

SESSION DE 2008

**CONCOURS INTERNE
DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS CERTIFIÉS
ET CONCOURS D'ACCÈS A L'ÉCHELLE DE
RÉMUNÉRATION**

Section : PHYSIQUE ET CHIMIE

ÉPREUVE DE PHYSIQUE ET CHIMIE

Durée : 5 heures

Calculatrice électronique de poche – y compris programmable, alphanumérique ou à écran graphique -, à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.

Tournez la page S.V.P.

CHIMIE

Ce problème traite de quelques aspects de la chimie des halogènes ; les différentes parties sont indépendantes.

Données On posera $\frac{R.T}{F} \ln x \approx 0,06 \lg x$ à 298 K

Potentiels standard d'oxydoréduction à 298 K/l'électrode standard à hydrogène

$$E^\circ(\text{IO}_3\text{aq}^- / \text{I}_2\text{aq}) = 1,19 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{I}_2\text{aq} / \text{I}_{\text{aq}}^-) = 0,62 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{C}_6\text{H}_6\text{O}_6 / \text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6) = 0,13 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{S}_4\text{O}_6^{2-} / \text{S}_2\text{O}_3^{2-}) = 0,080 \text{ V}$$

Masses molaires : acide ascorbique : 176,14 g.mol⁻¹

I : 126,9 g.mol⁻¹ K : 39,1 g.mol⁻¹

Numéros atomiques S : 16 Cl : 17 O : 8 Al : 13

A : Architecture de la matière

A.1 : Après des études à Paris, Dimitri Mendeleïev obtient la Chaire de Chimie de l'Université de Saint-Petersbourg. A l'origine de nombreux travaux, il est surtout connu pour la classification périodique des éléments chimiques qu'il a proposée en 1869. Décrire, en quelques lignes, le principe de construction de cette classification.

A.2 : Le numéro atomique du chlore est $Z = 17$.

A.2-1 : Donner la configuration électronique du chlore dans son état fondamental.

A.2-2 : Rappeler les règles permettant d'établir cette configuration électronique.

A.2-3 : Dans le cas du chlore, identifier les électrons de cœur et de valence.

A.2-4 : L'atome de chlore est-il diamagnétique ou paramagnétique ? Justifier la réponse.

A.2-5 : Donner sa représentation de Lewis.

A.3 : Dans quelle colonne de la classification périodique construite à partir du modèle quantique de l'atome place-t-on les halogènes ? Justifier.

A.4 : En descendant dans la colonne des halogènes, on trouve dans l'ordre : le fluor (F), le chlore (Cl), le brome (Br) et l'iode (I). Déterminer le numéro atomique de l'iode.

A.5 : Electronégativité

A.5-1 : Comment définit-on l'électronégativité d'un élément ?

A.5-2 : Comment varie-t-elle dans la classification périodique ?

A.5-3 : Il existe plusieurs échelles d'électronégativité. En citer deux.

B : Solubilité et complexation du diiode en solution aqueuse

Le diiode apparaît sous la forme de cristaux violets à 298 K. De dureté faible, ils sont facilement rayés ou broyés. A température ambiante, ils se subliment en produisant des vapeurs violettes. Les cristaux de diiode sont solubles dans les solvants organiques tels que le cyclohexane, mais peu solubles dans l'eau.

B.1 : Le diiode solide

- B.1-1 : Quelle(s) interaction(s) assure(nt) la cohésion des cristaux de diiode à l'état solide ?
B.1-2 : En déduire la faible dureté et la sublimation aisée de ces cristaux.

B.2 : Expliquer la faible solubilité du diiode dans l'eau.

B.3 : On souhaite dissoudre des cristaux de diiode dans l'eau. Soit K la constante d'équilibre associée à l'écriture la plus simple de l'équation de cette réaction : $K = 1,34 \times 10^{-3}$ à 298 K.

- B.3-1 : Donner l'équation de la réaction de dissolution correspondante.
B.3-2 : En déduire la solubilité du diiode dans l'eau en mol.L^{-1} puis en g.L^{-1} .

B.4 : En solution aqueuse, le diiode et l'ion iodure donnent lieu à une réaction de complexation dont l'équation est : $\text{I}_{2\text{aq}} + \text{I}^-_{\text{aq}} = \text{I}^-_{3\text{aq}}$

La constante de formation du complexe à 298 K est $K_f = 750$.

- B.4-1 : Expliciter K_f en fonction des concentrations molaires des réactifs et du produit.
B.4-2 : Quel est l'intérêt de l'ajout des ions iodure lors de la préparation d'une solution aqueuse de diiode ? Justifier.

B.5 : On prépare une solution aqueuse de diiode en introduisant 10,0 g de diiode solide et 40,0 g d'iodure de potassium solide dans une fiole jaugée de 1,00 L. On dissout les solides puis on complète au trait de jauge avec de l'eau distillée. On suppose que la dissolution des deux solides est totale.

- B.5-1 : Construire un tableau d'avancement pour la réaction de complexation. On notera x_e la concentration de l'ion triiodure $\text{I}^-_{3\text{aq}}$ à l'équilibre chimique.
B.5-2 : Déterminer les concentrations des ions $\text{I}^-_{3\text{aq}}$, I^-_{aq} et de $\text{I}_{2\text{aq}}$ à l'équilibre chimique.
B.5-3 : L'hypothèse concernant la dissolution totale du diiode est-elle vérifiée ? Justifier la réponse.

C : Influence du pH sur la stabilité du diiode en solution aqueuse

C.1 : Déterminer le nombre d'oxydation de l'iode dans l'ion iodate IO_3^- .

C.2 : Soient les couples redox $\text{IO}_3^- / \text{I}_{2\text{aq}}$ et $\text{I}_{2\text{aq}} / \text{I}^-_{\text{aq}}$.

- C.2-1 : Ecrire les demi-équations électroniques pour ces deux couples.
C.2-2 : Expliciter les potentiels d'électrode correspondants à l'aide de la formule de Nernst.
C.2-3 : Le potentiel de Nernst dépend de la température. Justifier brièvement.

C.3 : Diagrammes de prédominance

- C.3-1 : Pour chacun de ces couples, calculer le potentiel de Nernst à $\text{pH} = 0$ et $\text{pH} = 10$ à la frontière des domaines de prédominance des espèces en prenant les concentrations des espèces considérées égales à $0,100 \text{ mol.L}^{-1}$ sur cette frontière.
C.3-2 : Tracer les diagrammes de prédominance des espèces relatives aux couples $\text{IO}_3^- / \text{I}_{2\text{aq}}$ et $\text{I}_{2\text{aq}} / \text{I}^-_{\text{aq}}$ à $\text{pH} = 0$ et $\text{pH} = 10$.
C.3-3 : Que peut-on en déduire quant à la stabilité du diiode à ces pH ? Justifier brièvement.

C.4 : On dispose d'un volume $V = 100,0$ mL d'une solution de $\text{pH} = 10$ contenant $n_1 = 1,00 \times 10^{-4}$ mol d'iodate de sodium ($\text{Na}^+ + \text{IO}_3^-$) et $n_2 = 2,00 \times 10^{-2}$ mol d'iodure de potassium ($\text{K}^+ + \text{I}^-$). L'iodate de sodium et l'iodure de potassium sont des solides supposés totalement solubles dans l'eau.

C.4-1 : Que se passe-t-il si on acidifie, sans variation de volume, la solution jusqu'à pH proche de 0 ? Justifier par une équation de réaction. Quel nom donne-t-on à cette réaction ?

C.4-2 : Calculer la constante d'équilibre correspondante.

C.4-3 : Quelle concentration maximale en diiode peut-on ainsi obtenir ?

C.4-4 : Quel doit être le pH de la solution pour obtenir 90 % de cette concentration maximale en diiode ?

D : Titrage de l'acide ascorbique (vitamine C) par une solution aqueuse de diiode

L'acide ascorbique a pour formule $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6$. Il possède quatre stéréoisomères de configuration. L'un d'entre eux est la vitamine C. Cette dernière est utilisée, par exemple, comme additif alimentaire pour ses propriétés réductrices. Sa présence dans les aliments est alors indiquée par le code E 300. La vitamine C est aussi utilisée pour lutter contre les états de fatigue.

Il est possible de doser l'acide ascorbique présent dans un comprimé grâce à un titrage faisant intervenir une réaction d'oxydoréduction. La solution titrante est une solution aqueuse de diiode de concentration $c = 4,00 \times 10^{-2}$ mol.L⁻¹ dans l'iodure de potassium.

D.1 : Ecrire l'équation de la réaction d'oxydation de l'acide ascorbique par le diiode.

D.2 : Le titrage effectué est un titrage indirect car la réaction précédente est lente.

On écrase un comprimé de vitamine C, on place la poudre obtenue dans une fiole jaugée de 200,0 mL. Après dissolution du solide, on complète avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge. Soit S_1 la solution obtenue et c_1 sa concentration en acide ascorbique. On prélève $V_1 = 50,0$ mL de la solution d'acide ascorbique S_1 à laquelle on ajoute un volume $V = 30,0$ mL de la solution de diiode de concentration $c = 4,00 \times 10^{-2}$ mol.L⁻¹.

Après 20 minutes d'agitation sur agitateur magnétique, on titre l'excès de diiode par une solution de thiosulfate de sodium ($2 \text{Na}^+ + \text{S}_2\text{O}_3^{2-}$) de concentration $c_2 = 5,00 \times 10^{-2}$ mol.L⁻¹. A proximité de l'équivalence, on introduit quelques gouttes d'empois d'amidon (ou de thiodène) dans le milieu réactionnel. L'équivalence du titrage est observée pour un volume de solution de thiosulfate de sodium versé $V_2 = 19,6$ mL.

D.2-1 : Ecrire l'équation de la réaction de titrage du diiode par le thiosulfate de sodium.

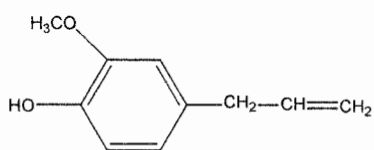
D.2-2 : Comment observe-t-on l'équivalence de ce titrage en retour ? Justifier l'utilisation de l'empois d'amidon (ou du thiodène).

D.2-3 : Déterminer la masse d'acide ascorbique présente dans le comprimé de vitamine C.

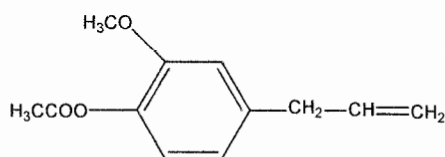
E : Chimie organique et halogènes

Les utilisations des huiles essentielles sont nombreuses : utilisation en parfumerie, en médecine pour les propriétés antiseptiques et analgésiques

L'huile essentielle de girofle est obtenue par hydrodistillation des boutons floraux séchés du giroflier ou clous de girofle. Elle contient de l'eugénol mais aussi un ester de l'eugénol, l'acétate d'eugényle.

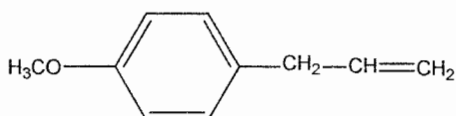


Eugénol

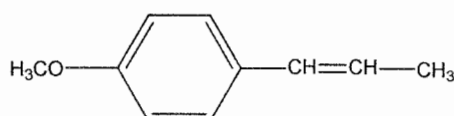


Acétate d'eugényle

L'estragole et l'anéthole sont des composés organiques que l'on retrouve respectivement dans les huiles essentielles d'estragon et d'anis. Ces molécules présentent des structures proches de celles de l'eugénol et de l'acétate d'eugényle



Estragole



Anéthole

E.1 : Décrire le principe de l'hydrodistillation. Donner le schéma annoté du montage utilisé pour réaliser cette manipulation.

E.2 : L'estragole et l'anéthole sont de molécules isomères. Justifier.

E.3 : L'anéthole présente une diastéréoisomérisation Z/E. Représenter les deux diastéréoisomères et les identifier.

E.4 : Le distillat obtenu par hydrodistillation des clous de girofle est trouble. Expliquer. Comment appelle-t-on le mélange ainsi formé ?

E.5 : Les quatre composés représentés ci-dessus appartiennent à la famille des dérivés éthyléniques. Le test à l'eau de dibrome permet de mettre en évidence la présence de la liaison double C=C.

E.5-1 : Décrire ce test.

E.5-2 : De quel type de réaction s'agit-il ?

E.5-3 : Mécanisme de la réaction

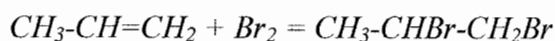
E.5-3-a : Donner le mécanisme de la réaction du dibrome sur le diastéréoisomère E de l'anéthole.

E.5-3-b : Préciser le déroulement stéréochimique de la réaction.

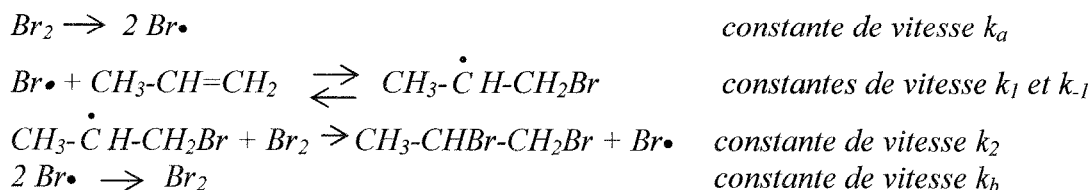
E.5-3-c : Combien de stéréoisomères du produit de la réaction obtient-on ?

E.5-3-d : Les représenter en représentation de Cram et préciser la configuration absolue des atomes de carbone asymétriques.

E.5-4 : Sous irradiation UV, en solvant apolaire, il est possible d'envisager un mécanisme radicalaire. On étudie la réaction du dibrome sur le propène :



Le mécanisme proposé est le suivant :



E.5-4-a : Quel est le rôle de l'irradiation UV ? Qualifier le type de rupture de liaison observé dans le premier acte élémentaire.

E.5-4-b : Identifier, en les nommant, les différentes phases du mécanisme en chaîne donné précédemment.

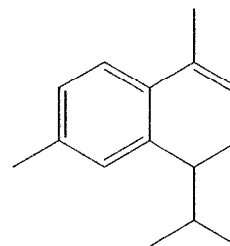
E.5-4-c : Le 1,2-dibromopropane formé présente un atome de carbone asymétrique. Discuter de la stéréochimie de la réaction. Le mélange réactionnel obtenu présente-t-il une activité optique ? Justifier.

E.5-4-d : Déterminer, d'après le mécanisme réactionnel proposé, la vitesse de formation du dérivé dihalogéné en fonction des concentrations des réactifs et des différentes constantes de vitesse. On supposera que l'A.E.Q.S (approximation de l'état quasi-stationnaire) est applicable à tous les intermédiaires réactionnels. Quel ordre global peut-on prévoir pour la cinétique de cette réaction ?

E.6 : Le calacorène est une molécule odorante que l'on trouve dans le clou de girofle.

La synthèse de ce composé peut être effectuée en plusieurs étapes dont certaines seulement seront évoquées ici.

Calacorène



L'une des étapes de la synthèse étudiée consiste en la réaction du chlorure d'éthanoyle sur le toluène $\text{C}_6\text{H}_5\text{-CH}_3$ en présence de chlorure d'aluminium. Il s'agit d'une acylation de Friedel et Crafts. Le produit **A** est obtenu majoritairement.

E.6-1 : De quel type de réaction s'agit-il ? Donner la formule de **A**.

E.6-2 : Le chlorure d'éthanoyle peut être obtenu par action du chlorure de thionyle SOCl_2 sur l'acide éthanóique en présence de pyridine.

E.6-2-a : Donner l'équation de réaction correspondante.

E.6-2-b : Quel est le rôle de la pyridine ?

E.6-2-c : Donner la représentation de Lewis de plus grand poids du chlorure de thionyle et en déduire sa géométrie dans l'espace d'après la théorie V.S.E.P.R. Préciser la valeur des angles de valence. Le soufre peut ne pas respecter la règle de l'octet. Expliquer.

E.6-3 : Le chlorure d'aluminium AlCl_3 joue le rôle de catalyseur lors de l'acylation de Friedel et Crafts.

E.6-3-a : Préciser le rôle et les caractéristiques d'un catalyseur.

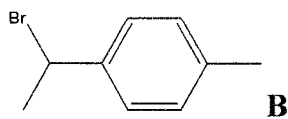
E.6-3-b : Donner une formule de Lewis du chlorure d'aluminium. Pourquoi dit-on du chlorure d'aluminium qu'il s'agit d'un acide de Lewis ?

E.6-3-c : Dans de nombreux solvants, le chlorure d'aluminium se trouve sous forme de dimère de formule Al_2Cl_6 . Expliquer cette dimérisation. Donner la représentation de Lewis du dimère.

E.6-4 : Donner le mécanisme de la réaction d'acylation évoquée précédemment.

E.6-5 : Justifier brièvement la régiosélectivité de la réaction.

E.7 : Après plusieurs réactions, on obtient le composé **B** de formule suivante.



Le composé **B** est mis en solution dans l'éthoxyéthane Et_2O anhydre. On ajoute des copeaux de magnésium. On obtient un composé C.

E.7-1 : Donner la formule du composé **C** formé.

E.7-2 : A quelle famille de composés appartient-il ? Quel est le nom du chercheur qui obtint le prix Nobel de Chimie en 1912 pour leur découverte ?

E.7-3 : Pourquoi le solvant utilisé doit-il être anhydre ? Expliquer, donner une équation de réaction et préciser de quel type de réaction il s'agit. Comment s'affranchir de toute trace d'eau dans le milieu réactionnel lors de la synthèse ?

E.7-4 : L'éthoxyéthane peut être synthétisé par synthèse de Williamson. On fait réagir le sodium solide sur l'éthanol en milieu anhydre puis on ajoute du chloroéthane.

E.7-4-a : Donner l'équation de la réaction du sodium solide sur l'éthanol. De quel type de réaction s'agit-il ? Justifier.

E.7-4-b : Pourquoi ne peut-on pas obtenir l'ion éthanolate par action d'une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium sur l'éthanol ?

Physique

Ce problème est constitué de 2 parties distinctes. Dans la première partie, nous étudierons l'allure de la surface libre des océans. Dans la seconde partie, nous étudierons les lentilles de Fresnel utilisées dans les phares.

A : Mécanique

A.1 : Surface libre des océans sur la Terre sphérique

La Terre est assimilée à une sphère homogène de centre O, de masse M_T et de rayon R_T . Nous noterons $r = OM$ la distance du centre de la Terre au point M, et $\vec{u}_r = \frac{\vec{OM}}{OM}$. On note G la

constante gravitationnelle et $\vec{A}(M)$ le champ gravitationnel créé par la Terre en M.

Données : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2\text{kg}^{-2}$; rayon terrestre $R_T = 6380 \text{ km}$; masse de la Terre $M_T = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$.

A.1-1 : Masse volumique de la Terre

A.1-1-a : Soit ρ la masse volumique de la Terre. Le fait d'assimiler la Terre à une sphère homogène revient à faire quelle hypothèse concernant ρ ?

A.1-1-b : Dans la suite, nous noterons ρ_0 la masse volumique de la Terre. Exprimer ρ_0 en fonction de la masse M_T et du rayon R_T . Calculer ρ_0 .

A.1-2 : Exprimer le champ gravitationnel $\vec{A}(M)$ créé par la Terre en un point M quelconque extérieur, situé à la distance r, en fonction de G, M_T de r et \vec{u}_r . Quelle est la topographie des lignes de champ gravitationnel ? Justifier.

A.1-3 : Soit \vec{A}_0 le champ gravitationnel à la surface de la Terre et A_0 sa valeur. Exprimer A_0 en fonction de G, M_T et de R_T . Calculer A_0 .

A.1-4 : Correction d'altitude de Faye

A.1-4-a : Etablir l'expression du champ gravitationnel $\vec{A}(M)$ à une altitude h au-dessus de la surface terrestre, en fonction de G, M_T de R_T , h et de \vec{u}_r . Que devient cette expression pour $\frac{h}{R_T} \ll 1$? On se contentera ici d'un développement limité au premier ordre en h/R_T .

A.1-4-b : On pose $\Delta A = A(h) - A_0$. Calculer $\left| \frac{\Delta A}{A_0} \right|$ pour $h = 10 \text{ km}$.

A.1-4-c : Dans beaucoup d'expériences balistiques, ou d'observations météorologiques, on suppose que le champ de gravitation est constant. Justifier.

A.1-5 : On suppose que le référentiel terrestre est galiléen.

A.1-5-a : Comment définit-on un référentiel ?

A.1-5-b : Comment définit-on un référentiel galiléen ?

A.1-5-c : Rappeler la loi fondamentale de la statique des fluides dans un référentiel galiléen.

A.1-5-d : Quelle est l'allure de la surface libre des océans.

A.2 : Influence de la rotation de la Terre

La Terre est animée d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe fixe des pôles, à la vitesse angulaire $\omega = 7,29 \times 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$. Soit M un point fixe de la **surface terrestre** situé à la latitude λ .

A.2-1 : Faire un schéma indiquant sur un quart de circonférence, le pôle Nord (P), l'équateur (E), le point M, la latitude λ du lieu ainsi que le *vecteur* vitesse angulaire $\vec{\omega}$, orienté dans le sens de \vec{OP} .

A.2-2 : Le référentiel géocentrique R_G est supposé galiléen. Comment définit-on ce référentiel ?

A.2-3 : Vitesse et accélération dans le référentiel géocentrique

A.2-3-a : Exprimer la vitesse du point M dans R_G , notée $\vec{v}(M)_{R_G}$, en fonction de R_T , ω , de la latitude λ et d'un vecteur unitaire \vec{u}_1 que l'on représentera sur le schéma précédent. Déterminer puis calculer la valeur de $\vec{v}(M)_{R_G}$ en P et en E, notées $v(P)$ et $v(E)$.

A.2-3-b : Exprimer l'accélération du point M dans R_G , notée $\vec{a}(M)_{R_G}$, en fonction de R_T , ω , de λ et d'un vecteur unitaire \vec{u}_2 que l'on représentera sur le schéma précédent. Déterminer puis calculer la valeur de $\vec{a}(M)_{R_G}$ en P et en E, notées $a(P)$ et $a(E)$.

A.2-4 : M assimilé à un point matériel de masse m, est fixé à un fil à plomb immobile à la surface de la Terre.

A.2-4-a : Appliquer le principe fondamental de la dynamique à M(m) dans le référentiel géocentrique. Nous supposons que M(m) n'est soumis qu'à la force gravitationnelle exercée par la Terre au point M (voisin de la surface terrestre), et à la tension \vec{T} du fil.

A.2-4-b : Dans le référentiel terrestre, le poids de M(m) est défini comme étant l'opposé de \vec{T} définie précédemment ; déterminer l'expression du champ de pesanteur $\vec{g}(M)$ dans le référentiel terrestre en fonction de A_0 , de R_T , de ω , de λ et du vecteur unitaire \vec{u}_2 .

A.2-4-c : Soit $g(P)$ et $g(E)$ la valeur du champ de pesanteur en P et en E. Déterminer puis calculer $g(P)$ et $g(E)$.

A.2-5 : Quelle est l'allure de la surface libre des océans si on tient compte de la rotation de la Terre autour de l'axe des pôles?

A.3 : Influence de l'aplatissement de la Terre aux niveaux des pôles

Du fait de sa rotation propre, la Terre est aplatie aux niveaux des pôles ce qui modifie l'intensité du champ de pesanteur. En effet, la distance du centre de la terre aux pôles est $R_P = 6357 \text{ km}$ alors que le rayon à l'équateur est $R_E = 6378 \text{ km}$, ce qui représente une différence de 21 km entre ces deux rayons.

Les résultats expérimentaux conduisent à : $g(P) = 9,82 \text{ m.s}^{-2}$ et $g(E) = 9,78 \text{ m.s}^{-2}$. Les écarts entre $g(P)$ et $g(E)$ proviennent pour les 2/3 de la rotation de la Terre (terme inertiel centrifuge) abordé en A-2, et pour 1/3 de son aplatissement.

A.3-1 : En 1672, l'astronome français Jean Richer constata qu'une horloge parfaitement réglée à Paris, retarde de 2 minutes par jours à Cayenne. Newton et Huygens attribuèrent ce retard à l'influence de la rotation de la Terre sur elle-même et à son aplatissement suivant l'axe des pôles.

A.3-1-a : On modélise le balancier d'une horloge par un pendule simple de longueur ℓ . Rappeler l'expression de la période T d'un pendule en fonction de ℓ et de l'intensité du champ de pesanteur g dans le référentiel terrestre.

A.3-1-b : On suppose que le champ de pesanteur à Paris est $g_P = 9,810 \text{ m.s}^{-2}$ et que le champ de pesanteur à Cayenne est $g_C = 9,780 \text{ m.s}^{-2}$. La longueur du pendule est $\ell = 1,000 \text{ m}$. Si cette horloge est parfaitement réglée à Paris, de combien de temps retarde-t-elle chaque jour, si elle est transportée à Cayenne ?

Les expéditions menées par l'Académie des sciences en 1735 par Bouguer et La Condamine au Pérou, puis en 1736 par Clairaut et Maupertuis en Laponie avaient pour objectif de mesurer la longueur d'un arc de méridien terrestre. Ces mesures confirmèrent les hypothèses de Newton et donc la forme ellipsoïdale de la Terre...

B : Optique géométrique

Nous allons étudier l'optique des phares utilisés pour la signalisation des côtes. L'optique d'un phare est caractérisée par sa source lumineuse (à incandescence ou à arc) que nous supposons ponctuelle, et de miroirs ou de lentilles qui fournissent des faisceaux approximativement cylindriques, visibles à grandes distances.

Dans toute cette étude, nous supposons que les systèmes optiques sont stigmatiques, aplanétiques et vérifient les conditions de Gauss.

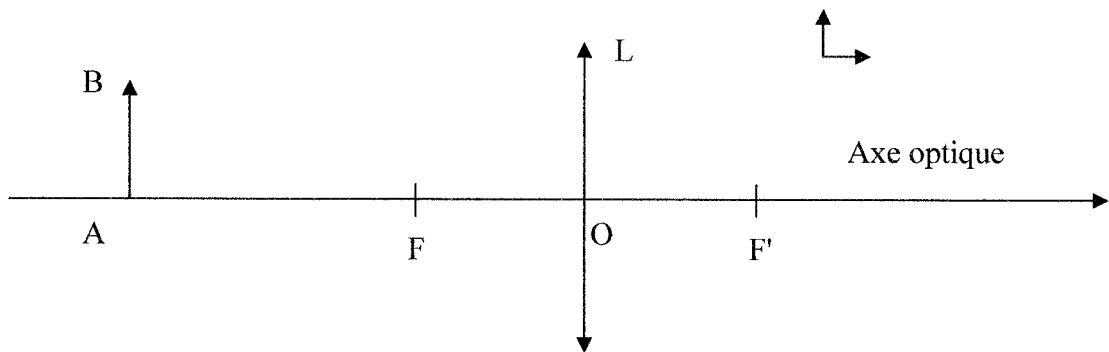
L'optique des premiers phares s'inspirait des appareils d'éclairage urbain des grandes villes européennes du XVI^e siècle. A cette époque, l'optique était constituée d'un miroir sphérique concave destiné à émettre un faisceau réfléchi de lumière parallèle. En 1783, Joseph Teulère, alors ingénieur des bâtiments civils de la marine de Bordeaux, propose de remplacer les miroirs sphériques concaves par des miroirs paraboliques. Une étude réalisée par Lavoisier pour l'éclairage de la ville de Paris montre que les performances réflectrices de ces miroirs sont supérieures à celles des miroirs sphériques.

Plus tard, Augustin Fresnel propose de remplacer les miroirs paraboliques utilisés dans les phares par des lentilles convergentes : « on sait, écrit-il dans son mémoire de 1822, qu'une lentille, comme un miroir parabolique, a la propriété de rendre parallèles les rayons partis de son foyer ; elle produit par réfraction l'effet que le miroir parabolique produit par réflexion ». Avant lui, Georges Buffon avait formulé les premiers rudiments de cette théorie mais son projet n'avait pas abouti parce qu'il avait voulu tailler ses lentilles dans une seule pièce de verre, ce qui était techniquement impossible. Fresnel surmonte cette difficulté en imaginant des « lentilles à échelons » composés de plusieurs éléments de verre.

B.1 : Propriétés des lentilles minces

B.1-1 : Rappeler la définition du stigmatisme, de l'aplanétisme ainsi que les conditions de Gauss. Connaissez-vous un système optique qui soit rigoureusement stigmatique pour tout couple de points (A,A') ?

B.1-2 : Soit L une lentille mince convergente de distance focale image $\overline{OF'} = f'$. Soit un objet AB normal à l'axe optique. Après avoir recopié le schéma ci-dessous, tracer 2 rayons issus de B (l'un parallèle à l'axe optique et l'autre passant par le centre optique O) et placer l'image A'B' de AB.



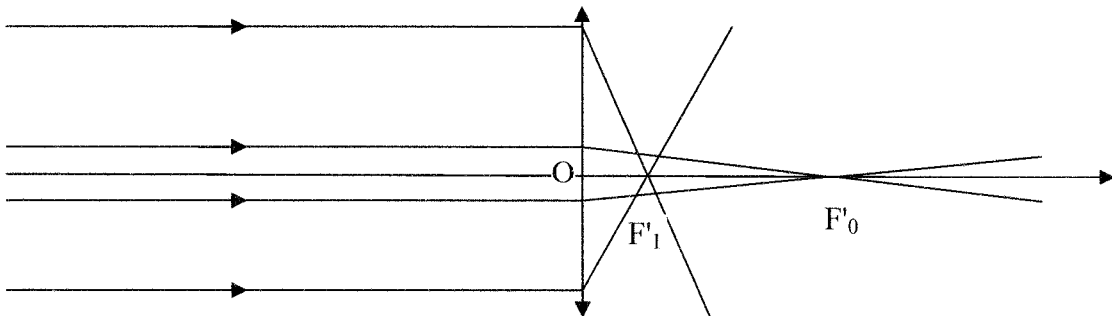
B.1-3 : Relation de conjugaison

B.1-3-a : Définir le grandissement (transversal) algébrique γ d'un système optique. Exprimer le grandissement γ de deux manières différentes à l'aide des rayons tracés précédemment,

B.1-3-b : Etablir la relation de conjugaison en prenant pour origine le centre optique O de la lentille mince.

B.1-3-c : Justifier l'argumentation de Fresnel selon laquelle la source lumineuse doit être placée au foyer (objet F) de la lentille pour que le faisceau émergent soit visible à grande distance.

B.1-4 : L'expérience montre, que hors conditions de Gauss, une lentille mince n'est plus stigmatique. Ceci se traduit, entre autres, par le fait qu'un large faisceau incident de lumière parallèle ne focalise pas au foyer image F' de la lentille. Les rayons périphériques focalisent plus près du centre optique (F'₁) que les rayons qui respectent les conditions de Gauss qui focalisent en (F'₀) :



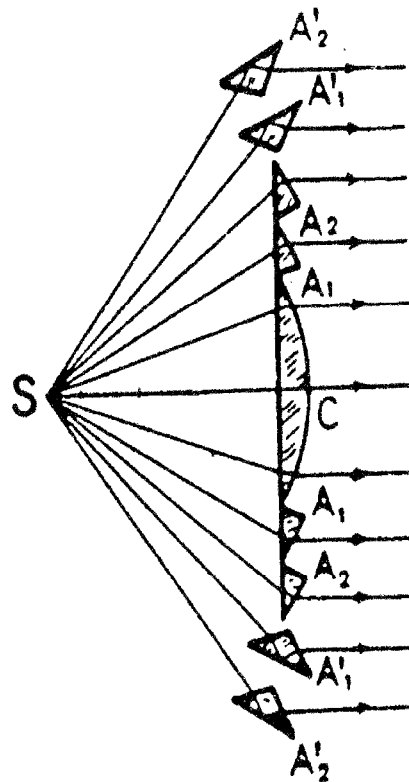
B.1-4-a : Les lentilles utilisées dans les phares sont des lentilles plan-convexe dont la vergence a pour expression $V = \frac{1}{OF'} = \frac{n-1}{R}$ avec n indice de la lentille et R rayon de courbure du dioptré sphérique. Soit R_0 le rayon de courbure du dioptré de focale $f'_0 = \overline{OF'_0}$ satisfaisant aux conditions de Gauss, soit R_1 le rayon de courbure **qu'il faudrait** donner au bord de la lentille pour qu'elle soit stigmatique. Que peut-on dire de R_1 par rapport à R_0 ?

B.1-4-b : Supposons que nous tronquions toute la périphérie de la lentille mince non stigmatique, et que nous rajoutions cette seconde lentille de rayon R_1 , quelle serait l'allure de cette lentille ?

B.1-4-c : Tracer l'allure du faisceau émis par une source ponctuelle placée au foyer F de la lentille stigmatique équivalente.

B-2 : Lentilles de Fresnel

La lentille de Fresnel est constituée, au centre, d'une lentille plan-convexe C dont l'ouverture est limitée de façon que les aberrations géométriques soient négligeables. Autour de C , un premier anneau A_1 , dit dioptrique, tel que les rayons émergents qu'il fournit soient parallèles à l'axe optique du système (c'est une portion d'une lentille qui serait moins convergente que C pour les rayons centraux, cf B-1.4). Autour de A_1 , un deuxième anneau A_2 satisfaisant à la même condition, puis un troisième anneau A_3 ... Mais quand l'incidence sur la face plane augmente, il en est de même du pouvoir réflecteur sur cette face : la perte de lumière qui en résulte deviendrait inacceptable pour de trop grands anneaux dioptriques. On les remplace en A_1' , A_2' par des anneaux circulaires catadioptriques, qui fonctionnent comme des prismes à réflexion totale annulaires, et dont l'orientation est encore telle que chacun renvoie la lumière incidente parallèlement à l'axe optique. Dans cette partie, nous allons étudier les propriétés optiques des anneaux dioptriques et catadioptriques.



B.2-1 : Décrire en quelques lignes (10 lignes maximum), la nature des travaux de Augustin Fresnel (modèle, intérêt, limites...que vous replacerez dans le contexte historique).

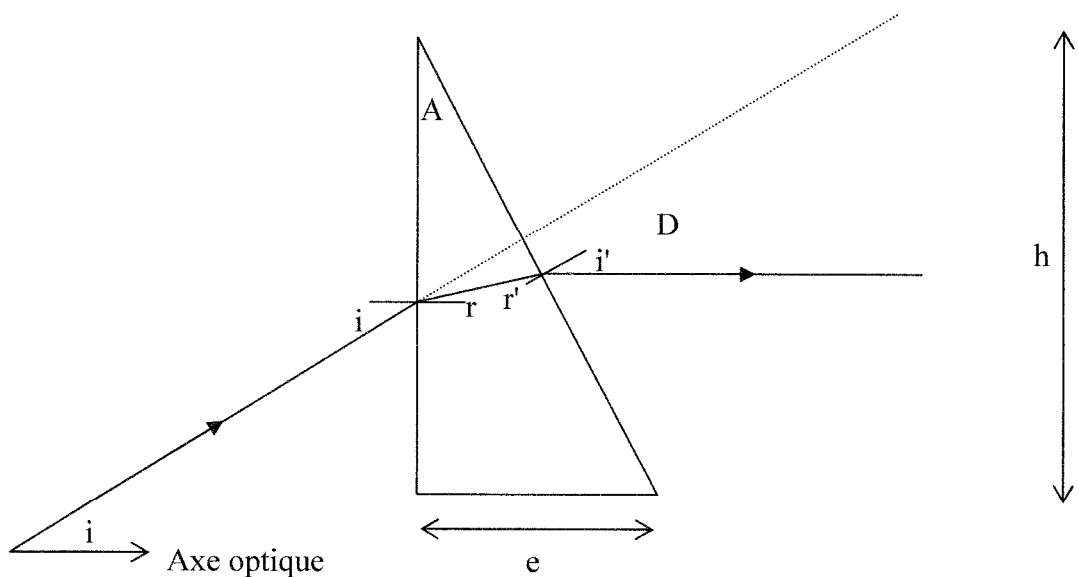
B.2-2 : On modélise chaque anneau dioptrique par un prisme d'indice n et d'angle au sommet A. Soit un rayon lumineux arrivant sous un angle d'incidence i sur un des prismes de la lentille, on appelle D sa déviation. Justifier les 4 relations données ci-dessous :

(1) : $\sin i = n \cdot \sin r$

(2) : $\sin i' = n \cdot \sin r'$

(3) : $A = r + r'$

(4) : $D = i + i' - A$



B.2-3 : On souhaite que le rayon émergent soit parallèle à l'axe optique de la lentille.

B.2-3-a : Quelle relation existe-t-il entre la déviation D et l'angle d'incidence i ?

B.2-3-b : A l'aide des relations données en B.2-2, exprimer $\sin i$ en fonction de A et de n .

B.2-3-c : Recopier et compléter le tableau ci-dessous pour $n = 1,7$.

A	15°	20°	25°	30°	35°
i					
tan A					
tan i					

B.2-3-d : Tracer la courbe $\tan A = f(\tan i)$. On constate que $\tan A$ est une fonction affine de $\tan i$. Soit β son coefficient directeur, déterminer β .

B.2-4 : Allure des anneaux dioptriques

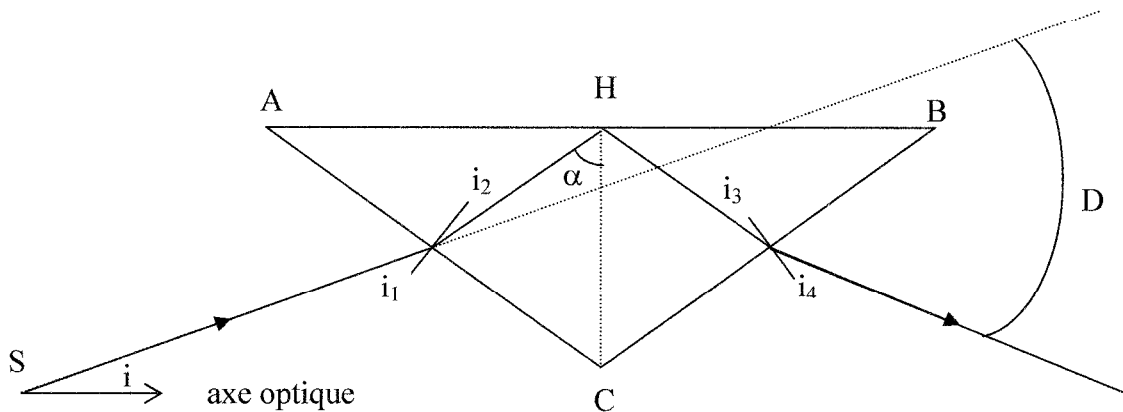
B.2-4-a : Sachant que toutes les bases des prismes ont la même longueur e (largeur au centre de la lentille), on appelle h la hauteur du prisme, exprimer h en fonction de e , de β et de $\tan i$.

B.2-4-b : Supposons que l'épaisseur au centre de la lentille soit $e = 10$ cm, l'angle d'incidence moyen sur le premier prisme est $i = 15^\circ$, déterminer A_1 et h_1 .

B.2-4-c : Comment varient A et h quand i augmente ?

B.2-5 : En général, une lentille de Fresnel est constituée de 5 à 6 anneaux dioptriques, et de 10 à 15 anneaux catadioptriques pour des angles d'incidence i supérieurs à 35° . Les anneaux catadioptriques, sont modélisés par des prismes dont la base ABC est constituée d'un triangle isocèle d'angle au sommet égal à 110° .

Considérons l'un de ces prismes pour lequel AB est parallèle à l'axe optique de la lentille (son angle en C est égal à 110°), placé dans l'air. L'indice du verre est $n = 1,7$.



B.2-5-a : Déterminer l'expression de l'angle limite, noté α_l , en H, point d'incidence du rayon sur AB. A quelle condition sur α y a-t-il réflexion totale en H ?

B.2-5-b : La déviation imposée par le prisme peut s'écrire :
 $D = \pi - 2\alpha - [(i_1 - i_2) + (i_4 - i_3)]$. Justifier cette expression.

B.2-5-c : Dans toute la suite, on suppose que $AH = \frac{AB}{2}$

- 1) Quelle relation existe-t-il entre i_1 et i_4 ? Entre i_2 et i_3 ?
- 2) Soit i l'angle d'incidence du rayon par rapport à l'axe optique de la lentille de Fresnel, à quelle condition le rayon émergent est-il parallèle à l'axe optique ?
- 3) En établissant des relations entre les angles, déterminer l'angle i pour lequel le rayon émergent est parallèle à l'axe optique. Commenter cette valeur compte tenu du fait que i doit être supérieur à 35° .
- 4) De quel angle, et dans quel sens, faut-il tourner le prisme dans le plan pour que le rayon émergent soit parallèle à l'axe optique si l'angle d'incidence est $i = 40^\circ$ (on supposera l'hypothèse $AH = \frac{AB}{2}$ toujours vérifiée) ?

Le 20 août 1822, une lentille de Fresnel construite par l'opticien Soleil, est placée sur l'arc de Triomphe. Les membres de la commission des Phares se rendent à Notre Dame de Montmélian (à environ 32 km) pour en observer les éclats.... Un an plus tard, cette lentille est installée sur le phare de Cordouan. Après 2 siècles, aucune optique ne rivalise avec les lentilles de Fresnel. Les phares automobiles, les dépolis de mise au point des appareils photographiques à visée réflexe dérivent de ce principe.

B.2-6 : Portée d'un phare

La portée des phares est limitée par la rotondité de la Terre.

B.2-6-a : Déterminer la distance D maximale de vision d'un phare d'une hauteur H . A quelle distance peut-on voir le phare de Cordouan, dont l'optique culmine à 60,3 mètres ? Données : Rayon terrestre moyen $R_T = 6380$ km.

B.2-6-b : La portée d'un phare est également limitée par l'absorption atmosphérique. Justifier l'utilisation de feux blancs ou rouges (mais pas bleus...) pour les feux de grandes portées.

Lentille de Fresnel (distance focale $f' = 70$ cm), musée des Phares et Balises à Ouessant :

