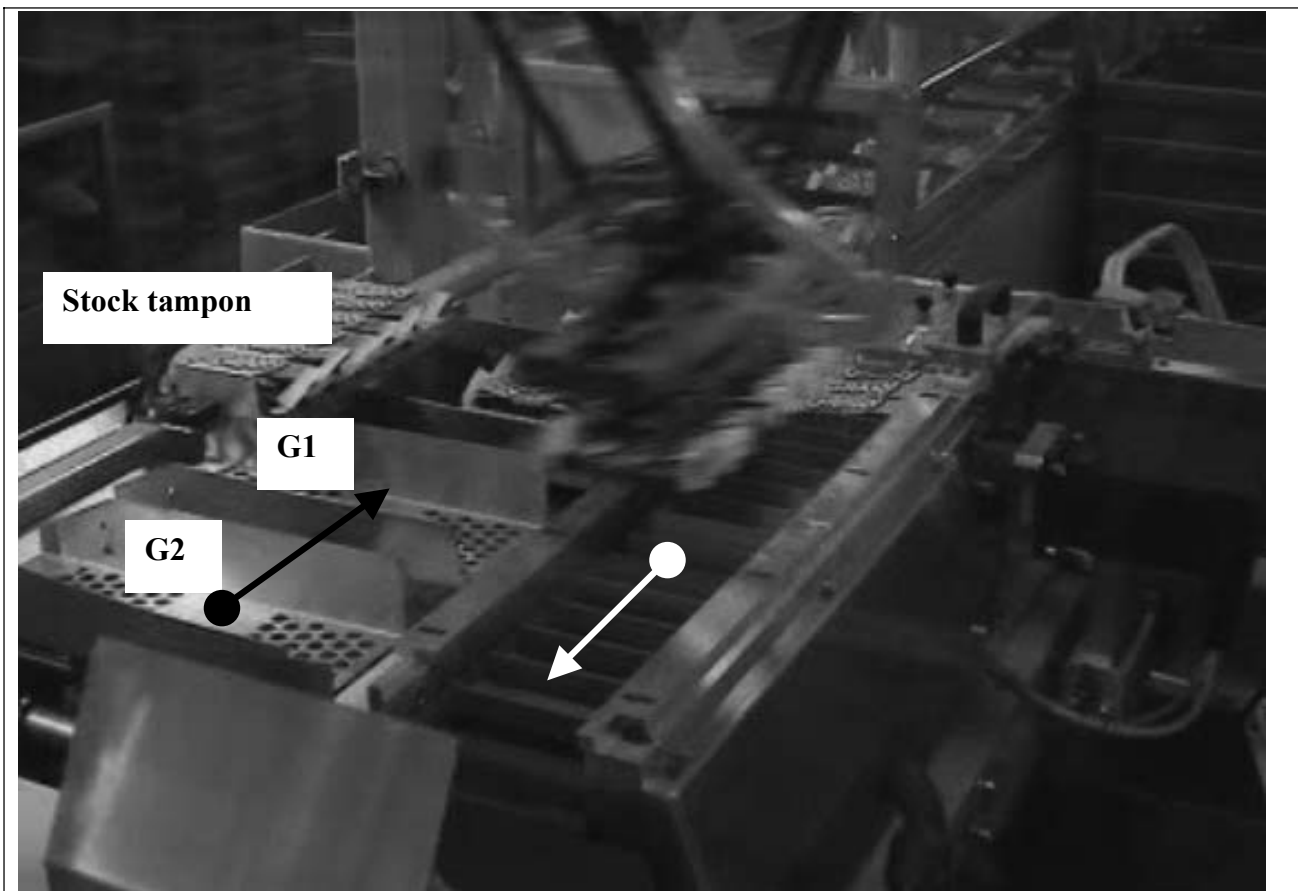


Figure 6 : Robot en cours de transfert convoyeur à taquets/convoyeur à godets

Pour la suite de l'étude l'aménagement des barres de céréales depuis la production ne sera pas pris en compte, la synchronisation qui assure l'alimentation du convoyeur à taquets permet de considérer un flux de barres de céréales continu en entrée.

## Caractérisation de la zone d'évolution du robot

La zone d'évolution du robot (cercle bleu de diamètre 1300 mm sur la figure 7) est organisée autour des trois postes de chargement/déchargement que sont le convoyeur à taquets, le convoyeur à godets et le stock tampon.

Les caractéristiques des barres de céréales sont :  $130 \times 30 \times 20 \text{ mm}$  [masse : 25 grammes].

La figure 7 présente les principales caractéristiques dimensionnelles nécessaires à la résolution du problème.

Le point O représente les coordonnées fixes de prise et dépose de barres de céréales dans le stock tampon.

$X_p$  représente la variable de prise des barres de céréales sur le tapis d'entrée.

$X_d$  représente la variable de dépose des barres de céréales sur le tapis de sortie.

La valeur de A est égale à 140 mm, B à 200 mm, C à 800 mm, D à 905 mm, E à 40 mm,

F à 75 mm, G à 155 mm, H à 130 mm et I à 25 mm.

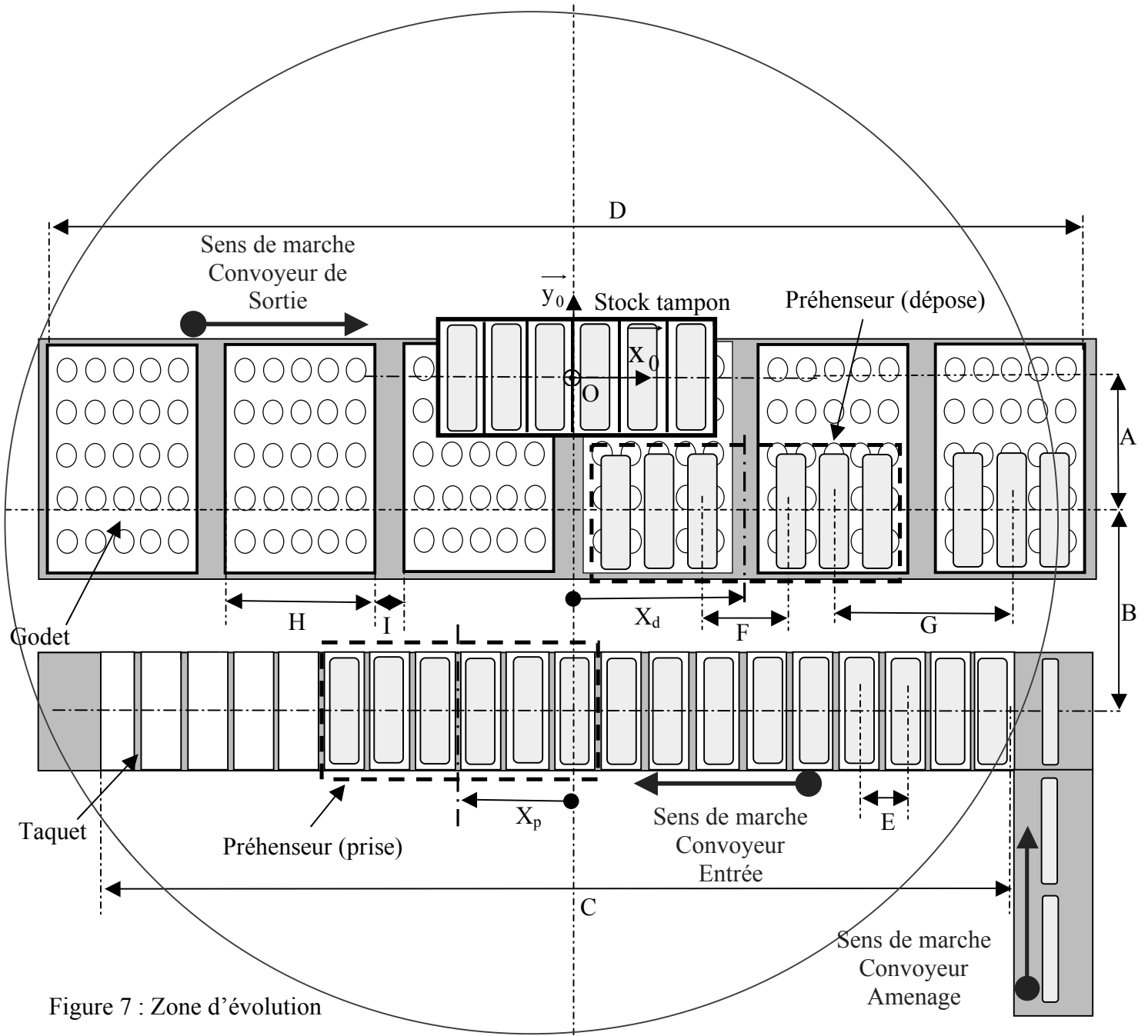


Figure 7 : Zone d'évolution

Nota : Le référentiel  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est lié au bâti.

La prise et la dépose de la première couche de six barres de céréales se fait à  $Z_0$ .

La prise de la deuxième couche de six barres de céréales se fait à  $Z_0$  et sa dépose à  $Z_1=20\text{mm}$ .  
La prise de la troisième couche de quatre barres de céréales se fait à  $Z_0$  et sa dépose à  $Z_2=40\text{mm}$ .

Lors des phases de prise et dépose, le robot synchronise sa vitesse avec le convoyeur à godets lors de la dépose et le convoyeur à taquets lors de la prise.

Lors du démarrage de la ligne, le stock tampon est rempli de six barres de céréales.  
La prise et la dépose de quatre ou six barres de céréales dans le stock tampon se fait toujours à  $Z_3=100\text{mm}$ . La dépose en sortie se fait à  $Z_0$ ,  $Z_1$  ou  $Z_2$ .

## Coordination des tâches du fonctionnement normal

L'inventaire des tâches opératives du point de vue du système est présenté Figure 8.

Mnémonique	Tâche	Description	Contrôle fin de tâche
PR61	Réaliser une première couche de 6 barres dans deux godets.	Prendre 6 barres en entrée ( $Z_0$ ) et déposer 6 barres en sortie ( $Z_0$ )	f-PR61
PR62	Réaliser une deuxième couche de 6 barres dans deux godets.	Prendre 6 barres en entrée ( $Z_0$ ) et déposer 6 barres en sortie ( $Z_1$ )	f-PR62
PR41	Prendre la troisième couche de 4 barres dans deux godets.	Prendre 4 barres en entrée ( $Z_0$ ) et déposer 4 barres en sortie ( $Z_2$ )	f-PR41
STO4	Stocker 4 barres dans le stock tampon.	Prendre 4 barres en entrée ( $Z_0$ ) et déposer 4 barres en stock tampon ( $Z_3$ )	f-STO4
STO6	Stocker 6 barres dans le stock tampon.	Prendre 6 barres en entrée ( $Z_0$ ) et déposer 6 barres en stock tampon ( $Z_3$ )	f-STO6
DST6	Déstocker 6 barres dans le stock tampon.	Prendre 6 barres dans le stock ( $Z_3$ ) et déposer 6 barres en sortie ( $Z_0$ ou $Z_1$ )	f-DST6
DST4	Déstocker 4 barres dans le stock tampon.	Prendre 4 barres dans le stock ( $Z_3$ ) et déposer 4 barres en sortie ( $Z_2$ )	f-DST4

Figure 8: Inventaire des tâches opératives

Lors du fonctionnement normal, le calculateur du robot connaît à tout instant les valeurs  $X_p$  et  $X_d$ . Le concepteur a privilégié la possibilité d'envoyer des godets vides en sortie, qui seront correctement traités à la mise en boîtes de huit barres de céréales, plutôt que de laisser un godet partiellement rempli vers l'emballage. Les deux variables  $X_p$  et  $X_d$  font donc l'objet d'une surveillance, ce qui permettra à la commande d'élaborer une information « sans\_stock », qui déclenchera les tâches DST4 ou DST6 en fonction du contexte.

Cette information TOR « sans\_stock », prend la valeur 0 si  $X_p >$  sa valeur de seuil limite ou  $X_d >$  sa valeur de seuil limite.

La figure 9 présente le grafcet de coordination des tâches partiel du fonctionnement normal.

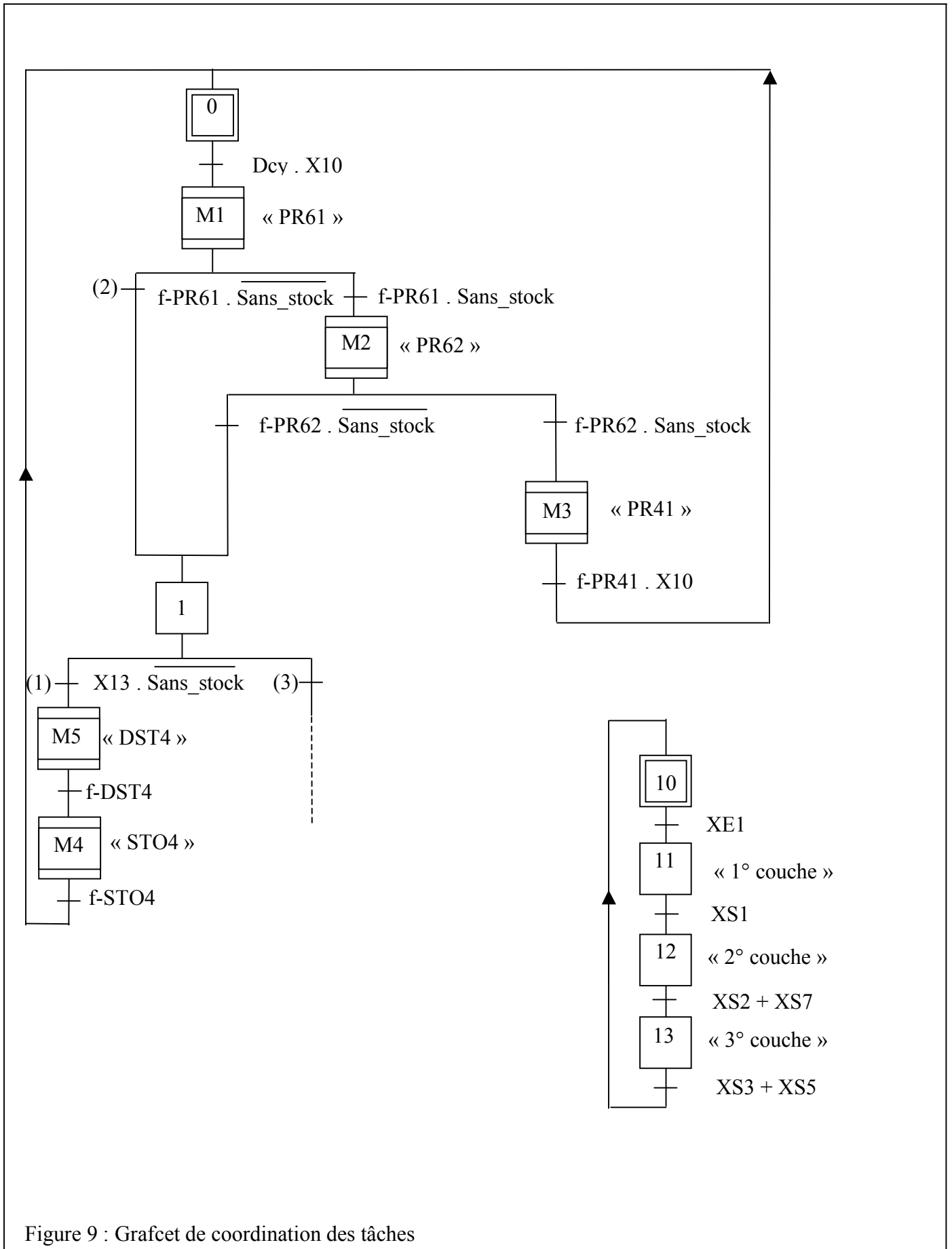


Figure 9 : Grafct de coordination des tâches

## Partie A : Etude séquentielle du processus de conditionnement

**Rappel : cette partie est à rédiger sur copie(s) séparée(s)**

### A-1) ETUDE DES PERFORMANCES DES CONVOYEURS.

*Les performances de la ligne de conditionnement permettent de conditionner quatre cents barres de céréales par minute.*

**A-11) - Déterminer la vitesse minimale (m/s) du convoyeur de sortie pour assurer cette cadence.**

**A-12) - Déterminer la vitesse moyenne (m/s) du convoyeur d'entrée pour assurer cette cadence.**

**A-13) - Vérifier que la vitesse moyenne du robot est compatible avec la vitesse du convoyeur de sortie pour se synchroniser.**

*Nota : La masse considérée de l'ensemble préhenseur/barres de céréales est égale à 2 kg.*

### A-2) ETUDE DU TEMPS DE CYCLE

*Dans cette partie, on ne prendra pas en compte la gestion du stock tampon, et on utilisera des valeurs fixes de  $X_p = -100$  mm et  $X_d = 300$  mm.*

**A partir du grafcet de coordination des tâches :**

**A-21) Identifier la séquence mise en œuvre**

**A-22) Ecrire l'expansion de chaque macro de la séquence**

**A-23) Déterminer le temps de cycle pour conditionner huit barres de céréales.**

*Nota :*

- ♦ *Expliciter les calculs des temps d'actions du robot.*
- ♦ *Utiliser le formalisme d'expansion des macro étapes correspondantes.*
- ♦ *Dans ce cas la variable « sans\_stock » = 1.*

### A-3) UTILISATION DU STOCK TAMPON

**A-31) Expliquer à quelle suite d'états successifs de la machine, correspond la séquence (0, M1, M2, 1, M5, M4). Justifier la séquence (M5, M4) après la transition repérée (1).**

**A-32) Si après avoir réalisé M1,  $X_d$  ou  $X_p$  dépassent leur valeur de seuil limite respective, l'évolution du grafcet de coordination des tâches se fera en franchissant les transitions (2) puis (3).**

**Compléter alors le grafcet en déterminant la réceptivité associée à la transition (3) et en construisant la séquence manquante pour finir le conditionnement en cours de deux godets.**

*Nota : répondre sur feuille de copie.*

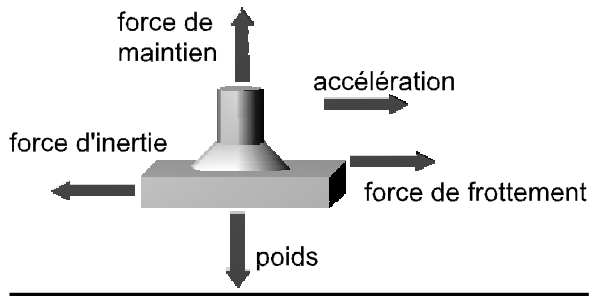
### A-4) DIMENSIONNEMENT DES VENTOUSES

*A partir du guide de dimensionnement des ventouses présenté dans les Figures 10 et 11 :*

**A-41) Evaluer la force de maintien et choisir les ventouses pour la prise des barres de céréales.**

*Hypothèses : la pression de vide en relatif du générateur de vide est  $P = -0,7$  bar ; l'accélération maximale du robot en extrémité de préhenseur est de  $50 \text{ m/s}^2$ .*

**Dimensionnement des ventouses :**



La pièce ventosée, lors de ses déplacements, est soumise à plusieurs forces :

- une force d'inertie de sens opposé aux accélérations :  $F_a = m \cdot a$
- une force de frottement :  $F_h \cdot \mu$
- son propre poids :  $P = m \cdot g$
- la force de maintien exercée par le vide :  $F_h = p \cdot S_v$  ( $p$  : pression de vide en relatif,  $S_v$  : surface de la ventouse)

Détermination de la formule de la force de maintien que doit développer la ventouse :

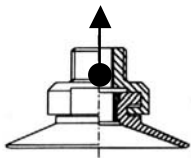
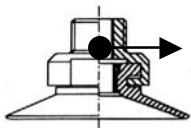
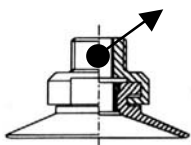
Nature du mouvement	Formule pour le calcul de la force de maintien	Valeur du coef. de sécurité
	$F_h = (P + F_a) \cdot S$	$S = 2$
	$F_h = (P + F_a / \mu) \cdot S$	$S = 4$
	$F_h = (P + F_{ah} / \mu + F_{av}) \cdot S$ $F_{ah}$ : composante horizontale de la force d'inertie $F_{av}$ : composante verticale de la force d'inertie	$S = 4$

Figure 10 : Force de maintien de la ventouse

Choix des ventouses :

La ventouse est le composant terminal en liaison directe avec le produit à saisir. A cet égard, le choix de son type est directement lié à ce produit : formes, positions, rigidité ... Par conséquent, il existe une grande variété de forme, matière et dimension de ventouses, afin de s'adapter parfaitement au produit à manipuler. Leur typologie et classification fonctionnelle est donnée dans le tableau ci-dessous.

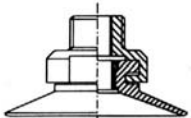
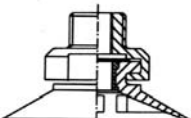
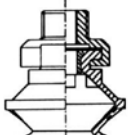
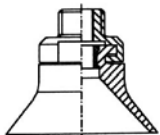
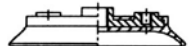

TYPOLOGIE DES VENTOUSES	<i>FONCTION OPERATIVE</i>
<p><b>Ventouse plate</b></p> 	<p>Le type le plus simple pour la préhension d'objet à face planes ou très légèrement bombées avec de préférence des surfaces rigides et lisses.</p>
<p><b>Ventouse plate à butée</b></p> 	<p>Adaptée au produit plan, mince et déformable comme le papier, le carton, le plastique, la tôle et les matériaux poreux. Les butées empêchent la déformation de l'objet par l'aspiration à l'intérieur de la ventouse. Cette ventouse possède aussi l'avantage d'une bonne stabilité (faible mobilité propre) et convient bien pour les prises verticale car les butées augmentent la friction.</p>
<p><b>Ventouse à soufflet</b></p> 	<p>Convient lorsqu'une compensation de niveaux est nécessaire. Le soufflet confère un mouvement de levage qui peut être utilisé pour séparer le produit. Ces ventouses permettent la saisie de pièces dans un plan non parallèle au plan de prise, assurant ainsi un effet de rotule. Elles permettent également la prise de pièces non plates : cylindre, sphère, ovoïde.</p>
<p><b>Ventouse profonde</b></p> 	<p>Pour la préhension de pièce cylindrique, bombée ou encore des prises d'angle. Sa grande hauteur de jupe lui permet de fortes déformations pour s'adapter . Ne convient pas pour les surfaces planes.</p>
<p><b>Ventouse oblongue</b></p> 	<p>Cette forme particulière de ventouse permet d'optimiser la surface de préhension dans les cas d'une de surface disponible réduite.</p>
<p><b>Ventouse à joint mousse</b></p> 	<p>Adaptée aux surfaces irrégulières et grossières comme les dalles de pierre et de béton ainsi que les tôles avec un motif en relief ou les planches de bois. Ce type de ventouse est souvent disponible en plusieurs formes ronde, ovale, carrée ou étroite. Elle peut être aussi équipée d'une butée centrale réglable pour les matériaux minces comme le papier et le plastique afin d'éviter toute déformation.</p>

Figure 11 : Classification fonctionnelle des différents types de ventouses

## Partie B : Etude de l'asservissement en position du robot QUATTRO

**Rappel : cette partie est à rédiger sur copie(s) séparée(s)**

*Les applications numériques ne seront prises en compte que si les unités sont précisées.*

Dans cette partie, nous allons nous intéresser à l'étude de la commande asservie en position lors d'un mouvement ascendant de faible amplitude de la nacelle. Il s'agira d'assurer les fonctions de stabilité, rapidité et précision nécessaires à son utilisation dans une chaîne de conditionnement de produits alimentaires.

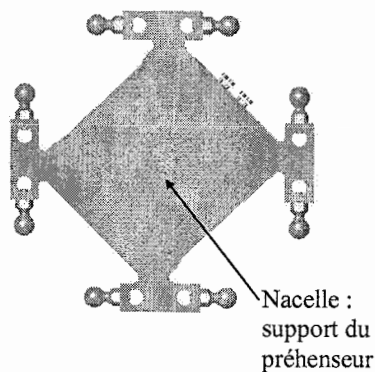
### **Présentation de la partie opérative :**

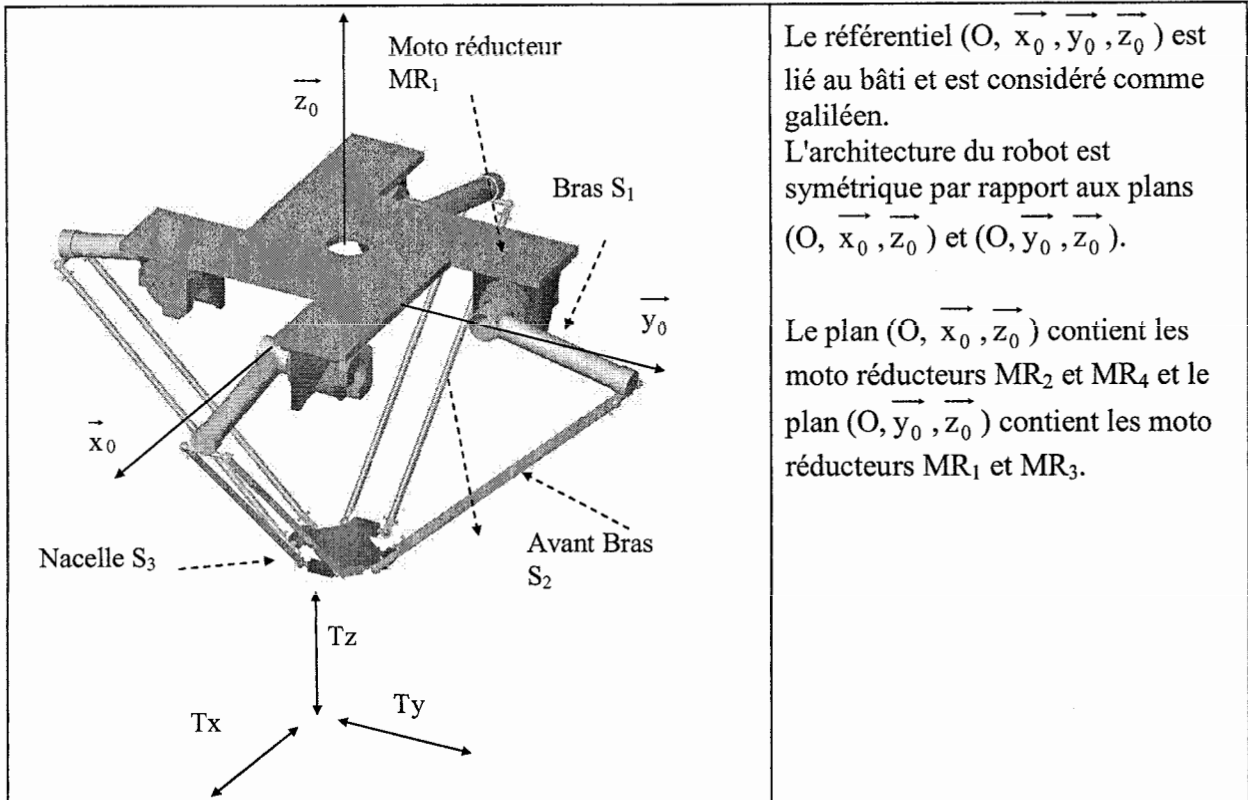
#### Modèle cinématique global

Dans l'application de pose et dépose de sachets alimentaires vue précédemment, le robot présente trois degrés de liberté en translation ( $T_x$ ,  $T_y$ ,  $T_z$ ).

Quatre moto réducteurs fixés sur la partie supérieure du bâti actionnent en rotation quatre bras. C'est la synchronisation du mouvement de rotation de ces quatre bras qui permet l'obtention des trois degrés de liberté.

Chacun des bras est relié à la nacelle supportant le préhenseur pneumatique, via deux avant bras par l'intermédiaire de liaisons rotules.





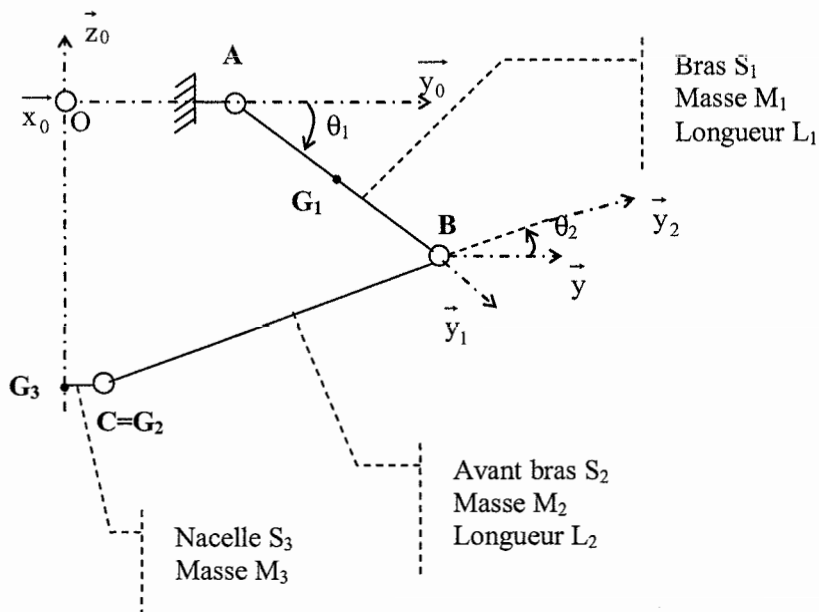
Le référentiel  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est lié au bâti et est considéré comme galiléen.  
L'architecture du robot est symétrique par rapport aux plans  $(O, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$  et  $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .

Le plan  $(O, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$  contient les moto réducteurs  $MR_2$  et  $MR_4$  et le plan  $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  contient les moto réducteurs  $MR_1$  et  $MR_3$ .

Modèle cinématique simplifié :

L'étude de l'asservissement en position, développé dans cette partie, concernera uniquement la phase de mouvement vertical de la nacelle. Durant cette phase, les quatre moto réducteurs sont commandés de manière identique. Ainsi, l'étude proposée ne concernera qu'un seul des quatre moto réducteurs.

Le mouvement de la nacelle sera étudié dans le plan  $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ , plan de symétrie du bras 1.



Le bras 1 est composé d'un tube en alliage d'aluminium relié au bâti par l'intermédiaire d'une liaison pivot d'axe (A,  $\vec{x}_0$ )

Les avants bras sont composés de deux tubes en composite carbone/carbone et sont reliés d'une part à la nacelle et d'autre part au bras par l'intermédiaire de deux liaisons rotules. Dans le plan, l'association de ces deux liaisons rotule peut être modélisée d'une part par une liaison pivot d'axe (B,  $\vec{x}_0$ ) et d'autre part par une liaison pivot d'axe (C,  $\vec{x}_0$ ).

Dans le cas d'un mouvement vertical de la nacelle, un seul des degrés de liberté en rotation est utilisé. Les avant bras seront modélisés par un seul solide  $S_2$  en liaison pivot d'axe (B,  $\vec{x}_0$ ) avec le bras et en liaison pivot d'axe (C,  $\vec{x}_0$ ) avec la nacelle. La masse et l'inertie des avants bras constitués en fibres de carbone étant très faible devant la masse des autres éléments, elles seront négligées.

Solide		paramétrage	Données
$S_0$	bâti	$R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ supposé galiléen	$\vec{OA} = Y_A \vec{y}_0$ avec $Y_A=281.5$ mm
$S_1$	Bras + moto réducteur	$R_1 = (A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ $\vec{x}_0 = \vec{x}_1$ $\theta_1 = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ représente la position angulaire de l'arbre du moto réducteur après le réducteur. Attention $\dot{\theta}_1 < 0$ et $\dot{\theta}_1 = \frac{d\theta_1}{dt}$	Centre d'inertie $G_1$ , $\vec{AG}_1 = L_{G1} \vec{y}_1$ $L_{G1} = 86$ mm Longueur $\vec{AB} = L_1 \vec{y}_1$ $L_1=350$ mm Masse $M_1=0.82$ kg Moment d'inertie équivalent au point A, autour de l'axe (A, $\vec{x}_0$ ). $J_{S1}=0.21$ kg m <sup>2</sup>
$S_2$	Avant Bras	$R_2 = (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ $\vec{x}_0 = \vec{x}_2$ $\theta_2 = (\vec{z}_0, \vec{z}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$	$\vec{OC} \cdot \vec{y}_0 = Y_C = 102.5$ mm Longueur $\vec{CB} = L_2 \vec{y}_2$ $L_2=800$ mm,
$S_3$	Nacelle	$R_3 = (G_3, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$	$\vec{OG}_3 = Z_{G3} \vec{z}_0$ Centre d'inertie $G_3$ Masse totale nacelle $M_3=2$ kg

### Caractéristiques de la partie commande

Bien que dans la réalité, la commande soit de type numérique, elle sera modélisée ici par une commande de type analogique.

### Le moto réducteur

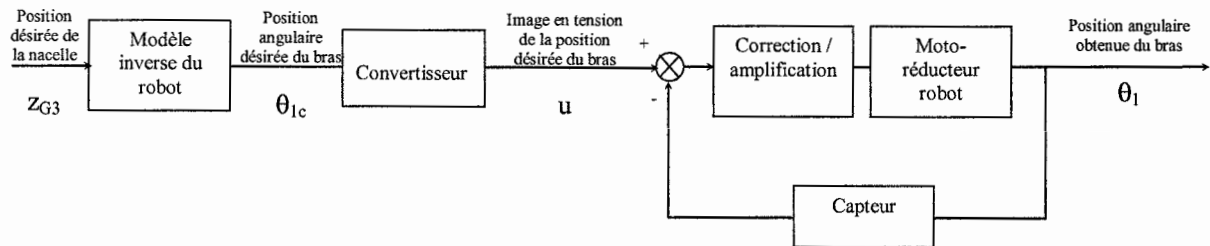
Les moteurs implantés sur le système sont des moteurs à courant continu de type brushless, ils sont associés à des réducteurs de type harmonic drive.

Un capteur de position de type codeur incrémental permet de restituer la position angulaire du bras 1 par rapport au bâti.

Leurs principales caractéristiques sont fournies dans le tableau ci-dessous :

L : inductance des enroulements du moteur	L = 6.4 mH
R : résistance électrique interne du moteur	R = 6.4 $\Omega$
$K_t$ : constante de couple	$K_t = 0.69$ N.m/A
$K_e$ : constante de tension contre électromotrice	$K_e = 0.4$ V.s/rad
n : rapport de transmission du réducteur	N = 21
$K_c$ : gain du codeur incrémental	$K_c = 0.8$ V/rad

### Architecture globale de la commande



Objectif de l'étude

L'objectif de cette étude est la détermination des éléments constitutifs du schéma bloc d'asservissement et la détermination de la correction la plus efficace afin de satisfaire le cahier des charges, essentiellement en termes de stabilité, précision et rapidité.

**B1) Modélisation du système**

Le comportement du moto réducteur brushless à courant continu est décrit par les cinq équations suivantes :

$$C_m(t) = K_t \cdot i(t) \quad (1)$$

$$e(t) = K_e \cdot \omega_m(t) \quad (2)$$

$$u(t) = e(t) + R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} \quad (3)$$

$$n C_m(t) - K_d \cdot \omega_1(t) - C_r(t) = J_{eq} \frac{d\omega_1(t)}{dt} \quad (4)$$

$$\text{avec } \omega_1(t) = \frac{1}{n} \omega_m(t) \quad (5)$$

$K_d$  représente le coefficient de frottement visqueux équivalent ramené à l'arbre du réducteur :  
 $K_d = 20.4 \text{ N.m.s.rad}^{-1}$

**B1-1)** Commenter en quelques lignes la signification physique des cinq relations précédentes.

**B1-2)** En appliquant le théorème de l'Energie-Puissance à un ensemble de pièce # correctement choisi et précisé, donner la relation liant le paramètre  $Z_{G3}$  et ses dérivées successives au paramètre  $\alpha_1$  et ses dérivées successives.

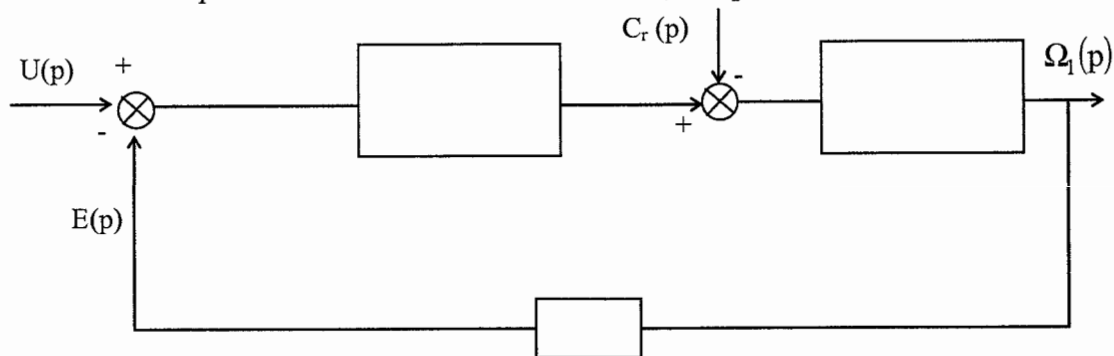
**B1-3)** A partir d'une fermeture géométrique à préciser, exprimer la relation  $Z_{G3}=f(\alpha_1)$ .  
Linéariser alors cette relation autour de la position 'bras  $S_1$  horizontal' définissant le point de fonctionnement (on supposera que  $\cos(\alpha_1)=1$  et  $\sin(\alpha_1)=\alpha_1$ )

**B1-4)** A partir des résultats obtenus aux deux questions précédentes, retrouver l'équation (4).  
Exprimer le terme  $J_{eq}$  en fonction des paramètres du système ( $M_3, L_1, J_{S1}$ ).  
 $J_{eq}$  représentant l'inertie équivalente des parties mobiles ramenées à l'axe du réducteur. Faire l'application numérique et préciser les unités.

**B1-5)** A partir de l'équation (4) obtenue à la question **B1-4** exprimer le terme  $C_r$  en fonction des paramètres du système ( $M_1, L_{G1}, M_3, L_1$ ).  
 $C_r$  représentant le couple résistant lié à la charge. Faire l'application numérique.

Pour la suite du sujet, on travaillera avec  $J_{eq} = 0.3 \text{ kg.m}^2$  et  $C_r = 2.5 \text{ N.m}$ .

**B1-6)** Après avoir exprimé la transformée dans le domaine de Laplace des cinq équations fournies, en considérant que les conditions initiales sont nulles, compléter le schéma bloc suivant :



**B1-7)** Donner la fonction de transfert en vitesse du moto réducteur chargé :  $\Omega_1(p) = H_v(p) U(p) - H_r(p) C_r(p)$  et l'exprimer sous sa forme canonique.

**B1-8)** Les fonctions de transfert  $H_v(p)$  et  $H_r(p)$  sont des fonctions du second ordre. Elles peuvent se mettre sous la forme  $H_v(p) = \frac{G_v}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$  et  $H_r(p) = \frac{G_r(1 + \tau_r p)}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$

Donner les expressions de  $G_v$ ,  $G_r$ ,  $\tau_r$ ,  $\xi$  et  $\omega_0$ . Faire l'application numérique.

**B1-9)** Mettre la fonction de transfert sous la forme  $H_v(p) = \frac{G_v}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$  et donner les valeurs numériques de  $\tau_1$  et  $\tau_2$ . Justifier leur désignation (électromécanique, mécanique).

**B2) Etude de l'asservissement en position du bras S<sub>1</sub> avec correction**

**Etude des caractéristiques du système asservi en position avec un correcteur proportionnel**

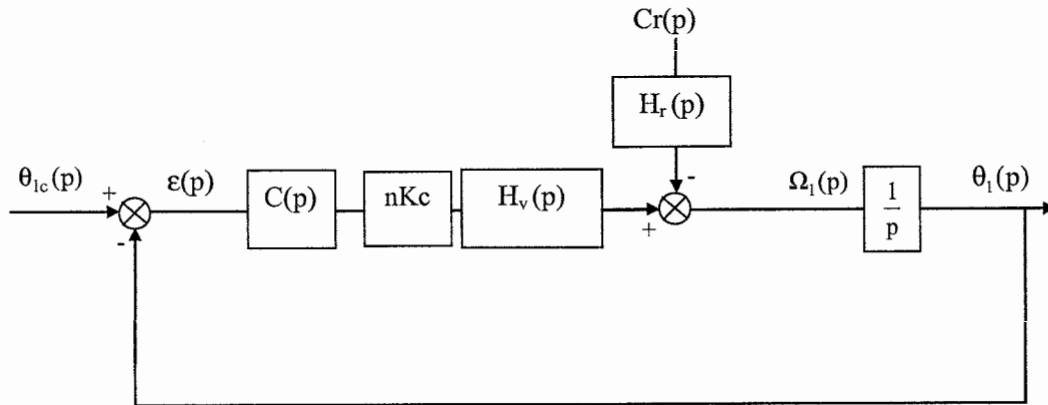
Le schéma bloc du système asservi en position peut se mettre sous la forme suivante :

Dans la suite du problème, prendre :

$$H_v(p) = \frac{G_v}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)} = \frac{0.06}{\left(1 + \frac{p}{150}\right)\left(1 + \frac{p}{900}\right)}$$

$$C(p) = K_1$$

$$H_r(p) = \frac{G_r(1 + \tau_r p)}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)} = \frac{0.025\left(1 + \frac{p}{1000}\right)}{\left(1 + \frac{p}{150}\right)\left(1 + \frac{p}{900}\right)}$$



### Etude de la stabilité du système

**B2-1)** A partir du critère de Routh, déterminer la plage des gains  $K_1$  assurant une stabilité stricte. Donner les expressions théoriques des bornes délimitant cette plage, ainsi que leurs valeurs numériques.

**B2-2)** Exprimer la FTBO (fonction de transfert en boucle ouverte) notée  $F_1(p)$  sous forme littérale puis numérique en prenant  $K_1=1$ . Déterminer le gain en BO (boucle ouverte) ainsi que la classe en BO.

**B2-3)** Pour  $K_1 = 1$ , représenter sur le document réponse DR1 les diagrammes asymptotiques de Bode (utiliser de la couleur, préciser les pentes et les points remarquables) de  $F_1(p)$  et superposer la courbe réelle de phase. Evaluer alors graphiquement la marge de phase  $M\Phi$  en la faisant apparaître sur le tracé. Conclure quant à la stabilité du système bouclé.

**B2-4)** A partir du tracé de Bode précédent, évaluer la valeur du gain  $K_1$  noté  $K_{1(45)}$  permettant d'assurer une marge de phase  $M\Phi$  de  $45^\circ$ . Faire apparaître graphiquement, cette valeur du gain sur le document réponse DR1.  
En déduire une évaluation de la marge de gain correspondante.

**B2-5)** A partir de la définition de la marge de phase, détailler toutes les étapes permettant de retrouver par le calcul la valeur numérique du gain  $K_{1(45)}$ . Les applications numériques ne sont pas attendues.

**B2-6)** Justifier le choix d'une marge de gain  $MG > 10\text{dB}$  et  $M\Phi > 45^\circ$  permettant de qualifier le système asservi de "bien réglé".

### Etude de la précision du système

**B2-7)** En considérant que l'entrée du système est un échelon de position d'amplitude

$i_{c0} = -0.3$  rad et que la perturbation est un échelon d'amplitude  $C_{r0}=2.5$  N.m, calculer l'écart statique vis-à-vis de la consigne  $v$ , puis vis-à-vis de la perturbation  $r$  puis calculer l'écart statique global  $g$  (définir précisément les écarts statiques, détailler les calculs).

Faire les applications numériques pour  $K_1=1$  ainsi que pour  $K_{1(45)}$ . Pour ce calcul, prendre  $K_{1(45)}=147.5$  quel que soit le résultat obtenu à la question **B2-4**.

Compléter le document réponse DR2.

**B2-8)** Conclure sur l'évolution de la précision du système lors du passage du gain  $K_1=1$  au gain  $K_{1(45)}$ . Vérifier sa conformité par rapport au cahier des charges imposant une précision de l'ordre de 0.1 mm sur la position de la nacelle par rapport au bâti.

### Etude de la rapidité du système

**B2-9)** Le cahier des charges impose que le robot doit effectuer un cycle de pose et dépose d'environ 650 mm en 1 s. Ce qui impose un temps de réponse à 5% noté  $t_{r5\%}$  de  $10^{-4}$  s pour une entrée de type échelon de position d'amplitude  $i_{c0}=-0.3$  rad.

Pour simplifier l'étude, on assimilera la fonction  $H_v(p)$  à un premier ordre en ne conservant que le pôle dominant. En utilisant l'abaque des temps de réponse réduits fourni sur le document DT1, évaluer pour  $K_1 = 1$  ainsi que pour  $K_{1(45)} = 147.5$  le temps de réponse à 5%.

Compléter le document réponse DR2. Conclure sur la conformité de ces temps de réponse vis à vis du cahier des charges.

**B2-10)** Conclure sur les performances globales de ce correcteur.

### **Etude des caractéristiques du système asservi en position avec un correcteur à avance de phase**

Soit  $C(p) = K \frac{1 + a.T.p}{1 + T.p}$  avec  $a > 1$

**B2-11)** Tracer les diagrammes asymptotiques de Bode ainsi que l'allure des courbes réelles de ce correcteur sur le document réponse DR3. Utiliser de la couleur et placer les points remarquables.

**B2-12)** Préciser les pulsations caractéristiques (en  $\text{rd.s}^{-1}$ ) ainsi que l'expression de la phase maximale  $\%_{\text{max}}$  apportée par ce correcteur (en fonction de  $a$  et  $T$ ).

**B2-13)** Calculer la valeur du gain  $K_1$  permettant d'obtenir une erreur statique angulaire correspondant à une erreur statique de position de la nacelle par rapport au bâti de 0.1 mm.

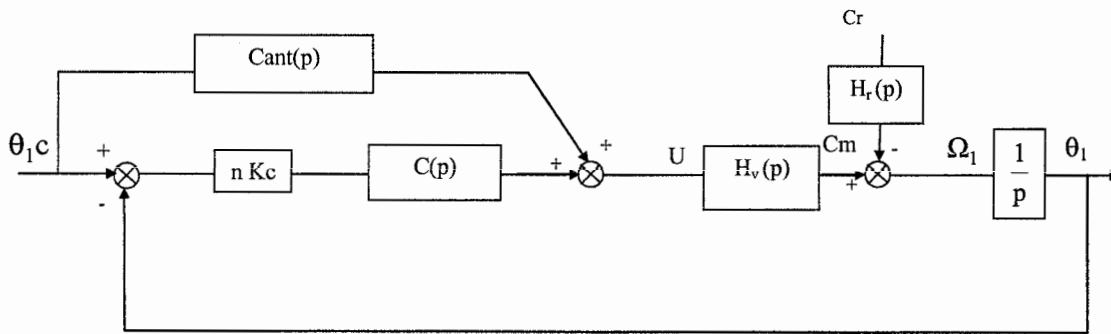
**B2-14)** Donner la FTBO (fonction de transfert en boucle ouverte) notée  $F_1(p)$  du système ainsi corrigé.

**B2-15)** Choisir le couple  $(a, T)$  de telle sorte que le pôle dominant soit compensé. Déterminer numériquement  $a$  et  $T$  de manière à garantir une marge de phase  $M\Phi$  de  $45^\circ$ .

**B2-16)** La stabilité et la précision étant maintenant assurées, il reste à vérifier le critère de rapidité. Comme à la question **B2-9** on assimilera la fonction  $H_v(p)$  à un premier ordre en ne conservant que le pôle dominant. Evaluer le temps de réponse à 5%. Conclure sur l'amélioration apportée vis-à-vis des performances définies par le cahier des charges.

**Etude des caractéristiques du système asservi en position avec un correcteur à anticipation**

Les correcteurs placés dans la boucle d'action ne permettent pas de régler l'ensemble des caractéristiques de l'asservissement. Pour assurer l'ensemble des critères imposés par le cahier des charges, on place des correcteurs par anticipation. Ce type de correcteur permet de commencer à appliquer une correction au système avant même que le comparateur ait effectué un calcul de l'écart, c'est-à-dire avant l'arrivée du retour d'information provenant du capteur. Ainsi, l'association d'un correcteur par anticipation et d'un correcteur classique placé dans la chaîne d'action permet d'augmenter la rapidité du système sans détériorer ni la stabilité ni la précision. Le principe général de ce type de correcteur est présenté sur le schéma bloc ci après.



**B2-17)** L'objectif de cette correction par anticipation est de faire en sorte que  $\theta_1 = \theta_{1c}$ .

Donner la Fonction de Transfert en Boucle Fermée  $FTBF(p) = \frac{\theta_1(p)}{\theta_{1c}(p)}$  puis donner l'expression de  $C_{ant}(p)$  permettant de remplir l'objectif énoncé ci-dessus.

**B2-18)** Après avoir analysé l'expression de  $C_{ant}(p)$ , indiquer les difficultés que pose le réglage de ce correcteur.

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Académie : \_\_\_\_\_ Session : \_\_\_\_\_

Concours : \_\_\_\_\_

Spécialité/option : \_\_\_\_\_ Repère de l'épreuve : \_\_\_\_\_

Intitulé de l'épreuve : \_\_\_\_\_

NOM : \_\_\_\_\_

(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)

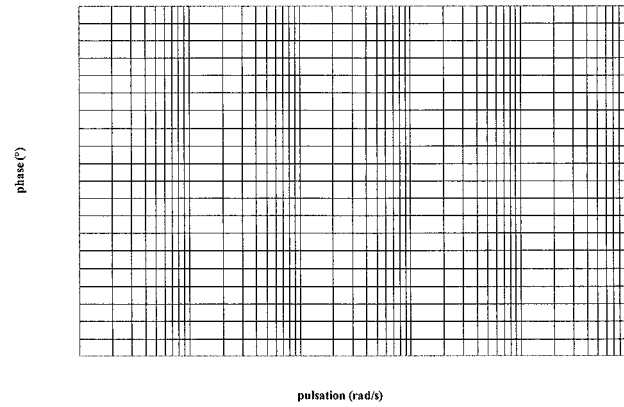
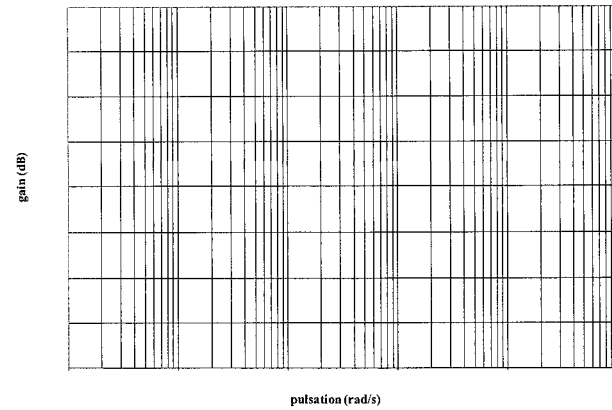
Prénoms : \_\_\_\_\_ N° du candidat

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

A12-8

## DOCUMENTS REPOSES DR1-DR2-DR3

(A rendre avec la copie)



**Document réponse DR3 : question B2-11)**

Tournez la page S.V.P.

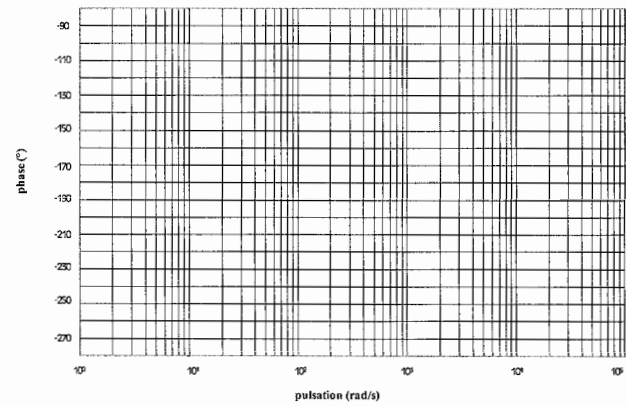
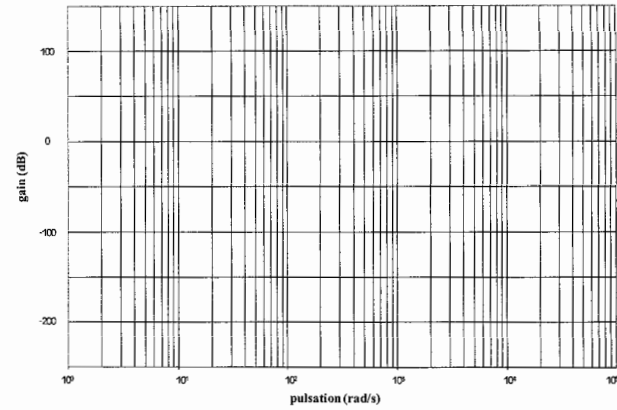
E

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

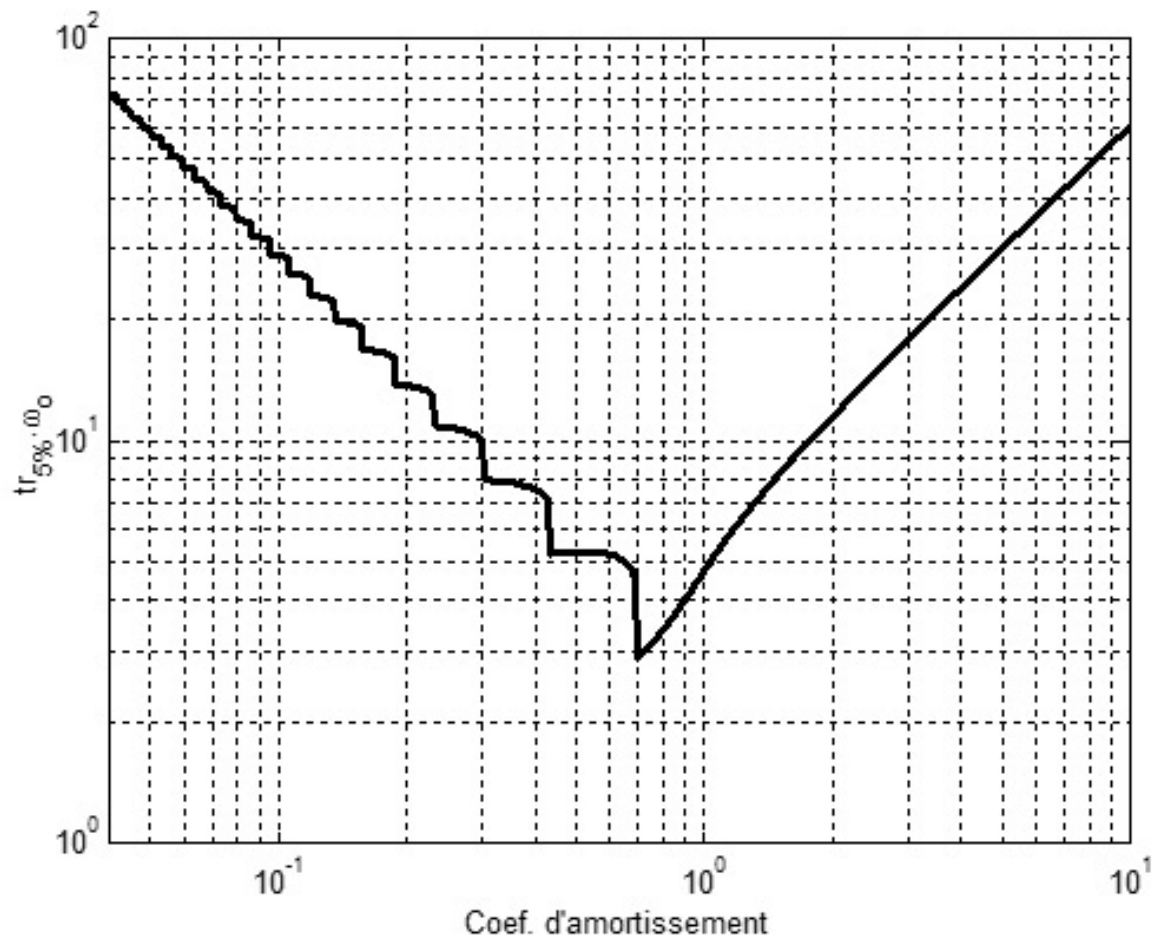


Document réponse DR1 : question B2-3) et B2-4)

Tableau de résultats

	$K_1=1$	$K_1=147.5$
Ecart statique global $\Delta g$		
Temps de réponse à 5% $t_{r5\%}$		

Document réponse DR2 : question B2-7) et B2-9)



**Document technique DT1 : temps de réponses réduit  $Tr_{5\%} \cdot \omega_0$  en fonction du coefficient d'amortissement ( pour une fonction de transfert du second ordre.**

## Partie C : Étude pédagogique

**Rappel : cette partie est à rédiger sur copie(s) séparée(s)**

On se propose dans cette partie, de construire un cours destiné à des étudiants de STS MAI concernant le **dimensionnement d'un générateur de vide** dans la partie opérative des machines automatiques.

### **Le référentiel de formation**

Les compétences professionnelles visées sont celles de la CP33 « Dimensionner, évaluer les performances d'une solution opérative et choisir un constituant ou un composant opératif » de l'unité **U41 – Dimensionnement et validation des parties opératives**.

Les contenus associés sont :

Choix optimal d'un constituant ou d'un mécanisme selon un ou plusieurs critères ; rapport optimal d'un mécanisme selon un critère d'accélération.

### **Le contexte de l'étude**

La détermination du générateur de vide doit aboutir à ce que cet actionneur réalise un cycle de pose et dépose en intégrant les contraintes de vitesse et d'accélération étudiées précédemment dans le sujet.

Il s'agit de déterminer les caractéristiques du générateur de vide pour en faire ultérieurement le choix, en fonction de l'offre constructeur.

**C-1)** En respectant les limites du contexte de l'étude, proposer un cours et une fiche de formalisation des connaissances, visant l'objectif d'un guide méthodologique pour le dimensionnement d'un générateur de vide intégré dans la partie opérative des machines automatiques.

Le cours doit définir précisément les savoirs et savoir-faire attendus par l'étudiant, afin qu'il soit autonome dans cette tâche de dimensionnement.

Ce cours constitue donc la formalisation des connaissances (techniques et méthodologiques) que l'étudiant conservera avec lui.

### **Les recommandations importantes :**

- Le cours est prévu pour une durée de deux heures, devant des étudiants de seconde année ;
- C'est le contenu formel du cours qui est demandé et non une organisation pédagogique ;
- Ce contenu de cours doit :
  - Rappeler la problématique et le besoin à satisfaire ;
  - Modéliser le problème ;
  - Définir la démarche de dimensionnement ;
  - Dresser un inventaire des données d'entrées à chaque étape de la démarche.

### **Les ressources :**

- Les documents ressources qui suivent, ainsi que certains éléments de réponse des parties A et B, seront mobilisés afin d'élaborer les éléments de cours et de formalisation de connaissances.

## La préhension par le vide

Par sa souplesse d'emploi et sa simplicité de mise en œuvre, la technique de préhension par le vide se généralise de plus en plus dans les domaines de la manutention et du conditionnement de pièce. Cette technique utilise d'une part, des générateurs de vide qui créent une dépression à partir d'une alimentation d'air comprimé et d'autre part des ventouses qui assurent une liaison étanche avec le produit à manipuler. Saisir un pare-brise de voiture, une feuille de papier, un panneau de bois, un composant électronique, un téléviseur ou une rangée de cartons, maintenir une pièce à usiner, graver ou à contrôler, sont autant de tâches opératives réalisables par la technique du vide.

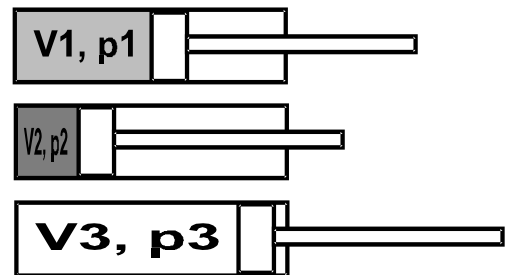
Le vide, comment le définit-on ?

Les termes 'vide', 'dépression' ou 'pression négative' expriment une pression inférieure à la pression atmosphérique ( $p_{at}$ ) qui est de 1013 mbar au niveau de la mer. L'air est un fluide élastique, il se prête donc à tout changement de volume qu'on lui fait subir.

Expérience : On enferme dans une capacité cylindrique munie d'un piston, une quantité d'air qui occupe un volume  $V_1$  à la pression  $p_1$  égale à la pression atmosphérique ( $p_{at}$ ).

En réduisant ce volume jusqu'à  $V_2 < V_1$ , on comprime l'air qui exerce alors une pression uniforme ( $p_2 > p_{at}$ ) sur les parois intérieures de la capacité.

Si maintenant on augmente le volume jusqu'à  $V_3 > V_1$  la pression diminue ( $p_3 < p_{at}$ ). On crée ainsi une dépression (ou une pression de vide notée  $p_v = p_3$ ) à l'intérieur de la cavité fermée. La pression atmosphérique extérieure étant supérieure à la dépression intérieure, une action mécanique surfacique est créée qui s'exerce alors uniformément sur l'extérieur de capacité.



Evolutions des pression et volume d'un gaz

Ces évolutions pression-volume se produisent suivant la loi de BOYLE-MARIOTTE.

La loi de BOYLE-MARIOTTE modélise la relation thermodynamique liant les évolutions couplées pression-volume.

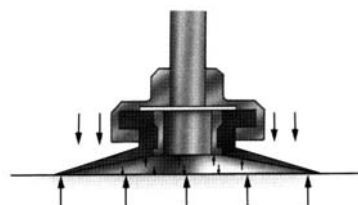
A température constante (transformation isotherme) et si le mouvement est lent (évolution quasi statique), le produit du volume ( $V$ ) par pression ( $p$ ) d'une quantité d'air reste constant soit :

$$p \cdot V = Cte \quad \text{soit} \quad p_{at} \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = p_v \cdot V_3 = Cte$$

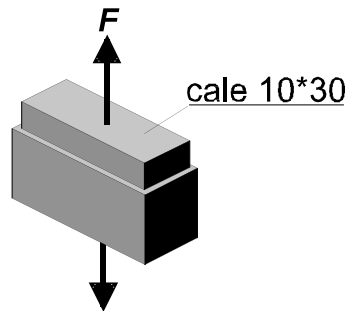
C'est donc cette action mécanique engendrée par la différentielle de pression ( $p_{at} - p_v$ ) qui est utilisée comme élément moteur pour la préhension ou le maintien des pièces. L'illustration en est faite avec les deux exemples qui suivent.

**Exemple 1 : La ventouse adhère à la pièce parce que la pression ambiante est supérieure à la pression régnante entre la ventouse et la surface**

Principe d'adhérence d'une ventouse



Exemple 2 : **Quelle action mécanique faut-il exercer sur les cales étalons pour les décoller ?**



*Empilage de cales étalons*

En isolant la cale supérieure, si l'on appelle  $p_v$  la pression de vide supposée uniforme qui s'applique sur la surface inférieure de la cale, alors le théorème de la résultante statique en projection suivant l'axe vertical s'exprime de la manière suivante :

$$F - (p_{at} \cdot S) + (p_v \cdot S) = 0$$

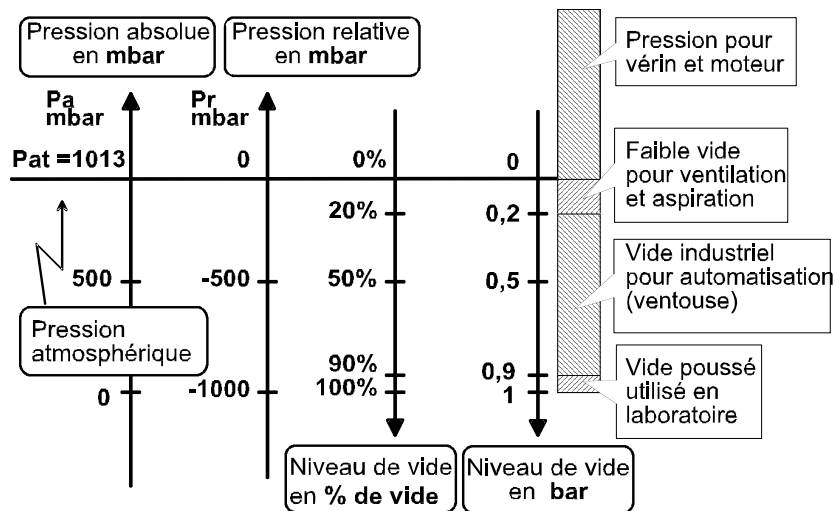
$$\text{d'où } F = (p_{at} - p_v) \cdot S$$

En admettant que le vide entre les cales soit parfait, alors  $p_v = 0$ , donc  $F = p_{at} \cdot S$ .

Soit une force résultante de 3 daN pour une surface de contact de 3 cm<sup>2</sup>.

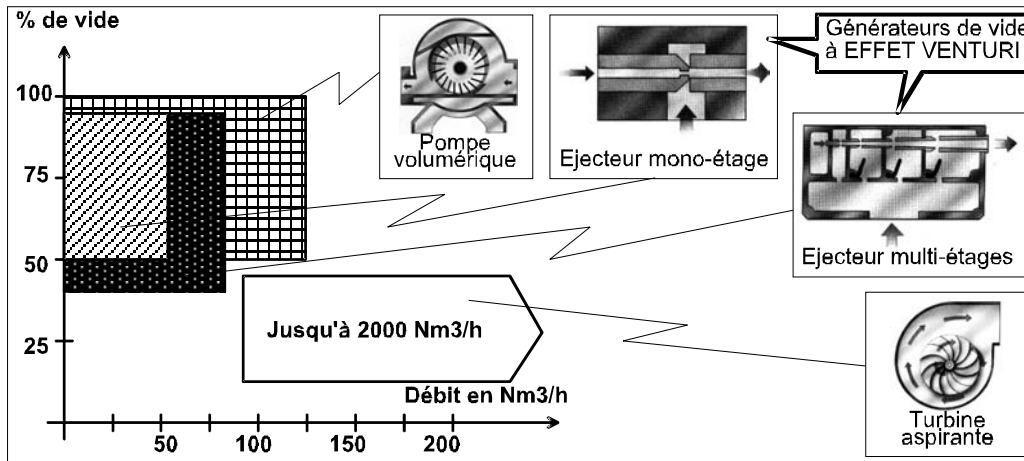
La différentielle des deux pressions absolues ( $DP = p_{at} - p_v$ ) correspond à la valeur de la caractéristique de vide des générateurs de vide, donnée par les constructeurs.

Bien que l'unité de la pression dans le système international soit le Pascal Pa, l'unité usuelle en technique de vide est le mbar. Il existe cependant différentes notations et échelles pour exprimer une valeur de vide. Quatre d'entre elles sont données dans la figure ci-dessous.



## Le vide, comment l'obtient-on ?

L'actionneur de préhension par le vide comprend le générateur de vide et la ventouse. Les générateurs existent selon trois technologies, les turbines aspirantes, les pompes volumétriques et les éjecteurs pneumatiques. Pour ces trois types, le procédé utilisé est différent et les performances en terme de débit aspiré ( Q ) et de dépression ( p ) sont différentes.

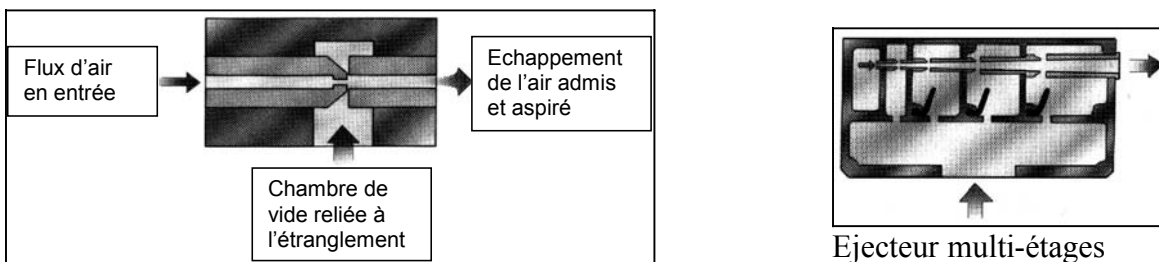


### Principaux types de générateurs de vide

La figure ci-dessus illustre les trois principes de générateurs et situe les domaines d'utilisation respectifs eu égard à leurs performances (p, Q).

Les pompes à vide à effet Venturi appelées éjecteur présentent de nombreux avantages : technique simple, pas d'usure (aucune pièce en mouvement), faible encombrement, compact, grande légèreté permettant d'être montées directement sur les systèmes embarqués rencontrés en robotisation et en manipulation (amélioration du temps de réponse).

L'effet Venturi de ces éjecteurs permet d'obtenir, à partir d'une source d'air comprimé de 2 à 6 bar, un vide pouvant atteindre -920 mb en pression relative. Il existe deux types de générateurs de vide à effet venturi, les simples et les multi-étages. Le principe de construction est donné par les figures ci-dessous :



### Principe de l'éjecteur mono-venturi

Le jet d'air d'entrée s'écoule dans un conduit en passant par une restriction, puis s'échappe par un orifice plus grand. Lors de son passage dans la restriction, la vitesse de l'air augmente (jusqu'à une vitesse critique supersonique d'environ 1100 m/s) provoquant une chute de pression. En effet, la vitesse croît car il y a conservation du débit massique de l'air alors que sa pression chute, car l'énergie totale du fluide restant se conservant (conservation de l'Énergie, relation de Bernoulli), la forte augmentation de l'énergie cinétique provoque une chute de l'énergie de pression, créant ainsi la dépression. La chambre de vide est donc reliée à cette restriction. Ainsi l'air d'entrée

traversant le venturi et l'air aspiré dans la chambre de vide s'échappent par l'orifice de sortie via un silencieux.

Le diamètre de la restriction est réduit afin de créer l'effet Venturi mais aussi de manière à limiter la consommation d'air comprimé en entrée.

Dans le cas du multi-étages le principe consiste à mettre en série des éjecteurs. Chaque étage est séparé par des chambres obturables par clapets. Chaque clapet met à l'aspiration, ou hors-circuit, les différentes chambres, ceci en fonction du débit ou de la dépression atteinte. Ce système permet d'utiliser au maximum l'énergie potentielle de l'air comprimé, et ainsi obtenir un rendement supérieur pour le débit aspiré.

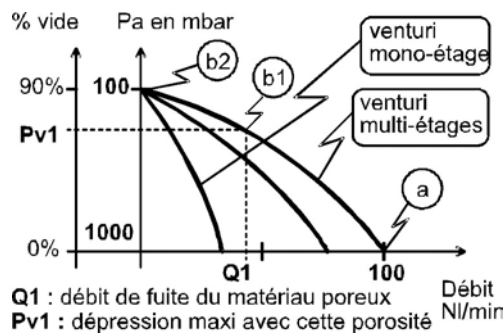
L'offre de tous les constructeurs propose au moins le venturi mono-étage qui est le produit le plus universel eu égard à ses nombreux avantages précédemment soulignés.

### Caractéristiques du générateur de vide à effet Venturi

Les performances principales d'un éjecteur sont la dépression et le débit aspiré en fonction de la pression d'alimentation.

Elles sont souvent définies par une courbe caractéristique d'établissement du vide en fonction du débit aspiré pour une pression optimale d'entrée comme le montre la figure ci-dessous.

Explications :



a : début de la mise en dépression (débit aspiré maxi et dépression mini).

a! b2 : le générateur fait le vide dans le volume rendu prisonnier par la ventouse jusqu'à atteindre la dépression maxi si le produit n'est pas poreux.

a! b1 : le générateur fait le vide mais sature en b1 parce que le produit est poreux. Le débit de fuite vaut Q1 et la dépression maxi obtenue est Pv1.

La nature du produit à ventouser, et en particulier sa porosité, est donc une donnée très importante dans la détermination de ce composant.

Pour exemple, les courbes des venturis VADM et VADMI de la gamme Festo, sont données dans la figure ci-contre :

D'autres courbes donnent le temps de mise sous vide pour un volume donné. Cette caractéristique conditionne la cadence du système automatisé.

Capacité d'aspiration en fonction du vide

