



Secrétariat Général

Direction générale des
ressources humaines

Sous-direction du recrutement

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

Concours du second degré – Rapport de jury

Session 2010

CONCOURS EXTERNE DE L'AGREGATION

Section :mécanique

**Rapport de jury présenté par Luc CHEVALIER
Président de jury**

Les rapports des jurys des concours sont établis sous la responsabilité des présidents de jury

AGRÉGATION DE MÉCANIQUE
CONCOURS EXTERNE
Session 2010

Rapport des membres du jury

SOMMAIRE

1. Présentation du concours : [01 – Présentation Agrégation Méca Ext 2010.pdf](#)

- Composition du Jury
- Observations générales
- Références des textes officiels et programmes
- Statistiques

2. Épreuves d'admissibilité : sujets, éléments de corrigé, résultats et commentaires

- Mécanique générale et milieux déformables
 - ÉPREUVE DE MECANIQUE Sujet, [02 – MGMD 2010 Sujet.pdf](#)
 - ÉPREUVE DE MECANIQUE Corrigé, [03 – MGMD 2010 Correction.pdf](#)
 - ÉPREUVE DE MECANIQUE Commentaires, [04 – MGMD 2010 Commentaires.pdf](#)
- Analyse et conception des systèmes
 - ÉPREUVE D'ANALYSE ET CONCEPTION Sujet, [05 – ACS 2010 Sujet.pdf](#)
 - ÉPREUVE D'ANALYSE ET CONCEPTION Corrigé, [06 – ACS 2010 Correction.pdf](#)
 - ÉPREUVE D'ANALYSE ET CONCEPTION Commentaires, [07 - ACS 2010 Commentaires.pdf](#)
- Automatique - Informatique industrielle
 - ÉPREUVE All Sujet, [08 – A2I 2010 Sujet.pdf](#)
 - ÉPREUVE All corrigé, [09 – A2I 2010 Correction.pdf](#)
 - ÉPREUVE All Commentaires, [10 – A2I 2010 Commentaires.pdf](#)

3. Épreuves d'admission : résultats et commentaires

- ÉPREUVE DE LEÇON DE MECANIQUE, [11 – Rapport Leçon 2010.pdf](#)
- ÉPREUVE SUR DOSSIER, [12 – Rapport Dossier 2010.pdf](#)
- ÉPREUVE DE TP. [13 – Rapport TP 2010.pdf](#)

" LES RAPPORTS DES CONCOURS SONT ÉTABLIS SOUS LA RESPONSABILITÉ DES PRÉSIDENTS DE JURY."

1. PRESENTATION DU CONCOURS

Composition du Jury

AÏACHE Jacques	Professeur de chaire supérieure
ALTET Olivier	Professeur Agrégé
BLANC-SERRIER Séverine	Professeure Agrégée
CHEVALIER Luc	Professeur des Universités (Président)
DULUC Marie-Christine	Maître de Conférences
DEJANS Michel	Professeur de chaire supérieure
FICHOU Philippe	Inspecteur d'Académie - Inspecteur Pédagogique Régional
LOISY Michel	Inspecteur d'Académie - Inspecteur Pédagogique Régional
LONJOU Philippe	Professeur Agrégé
LORONG Philippe	Professeur des Universités
MENDES François	Professeur de chaire supérieure, Chef des travaux (secrétaire général)
MESSAGE Christian	Inspecteur d'Académie - Inspecteur Pédagogique Régional
PAPANICOLA Robert	Professeur de chaire supérieure
PERROT Norbert	Inspecteur Général de l'Éducation Nationale (Vice-président)
RACINEUX Guillaume	Professeur des Universités
RENAUD Pierre	Maître de Conférence
RIOU Hervé	Professeur de chaire supérieure
UTHEZA Françoise	Maître de Conférences

Observations générales

Résultats

25 places ont été mises au concours lors de cette session. 88 candidats ont composé sur l'ensemble des épreuves. 96 ont composé à une épreuve au moins, ce qui est tout à fait conforme aux années précédentes. À l'écrit la moyenne des candidats ayant composé à la totalité des épreuves est de 8,1 sur 20, ce qui est aussi conforme à la moyenne de l'an passé. 56 candidats ont été déclarés admissibles, le dernier avec une moyenne de 6,0 sur 20.

Les épreuves d'admission se sont déroulées au Lycée Chaptal à Paris dans des conditions d'accueil très satisfaisantes. 4 candidats admissibles ont renoncé à se présenter à l'oral et 1 seul a abandonné au cours d'une épreuve.

Tous les postes ont été pourvus et les résultats montrent une moyenne générale des admis de 12,6 sur 20 (Le premier admis a obtenu une moyenne générale de 17,7 alors que le dernier admis a une moyenne générale de 9,5).

La barre d'admission traduit le bon niveau des derniers admis légèrement inférieur à celui de l'an passé mais supérieur aux sessions antérieures. La raison en est double : la réduction de postes mis au concours depuis 5 ans et la combativité jugée supérieure des candidats admissibles. Cela réduit à néant les chances de réussite des candidats dont les prestations sont moyennes et assurées sans conviction.

Sur les mêmes critères que ceux mis en place l'an passé et expliqués dans la suite, les épreuves orales ont permis d'évaluer des compétences complémentaires à celles validées par les épreuves écrites. À ce propos, il faut saluer des prestations orales de qualité qui ont permis à plusieurs

candidats mal classés après l'écrit de remonter au classement à l'issue de l'oral. Ces candidats, en mettant en avant leurs compétences pédagogiques et leur savoir-faire technique ont rattrapé, grâce à l'oral, un retard par rapport à de plus jeunes étudiants issus de centres de préparation ou de l'ENS. Ces derniers, moins nombreux cette année, ont permis à des candidats enseignants déjà titulaires du CAPET ou du CAPLP ou bien issus de l'industrie, et pour certains admissibles depuis plusieurs sessions de réussir à franchir le cap de l'oral et devenir professeur agrégé. Le jury félicite ces candidats particulièrement tenaces et méritants.

Préambule : être professeur

Le bulletin officiel du 4 janvier 2007 définit les 10 compétences communes que doivent avoir les professeurs d'école, de collège, de lycée :

1. Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable.
2. Maîtriser la langue française pour enseigner et communiquer.
3. Maîtriser les disciplines et avoir une bonne culture générale.
4. Concevoir et mettre en oeuvre son enseignement.
5. Organiser le travail de la classe.
6. Prendre en compte la diversité des élèves.
7. Évaluer les élèves.
8. Maîtriser les technologies de l'information et de la communication.
9. Travailler en équipe et coopérer avec les parents et les partenaires de l'école.
10. Se former et innover.

Chacune de ces compétences est déclinée en connaissances, capacités et attitudes. Certaines de ces compétences s'acquièrent progressivement au cours de la formation de seconde année IUFM puis progressivement lors de sa carrière : elles sont difficiles à évaluer dans le cadre du concours de l'agrégation. Ainsi les compétences 5, 6, 7 et 9 sont difficiles voire impossible à tester à l'agrégation ; en revanche les compétences 2, 3, 4, 8 et 10 font l'objet d'une évaluation.

À partir de la prochaine session, la compétence 1 fera aussi l'objet d'une évaluation spécifique.

La maîtrise de sa discipline, de la langue française et la culture générale constituent un pôle principalement évalué lors de l'écrit du concours. Concevoir la mise en oeuvre de son enseignement relève de compétences pédagogiques qui ne peuvent être testées que lors des épreuves orales. À la maîtrise des TIC, importante dans les activités pratiques menées par le professeur de mécanique, s'ajoute la maîtrise des moyens de mesures et le savoir-faire devant le matériel technique : cela doit aussi être testé lors des épreuves orales. Enfin, l'aptitude à se former et à innover, délicate à évaluer peut l'être lors des épreuves écrites mais plus aisément lors des épreuves orales. Il est aussi capital de pouvoir tester le potentiel d'adaptation du futur enseignant aux évolutions technologiques par exemple.

Objectifs des épreuves

Les enseignements que le futur professeur agrégé de mécanique devra dispenser concernent les sciences et techniques industrielles, tout particulièrement la mécanique et les technologies de conception des systèmes mécaniques, mais aussi l'étude des systèmes et de leur commande (automatique). Outre une bonne culture générale et une maîtrise de langue française, les

compétences en termes de connaissance scientifiques et techniques attendues du futur professeur agrégé de mécanique sont donc multiples :

- maîtrise des champs de connaissances de la mécanique (mécanique du solide rigide et déformables, mécanique des fluides, énergétique, méthode de résolution numérique de problèmes) ;
- maîtrise des démarches de conception, de dimensionnement et de validation des systèmes techniques ;
- maîtrise de la commande et de la régulation séquentielle ou continue des systèmes pluri techniques.

Les trois épreuves écrites évaluent essentiellement la maîtrise des connaissances dans ces trois domaines. De manière évidente les trois épreuves écrites permettent d'évaluer chacune des trois facettes de la discipline.

Il faut noter que seule l'épreuve de mécanique générale et des milieux déformables distingue les compétences scientifiques et techniques de l'agrégé de mécanique de celles de l'agrégé de génie mécanique à l'issue des épreuves écrites. Cette épreuve spécifique valide donc des compétences scientifiques de haut niveau dans les domaines cités plus haut mais aussi la capacité des candidats à modéliser, ce qui est un point essentiel pour l'analyse des systèmes : un premier pas dans ce sens a été fait dans le sujet de la précédente session. Cette capacité est testée de manière systématique lors des épreuves orales.

Un second point capital, dans l'étude des systèmes mécaniques est que le futur agrégé ne soit pas restreint par un champ de connaissances limité à la mécanique du solide (déformable ou rigide) mais possède suffisamment de recul dans les domaines de l'énergétique pour s'adapter aux enjeux de la conception de demain. Les sujets de ces dernières sessions mettaient en avant ces aspects en plaçant les questionnements sur la mécanique des fluides ou l'énergétique en début de sujet. Ces deux points seront mis en avant dans les futures sessions de l'agrégation de mécanique aussi bien à l'écrit que lors des épreuves orales.

Outre un niveau disciplinaire élevé, l'agrégé de mécanique doit être capable de mobiliser ses connaissances avec pertinence et rigueur. Il doit aussi posséder des compétences pédagogiques, un savoir-faire technique et une grande capacité d'adaptation. Ces quatre volets sont détaillés ci-dessous :

Capacités disciplinaires

- Mobiliser ses connaissances scientifiques et techniques.
- Enrichir ses connaissances en recherchant des documents.
- Appliquer des démarches, des modèles, avec rigueur.
- Mener des calculs mécaniques.
- S'assurer de l'exactitude des résultats.
- Analyser des résultats.
- Justifier et critiquer des choix.
- Concevoir une solution nouvelle.
- Modéliser (passer de la réalité au modèle).

Capacités pédagogiques

- Identifier les connaissances à transmettre.
- Proposer un schéma pédagogique cohérent.
- Faire le choix des supports d'enseignement (objets d'étude).
- Contextualiser l'étude (choix d'une problématique, condition de fonctionnement..).
- Proposer des activités « élèves » adaptées.
- Communiquer et s'exprimer oralement.
- Présenter des informations visuelles (informations écrites, graphiques... au tableau, au vidéo projecteur, au rétro projecteur).
- Transmettre (savoir, savoir-faire, méthodologie...).
- Élaborer une fiche de synthèse.
- Scénariser une séquence d'enseignement.
- S'adapter au niveau (le modèle, le discours, la représentation...).

Savoir faire technique

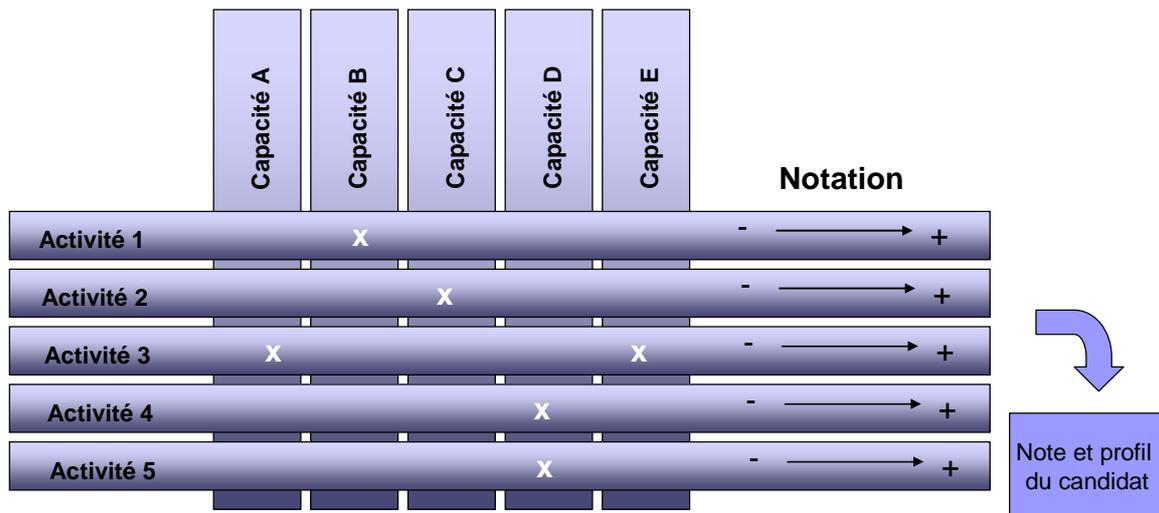
- Conduire une expérimentation.
- Mettre en œuvre des matériels ou des équipements.
- Exploiter les résultats.
- Formuler des conclusions.
- Savoir utiliser les TIC.

Capacités d'adaptation

- Être autonome.
- Prendre des initiatives.
- Mettre en œuvre une méthodologie de résolution de pb.
- Rechercher et conduire un partenariat industriel.
- Se comporter devant des difficultés.

Chacune des trois épreuves orales permet d'évaluer avec un poids plus ou moins fort les capacités énumérées ci-dessus. Les sujets de ces épreuves, notamment en Leçon et TP, sont bâtis à partir d'activités qui vont être imposées aux candidats et qui mobiliseront plus ou moins fortement les capacités listées. En fonction de la réussite de l'activité, les membres du jury évaluent la maîtrise de la compétence et, compte tenu des poids accordés à chaque capacité, la note finale de l'épreuve est obtenue.

Le schéma ci-dessous illustre le type de grilles d'évaluation que les membres du jury construisent lors de la mise au point de l'épreuve et remplissent en fonction de la prestation du candidat. Outre une note, cette méthode permet aussi de définir le profil du candidat, ses points forts et ses points faibles pour d'éventuels conseils pour ses candidatures futures.



En définitive, les épreuves orales permettent de :

- confirmer le niveau de connaissances des candidats admissibles ;
- valider leur capacité à intéresser l'auditoire et leur maîtrise des moyens modernes de communication ;
- valider leur aptitude à transmettre des connaissances à un niveau donné.

La connaissance des programmes et des démarches pédagogiques spécifiques aux différents cursus sont évaluées durant l'épreuve de Leçon de Mécanique mais aussi partiellement durant les deux autres épreuves.

L'aptitude des candidats :

- à se rapprocher du monde industriel, à s'approprier une problématique et à participer à sa résolution et finalement, à transférer l'information dans un cadre académique est évaluée durant l'épreuve de dossier ;
- à s'approprier un matériel technique, à en identifier le fonctionnement et à effectuer des mesures pertinentes pour le caractériser est évaluée en épreuve de travaux pratiques.

L'aspect pluri technique des supports proposés permet d'évaluer l'aptitude des candidats à gérer un environnement expérimental au sein de son futur établissement.

Ces trois épreuves sont difficiles et les candidats, même les meilleurs, peuvent avoir le sentiment de ne pas avoir réussi tant l'objectif à atteindre semble hors de portée. Le jury est conscient du niveau d'exigence et accorde beaucoup d'importance au potentiel du candidat à s'adapter à ces contraintes, aux démarches mises en oeuvre, au recul pris par rapport à une problématique. Ainsi un candidat peut obtenir une excellente note même si sa prestation présente quelques défauts pourvu qu'il soit conscient de ceux-ci et des axes de progrès à suivre.

Évolutions des épreuves

Aujourd'hui il n'est pas possible d'ignorer que la conception globale des systèmes fait appel tout autant aux connaissances des systèmes de commande, électroniques programmables ou non, qu'à celles des chaînes d'action mécanique. Si ces dernières sont toujours le « cœur » du métier pour un agrégé de mécanique, il ne peut ignorer que les systèmes pluritechniques modernes intègrent une « intelligence » accrue dans leur commande. Commande qui permet de résoudre, à un moindre coût, de plus en plus de difficultés découlant du comportement de la chaîne d'action. Un agrégé de

mécanique ne peut ignorer les rudiments de l'électrotechnique utiles à la caractérisation de la chaîne d'énergie, notamment des actionneurs électriques, de leur commande et de leur protection.

L'évolution des différentes formations dans lesquelles un agrégé de mécanique est susceptible d'intervenir milite aussi pour une plus grande polyvalence (classes préparatoires aux grandes écoles de type PT ou PSI, baccalauréat scientifique à dominante « sciences de l'ingénieur », baccalauréats technologiques dont les contenus sont en évolution). Ces considérations amènent à renforcer le poids de ces « savoirs » jusque là considérés comme « périphériques », notamment dans l'épreuve de travaux pratiques ou celle de dossier.

Au cours de cette session le dispositif de suivi des activités des candidats lors de l'épreuve de travaux pratiques a été encore affiné : l'encadrement des candidats est plus important au début de la préparation, il est guidé pour réaliser des manipulations élémentaires pour prendre en main le matériel. Ce dispositif donne entière satisfaction et évite en particulier que des candidats, dont le potentiel est réel, ne se découragent en cours d'épreuve suite à un blocage ponctuel. Par ailleurs, on insiste afin que la présentation de l'application pédagogique centrée sur une manipulation du matériel proposé ne soit pas négligée lors de son exposé devant le jury.

Lors de l'épreuve de dossier industriel, le jury a pu entendre des candidats brillants exposer sur la base d'études d'excellente qualité. En moyenne, les dossiers étaient de bonne qualité, même si quelques rares candidats n'ont pas fait l'effort, pourtant essentiel, de présenter des supports authentiques issus de l'industrie, ou se sont contentés de les exploiter sans grande conviction. Enfin, encore quelques candidats ont abandonné faute de disposer d'un dossier prêt dans les délais. Cette épreuve se prête particulièrement à l'évaluation des compétences fines dans le domaine de la conception mécanique et l'application pédagogique relevant de la mécanique pure est à éliminer au profit d'applications dans le domaine de la technologie.

L'utilisation des technologies de l'information et de la communication via les moyens informatiques est une pratique courante en salle de classe et la plupart des enseignants peut ainsi faire des démonstrations de logiciels, projeter des vidéos ou des animations, présenter des développements de cours en préparant sur micro-ordinateur des documents qui sont ensuite soit mis à disposition des élèves sur leur poste informatique, soit projetés en classe avec un vidéo projecteur, soit envoyés aux élèves par courriel, soit mis à disposition sur un site internet. Ces possibilités ouvrent des portes à des approches pédagogiques que le tableau et la craie ou les transparents ne permettent pas d'atteindre.

Depuis plusieurs sessions, un PC est mis à la disposition de chaque candidat en salle de préparation. Les documents du dossier d'accompagnement du sujet de la leçon sont disponibles sous une forme numérique que le candidat peut utiliser ou non pour sa prestation. Il peut ensuite, durant sa présentation devant le jury, projeter ces documents, animations ou démonstrations. Les programmes des classes de lycée pré et post bac sont à leur disposition ainsi que les programmes de DUT. Lors de cette session, les « techniques de l'ingénieurs¹ » sont aussi à la disposition des candidats et l'intégralité des documents est accessible des PC de la salle de préparation. Les candidats ne maîtrisant pas le fond de certaines leçons « pointues » pouvaient mettre en évidence leur capacité à rechercher et à structurer les informations à leur disposition.

Il apparaît également important de rappeler que le jury est particulièrement sensible à la qualité de présentation et de communication des candidats. Le message sur le manque de combativité de certains candidats, évoqué dans les rapports précédents, semble avoir été entendu : pratiquement aucun candidat n'a abandonné encore en cours d'épreuves d'admission. Le jury a apprécié.

¹ Le jury remercie « Les techniques de l'ingénieurs » pour avoir mis gracieusement toute leur documentation sous forme numérique à sa disposition.

Pour une formation efficace, on ne peut qu'inciter les futurs candidats à rejoindre les préparations organisées par le CNED, les Universités et les ENS, et à encourager ces établissements à rechercher et à mettre en œuvre tous les moyens nécessaires à une préparation de qualité. Les centres de préparation viennent visiter le jury durant les épreuves et les échanges qui ont lieu à cette occasion sont bénéfiques aussi bien pour les préparations que pour le jury. La visite d'un laboratoire de Sciences de l'Ingénieur en classe préparatoire ainsi qu'une discussion sur les méthodes pédagogiques autour des travaux pratiques serait enrichissantes pour le candidat à l'agrégation.

Note importante :

Les épreuves du concours de l'agrégation de Mécanique, comme celles de tous les concours de recrutement d'enseignants, sont l'équivalent au niveau de l'éducation nationale, des entretiens d'embauches dans le secteur privé. L'attitude, l'expression orale et écrite et la tenue des candidats sont aussi des critères qui permettent d'évaluer l'image que le futur enseignant transmettra aux jeunes dont il aura la charge. Ces points sont importants (voir compétence 1).

Références des textes officiels et programmes

Les textes régissant l'agrégation de mécanique ont été publiés dans les journaux et bulletins officiels dont les références sont rappelées ci-dessous.

BOEN n°38 du 21 octobre 2004 :

Modalité des concours de l'agrégation (section mécanique).

JO du 10 août 2005

Modifiant les modalités des concours de l'agrégation

JO du 29 juin 2006, Arrêté du 20 juin 2006

Modifiant l'arrêté du 12 septembre 1988 modifié fixant les modalités des concours de l'agrégation et portant la durée de l'épreuve d'A.I.I. à 6h

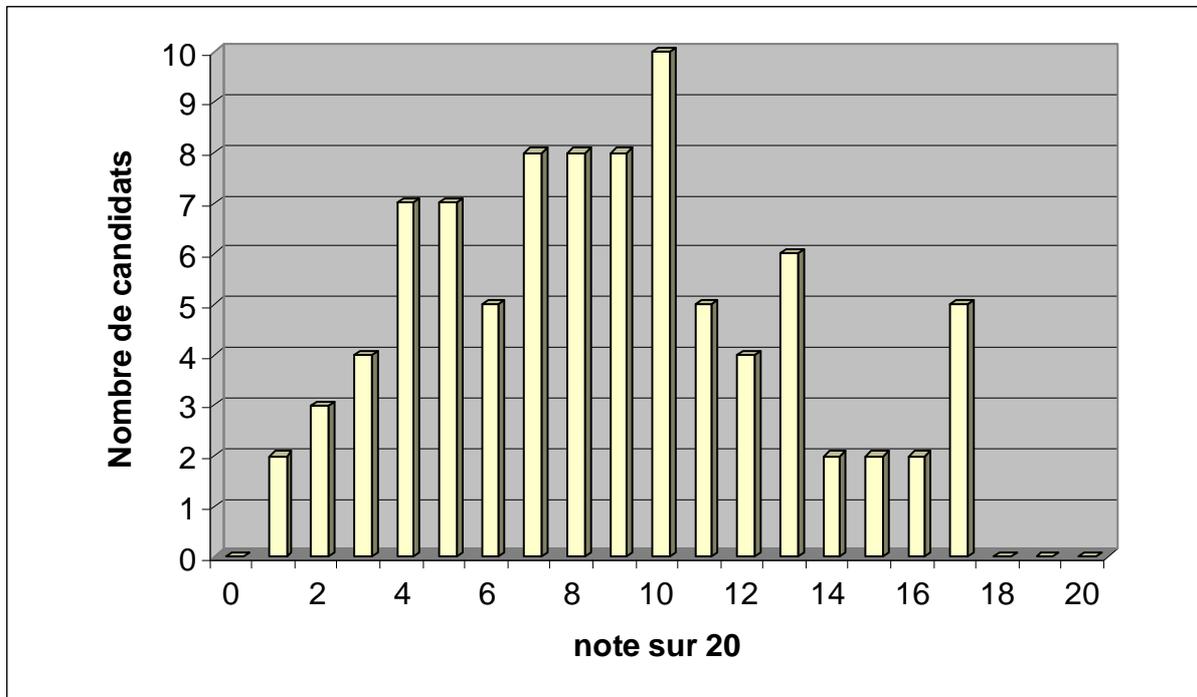
BOEN spécial n°6 du 25 juin 2010 donnant le programme pour la session 2010

Attention : Pour l'épreuve de soutenance d'un dossier industriel les candidats doivent impérativement adresser au secrétariat du jury, à l'adresse de l'établissement centre d'épreuves, le dossier qu'ils doivent présenter, **cinq jours francs au moins avant la date fixée** pour le premier jour des épreuves d'admission. Les envois postaux doivent être faits par plis recommandés avec accusé de réception. En cas d'envoi par pli ordinaire le risque est grand d'une arrivée trop tardive, dans tous les cas, **seul le cachet de la poste fait foi de la date d'envoi.**

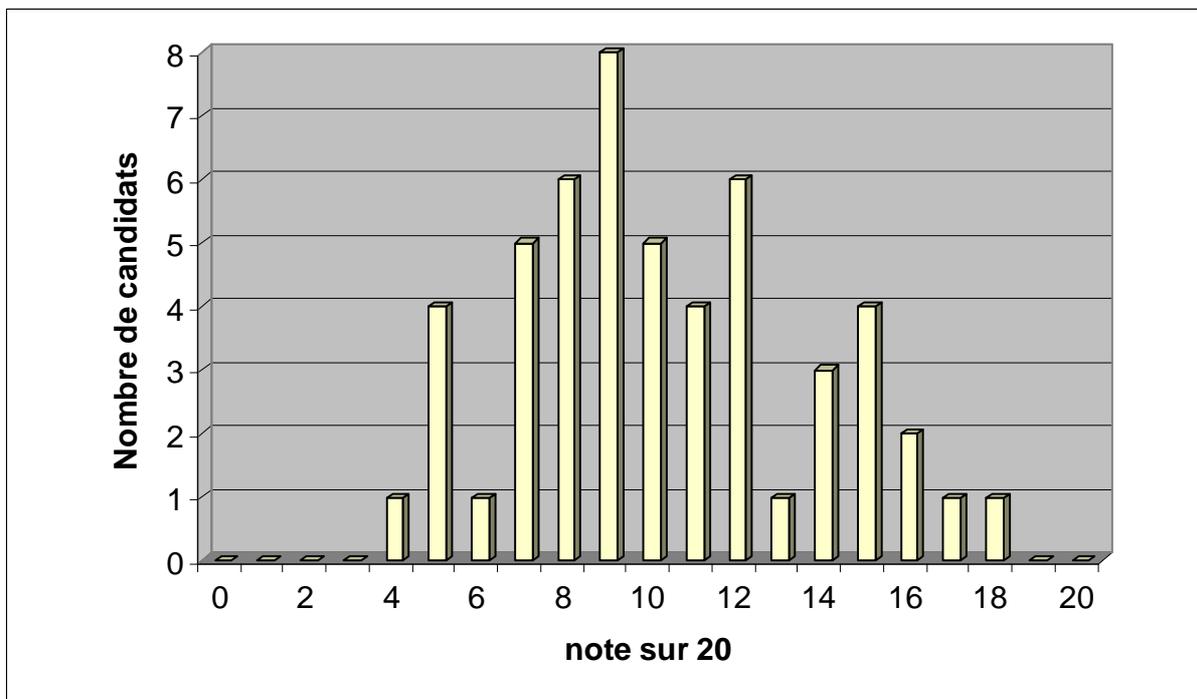
Luc CHEVALIER
Président de jury

Statistiques session 2010

Les deux graphes visualisent les distributions de notes à l'issue des épreuves écrites et à l'issue des épreuves orales.



Distribution des moyennes des épreuves écrites pour les 88 candidats présents à l'ensemble des épreuves écrites



Distribution des moyennes des épreuves écrites et orales pour les 52 candidats présents à l'oral

Session	Inscrits	Présents Première épreuve	Présents Dernière épreuve	Admissibles	Admis	Nombre de postes
1996	694	424	397	171	90	123
1997	792	526	491	175	101	116
1998	757	451	426	165	85	85
1999	736	393	363	167	81	81
2000	665	398	376	144	61	61
2001	598	377	358	141	61	61
2002	598	296	274	137	61	61
2003	491	301	286	94	49	49
2004	475	257	237	96	40	40
2005	442	212	204	96	43	43
2006	390	204	187	72	30	30
2007	324	153	144	75	30	30
2008	220	96	92	54	25	25
2009	195	93	84	54	25	25
2010	225	96	86	56	25	25

Évolution des nombres de candidats sur les 15 dernières sessions

Session	Moyenne obtenue par le premier admissible	Moyenne obtenue par le dernier admissible	Meilleure moyenne obtenue à l'oral	Plus basse moyenne obtenue à l'oral	Moyenne obtenue par le premier agrégé	Moyenne obtenue par le dernier agrégé
1996	14,40	7,00	16,50	1,60	14,85	7,75
1997	17,20	8,00	17,80	1,00	16,85	8,05
1998	16,20	7,30	17,70	1,40	16,80	8,10
1999	16,68	7,00	15,30	0,85	15,12	8,21
2000	16,06	7,38	13,90	1,15	14,51	8,20
2001	15,63	6,85	15,75	1,50	15,14	8,47
2002	13,88	6,91	14,80	1,60	14,35	8,07
2003	17,70	8,00	14,10	2,00	14,95	8,30
2004	17,50	8,00	14,40	1,00	13,50	9,70
2005	19,00	8,00	14,64	5,14	16,07	9,07
2006	17,17	9,00	13,86	4,00	13,86	10,18
2007	16,75	7,20	15,38	2,25	15,25	9,82
2008	17,5	7,0	17,5	0,6	16,6	10,1
2009	18,5	6,0	18,0	1,5	17,2	10,0
2010	16,7	6,0	19,0	1,8	17,7	9,5

Évolution des résultats depuis 15 ans

Le système Stingray

Les problèmes énergétiques actuels ont mis à jour la nécessité de trouver des sources d'énergie autres que fossiles. Parmi les autres sources d'énergie possibles, les ressources hydroliennes (ressources générant de l'électricité à partir des courants marins) semblent prometteuses. Les courants marins sont en effet parfaitement connus, et leur potentiel énergétique est très grand. On estime par exemple que le potentiel hydrolien de la France est de 14 000 GWh, et celui du Royaume Uni de 23 000 GWh.

Il existe actuellement de nombreux systèmes industriels pour récupérer l'énergie des courants marins : systèmes à déferlement, systèmes à colonnes d'eau oscillante, systèmes à corps mus par la houle, systèmes d'hélices hydroliennes, ...

Le support retenu pour cette étude est un système de récupération d'énergie par aile oscillante, appelé système Stingray (voir figure 0.1).

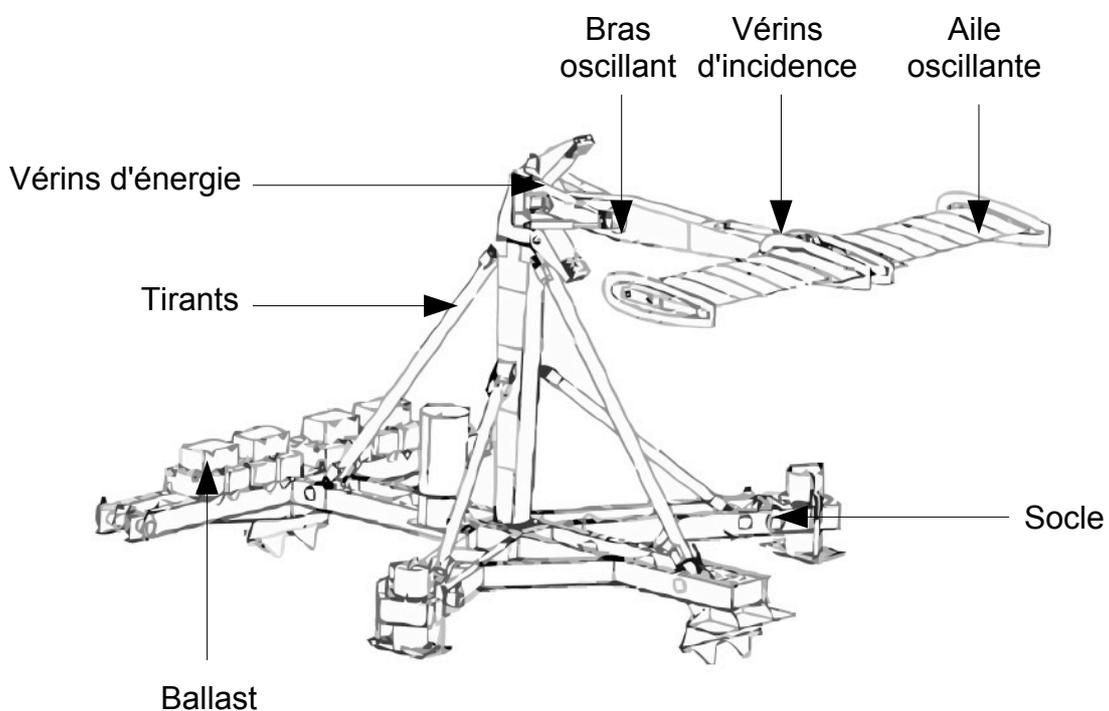
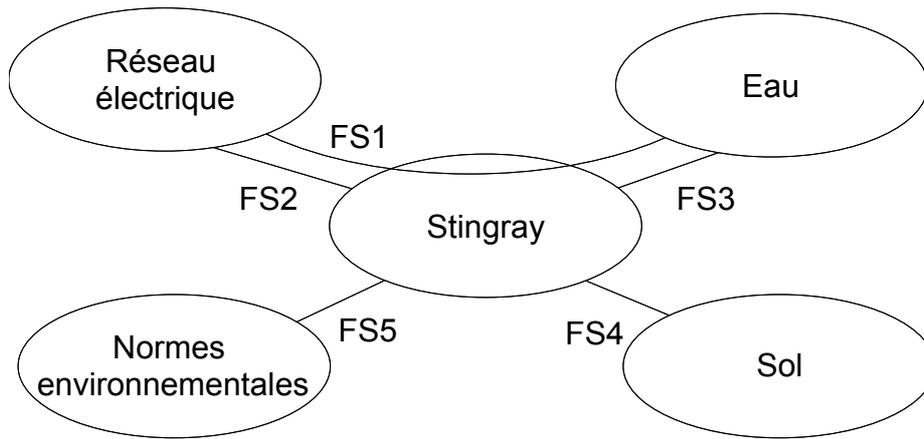


Figure 0.1 : système Stingray de récupération d'énergie par aile oscillante.

Le nom stingray vient d'une espèce de raie qui vit tapie sur le fond marin. Le système étudié imite son mouvement.

L'analyse fonctionnelle partielle du système est fournie sur la figure 0.2.



Fonctions	
FS1	Transformer l'énergie hydrolienne de l'eau en énergie pour le réseau électrique
FS2	Etre relié au réseau électrique
FS3	Résister à l'eau
FS4	S'adapter au sol
FS5	Respecter les normes environnementales

Figure 0.2 : analyse fonctionnelle partielle du système Stingray.

Ce système est ancré au fond de la mer. Il occupe une surface au sol de 280 m² et pèse 35 tonnes (185 tonnes en incluant le ballast). Lorsqu'il est positionné dans un courant marin, les forces de pression de l'eau sur l'aile génèrent un mouvement de rotation alternative du bras oscillant. L'incidence de l'aile par rapport au courant marin est contrôlée en temps réel pour avoir un rendement maximum. Quand le bras atteint sa position angulaire maximale, l'incidence de l'aile est inversée pour faire repartir le bras dans l'autre sens, et ainsi recommencer un cycle oscillatoire. Des vérins hydrauliques amortissent le mouvement en comprimant de l'huile vers un moteur hydraulique, qui entraîne une génératrice électrique à vitesse variable. L'aile a une envergure de 14 m (deux fois 7 m de chaque côté) et une corde de 3 m. Le bras, de 11 m de long, permet des oscillations de +/- 37°.

L'analyse structurelle partielle du système Stringray est illustrée sur la figure 0.3.

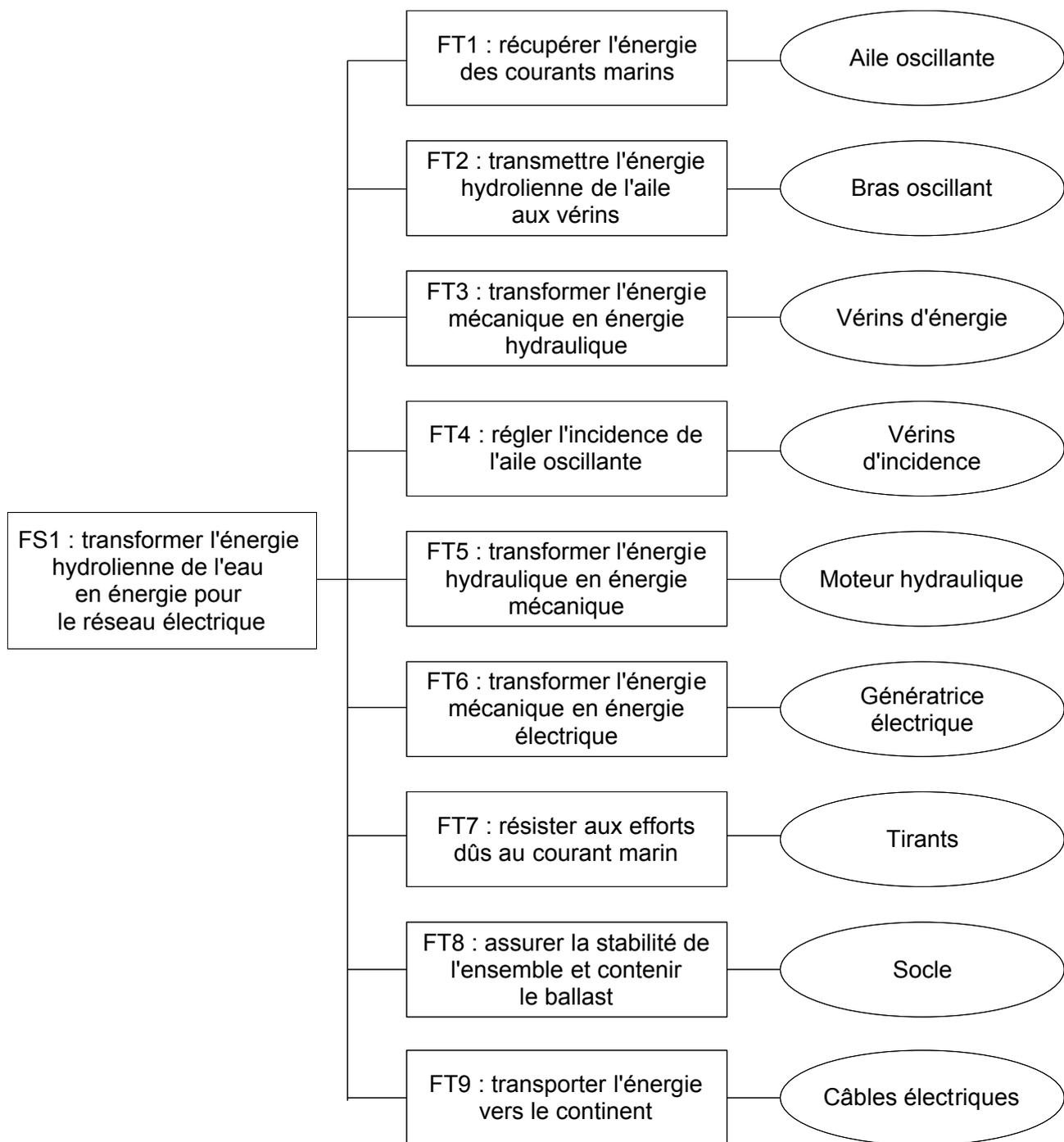


Figure 0.3 : analyse structurelle partielle du système Stingray.

L'objet de cette étude est la prédiction et la validation des performances de certaines de ces fonctions techniques. Elle est constituée des six parties suivantes :

- Partie 1 : prédiction d'une performance liée à la fonction technique FT1.
- Partie 2 : prédiction d'une performance liée à la fonction technique FT2.
- Partie 3 : validation du dimensionnement pour assurer la fonction FT1.
- Partie 4 : validation du dimensionnement pour assurer la fonction FT8.
- Partie 5 : validation du dimensionnement pour assurer la fonction FT6.
- Partie 6 : validation du dimensionnement pour assurer la fonction FT9.

Les candidats doivent répondre aux questions des six parties sur six copies différentes.

Partie 1 : Calcul de la force de portance exercée par le fluide sur l'aile

Pour répondre aux questions de cette partie, le candidat pourra, s'il le souhaite, utiliser les éléments de l'annexe de la partie 1, disponibles en fin de sujet.

L'objectif de cette partie est de prédire la performance de la fonction technique FT1. Sachant que la force de trainée peut en première approximation être négligée devant la force de portance, la performance de cette fonction technique peut être estimée en considérant la seule force de portance exercée par le fluide sur l'aile. On néglige les effets tri-dimensionnels et on s'intéresse à l'écoulement plan autour d'un profil d'aile NACA0015 représenté sur la figure 1.1. L'écoulement est permanent. Le fluide est incompressible et parfait. Le profil NACA0015 est symétrique par rapport à la corde, définie comme la droite reliant le bord d'attaque (BA) au bord de fuite (BF). La corde c vaut 3 m dans le cas présent. L'épaisseur maximale du profil est de 0.15c.

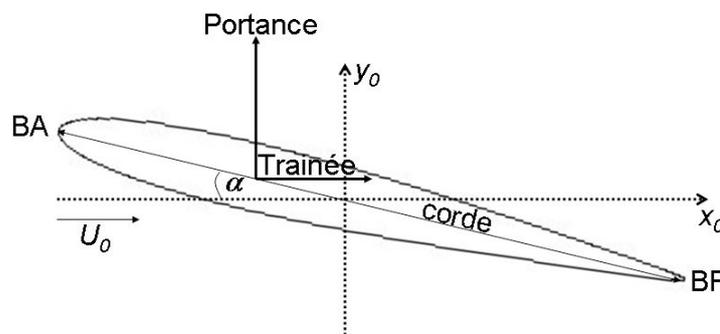


Figure 1.1 : profil d'aile symétrique.

La portance, force dont la direction est perpendiculaire à celle de l'écoulement incident, résulte de la distribution de pression sur le profil. Il est possible de la calculer à l'aide de la théorie des écoulements potentiels.

Question 1.1 L'écoulement plan autour du profil d'aile sera considéré irrotationnel. Montrer qu'il existe un potentiel des vitesses ϕ , défini par $\vec{U} = \vec{\nabla}\phi$ où \vec{U} est la vitesse de l'écoulement. Montrer que ce potentiel des vitesses satisfait, dans le fluide, à l'équation de Laplace $\Delta\phi = 0$.

Question 1.2 Montrer que les lignes équipotentielles ($\phi = \text{cste}$) sont perpendiculaires aux lignes de courant ($\psi = \text{cste}$).

La détermination de l'écoulement autour d'un profil d'aile par résolution de l'équation de Laplace est rendue délicate par la complexité de la géométrie. L'étude peut être ramenée à celle de l'écoulement potentiel autour d'un cylindre portant par utilisation d'une technique de transformation conforme. On s'intéressera donc dans un premier temps à l'écoulement autour d'un cylindre portant.

Écoulement potentiel autour d'un cylindre portant

L'écoulement potentiel autour d'un cylindre de rayon R (figures 1.2 et 1.3) peut être obtenu en considérant la superposition de trois écoulements élémentaires : un

écoulement de vitesse uniforme U_0 faisant un angle α avec l'axe horizontal (Ox), un dipôle centré sur l'origine d'intensité M et un tourbillon centré sur l'origine d'intensité Γ .

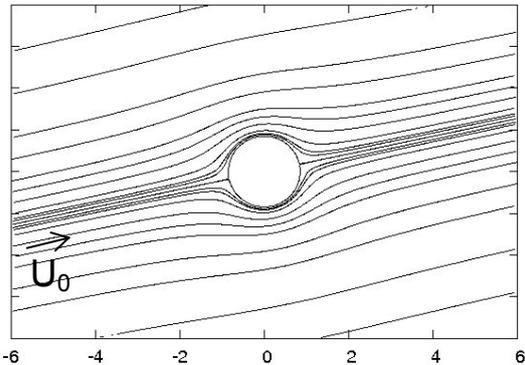


Figure 1.2 : écoulement autour d'un cylindre non portant ($\Gamma = 0$). L'angle d'incidence est égal à 12° .

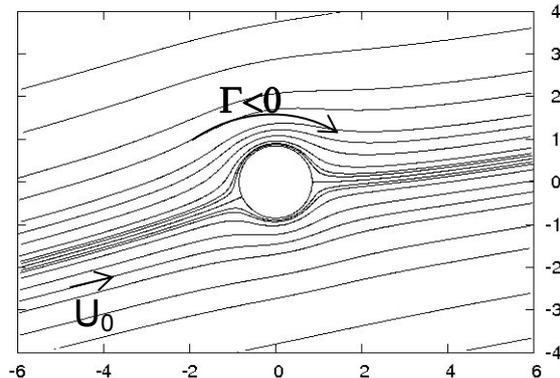


Figure 1.3 : écoulement autour d'un cylindre portant ($\Gamma \neq 0$). L'angle d'incidence est égal à 12° .

Question 1.3 Montrer que le potentiel complexe de l'écoulement $f(z)$ s'exprime comme :

$$f(z) = U_0 z e^{-i\alpha} + \frac{M}{2\pi z e^{-i\alpha}} - i \frac{\Gamma}{2\pi} \text{Ln}(z) \text{ dans lequel } z = r e^{i\theta}$$

et exprimer en coordonnées polaires le potentiel des vitesses $\phi(r, \theta)$ et la fonction de courant $\psi(r, \theta)$.

Question 1.4 Montrer que la condition d'imperméabilité sur la paroi du cylindre conduit à $M = 2\pi U_0 R^2$. En déduire que $\psi(r = R)$ représente une ligne de courant.

Question 1.5 Montrer que la vitesse complexe $w(z)$ s'annule en deux points d'affixe z_A définis par :

$$z_A e^{-i\alpha} = i \frac{\Gamma}{4\pi U_0} \pm \frac{1}{2} \sqrt{4R^2 - \frac{\Gamma^2}{4\pi^2 U_0^2}}$$

Question 1.6 Calculer $U(R, \theta)$, la vitesse à la surface du cylindre en fonction de la circulation Γ . L'angle θ est défini sur la figure 1.4.

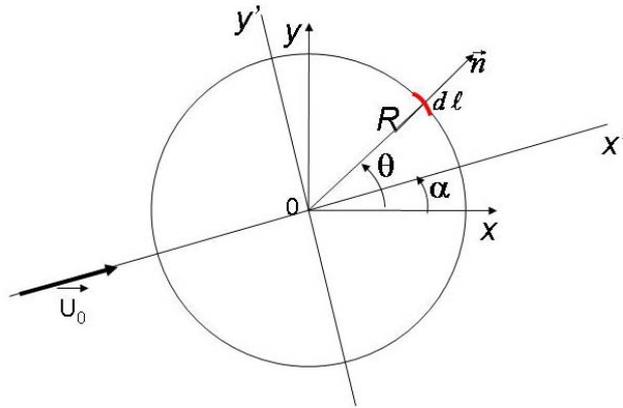


Figure 1.4 : cylindre portant de rayon R soumis à un écoulement incident parallèle à l'axe (Ox') .

Question 1.7 Calculer la différence de pression à la surface du cylindre définie comme $p(R, \theta) - p_0$. On note p_0 , la pression du fluide au loin. L'effet de la pesanteur sera négligé.

Question 1.8 Calculer la résultante des forces de pression exercées par le fluide sur la paroi du cylindre $\vec{R}_p = -\oint_{\text{cylindre}} p \vec{n} d\ell$. On note $d\ell$ un élément du contour et \vec{n} la normale à cet élément (figure 1.4).

Montrer que cette force est perpendiculaire à la vitesse du fluide incident $\vec{U}_0 = U_0 \vec{x}'$ et a pour intensité $L' = -\rho U_0 \Gamma$. Discuter le signe de L' .

Transformation de l'écoulement autour du cylindre en un écoulement autour du profil d'aile

On utilise maintenant une transformation conforme particulière, dite transformation de Joukowski, permettant de passer d'une section cylindrique à un profil d'aile. Pour le profil NACA0015, la transformation est obtenue en réalisant successivement les deux opérations suivantes :

- Passage du plan $z = re^{i\theta}$ au plan z_1 : décentrage du cercle par rapport à l'axe (Ox) d'une quantité m (m réel positif) : $z_1 = z - m$.
- Passage du plan z_1 au plan Z : transformation de Joukowski $Z = z_1 + \frac{a^2}{z_1}$

dans laquelle la constante $a = \frac{c}{4} = R - m$.

L'écoulement autour d'un profil NACA0015 de corde $c = 3$ m peut ainsi être obtenu à partir de l'écoulement autour d'un cylindre portant de rayon $R = 0.849$ m utilisant un décalage $m = 0.097$ m (figure 1.5). La superposition du profil obtenu par la transformation de Joukowski avec le profil réel est représentée sur la figure 1.6.

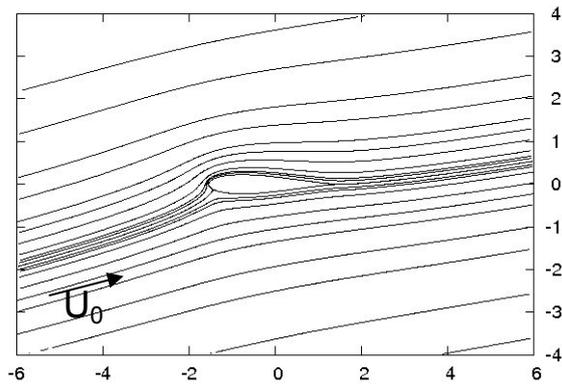


Figure 1.5 : écoulement autour du profil d'aile pour un angle d'incidence égal à 12°.

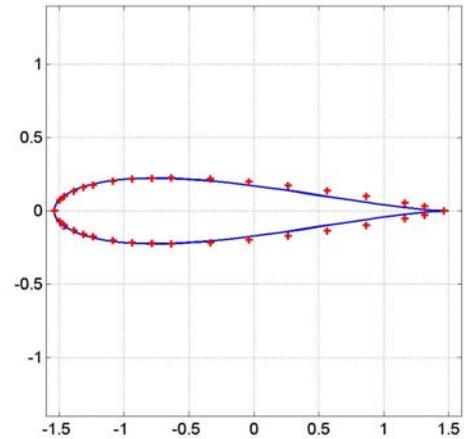


Figure 1.6 : superposition du profil NACA0015 (symboles «+») avec le profil obtenu par transformation conforme (trait continu).

Question 1.9 Montrer que la fonction vitesse complexe dans le plan image s'écrit :

$$W(Z) = \frac{dF}{dZ} = \frac{w(z)}{1 - a^2/z_1^2}$$

Question 1.10 Montrer que la vitesse complexe $W(Z)$ est singulière en deux points, l'un contenu à l'intérieur du profil d'aile et l'autre correspondant au bord de fuite du profil.

Question 1.11 Sachant que la vitesse complexe $W(Z)$ doit rester finie, la condition de Kutta impose une vitesse nulle au bord de fuite, $w(z = z_{BF}) = 0$. En déduire que la circulation de cet écoulement a pour intensité $\Gamma = -4\pi R U_0 \sin \alpha$.

Calcul de la portance autour du profil d'aile

On rappelle la définition de la circulation Γ autour d'un contour fermé. $\Gamma = \oint \vec{U} \cdot \vec{t} d\ell$

où \vec{t} représente le vecteur unitaire dans la direction tangentielle à l'élément de contour $d\ell$.

Question 1.12 Montrer que $\Gamma = \oint d\phi$ où ϕ est le potentiel des vitesses défini à la question 1.2.

Question 1.13 En déduire l'égalité des forces de portance sur le cylindre de rayon R et sur le profil d'aile obtenu à partir de ce même cylindre par la transformation de Joukowski ($a = \frac{c}{4} = R - m$).

Question 1.14 Sachant que le coefficient de portance est défini par : $C_L = \frac{|L'|}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 c}$,

montrer qu'aux faibles valeurs de l'angle d'attaque, on peut écrire $C_L \approx 2\pi |\sin \alpha|$.

Question 1.15 Montrer que l'aile oscillante permet de produire de l'énergie sous réserve que l'angle d'attaque soit non nul. Sachant que l'aile oscillante a une envergure égale à 14 m, calculer la force de portance lorsque l'angle d'attaque est égal à 12° et la vitesse des courants $U_0 = 2 \text{ ms}^{-1}$ (on prendra $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$).

Conclure quant à la performance de la fonction technique FT1.

Partie 2 : Etude de la fonction de service FT2

L'objectif de cette partie est de prédire le niveau du critère de puissance moyenne de la fonction de service FT2.

Fonction	Critère	Niveau
FT2 : Transmettre l'énergie hydrolienne de l'aile aux vérins
	Puissance moyenne	?

Le modèle adopté pour cette étude est le modèle plan suivant (voir figure 2.1) :

- Le système sera considéré comme évoluant dans le plan $(O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ du repère $(O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ supposé galiléen.
- On associe au bras 1 le repère $(O_1; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ tel que $O_0=O_1$ et $\theta_{10}=(\vec{x}_0, \vec{x}_1)$. Cette pièce 1 est modélisée par une barre homogène de longueur L_1 et de masse m_1 .
- On associe à l'aile 2 le repère $(O_2; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ tel que $\vec{O_1O_2}=L_1 \vec{x}_1$. On pose $\theta_{21}=(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$. Cette aile, de masse m_2 , est modélisée par une plaque d'épaisseur nulle, homogène, de dimensions c (la corde) et $2b$ sur les vecteurs \vec{x}_2 et \vec{z}_0 . Le point O_2 est situé à une extrémité de l'aile.
- Les deux vérins d'énergie V1 et V2 sont supposés de masses nulles, et sont en liaisons pivot d'axes (A_1, \vec{z}_0) et (A_2, \vec{z}_0) par rapport au bâti, et en liaison pivot d'axe (B, \vec{z}_0) par rapport au bras 1. On pose $\vec{O_1B}=R_1 \vec{x}_1$ et $\vec{O_1A_1}=-\vec{O_1A_2}=H \vec{y}_0$.
- La gravité est $-g \vec{y}_0$.
- On modélise l'action de l'eau sur la pièce 1 par une force linéique de frottement visqueux (modélisation de l'action du fluide sur un solide non profilé en mouvement), répartie sur toute la longueur de la pièce 1, s'opposant à la vitesse, dont la norme sera proportionnelle à la vitesse du point où elle s'applique (constante de proportionnalité K_e , exprimée en $N.s.m^{-2}$).
- On modélise l'action de l'eau sur la pièce 2 par le torseur d'action mécanique
$$[F(\text{eau} \rightarrow 2)] = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_{e2} = F_{e2x} \vec{x}_2 + F_{e2y} \vec{y}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_c, \text{ avec } \vec{O_2C} = \frac{c}{4} \vec{x}_2.$$
- On note $\vec{F}(V1 \rightarrow 1) = F(V1 \rightarrow 1) \frac{\vec{A_1B}}{\|\vec{A_1B}\|}$ et $\vec{F}(V2 \rightarrow 1) = F(V2 \rightarrow 1) \frac{\vec{A_2B}}{\|\vec{A_2B}\|}$ les forces qu'exercent les vérins V1 et V2 sur 1.

Le mouvement oscillatoire du bras 1 entraîne l'allongement et le raccourcissement des vérins V1 et V2. Au cours de leur allongement et de leur raccourcissement, ces vérins pompent de l'huile et l'envoient à un moteur hydraulique. Le moteur hydraulique ne tourne que dans un seul sens. Il est mécaniquement accouplé à une génératrice électrique.

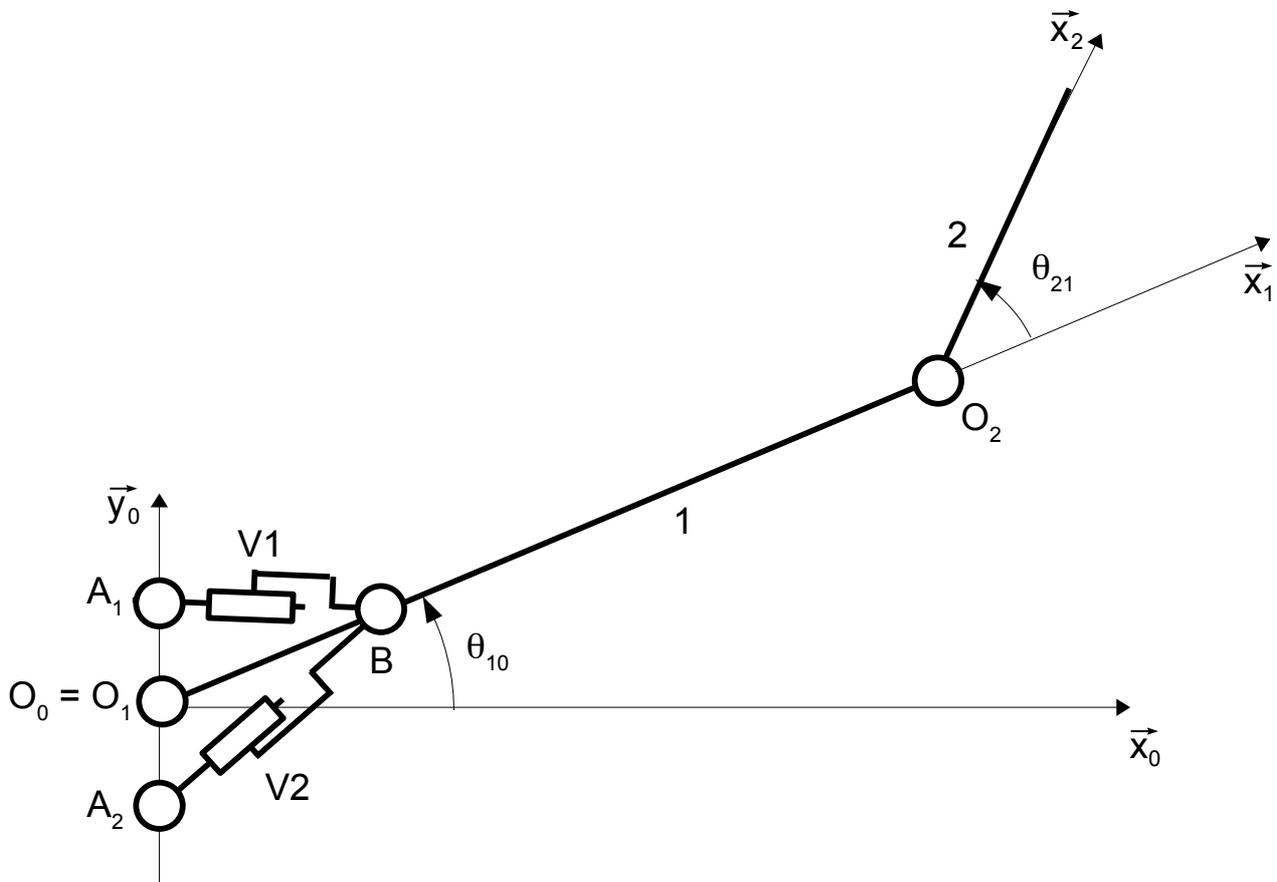


Figure 2.1 : modélisation retenue pour l'étude de la fonction FT2.

Question 2.1 Proposer un schéma d'un circuit hydraulique qui permette de rendre compte du comportement annoncé des vérins V1 et V2.

Question 2.2 Déterminer l'expression des matrices d'inerties $I_{O_1}(1)$ dans la base 1 et $I_{O_2}(2)$ dans la base 2.

Question 2.3 Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble $\{1+2\}$ dans son mouvement par rapport au repère R_0 .

Question 2.4 Déterminer l'expression des coefficients énergétiques associés aux paramètres θ_{10} et θ_{21} .

Question 2.5 Déterminer l'énergie mécanique de pesanteur.

Question 2.6 Déterminer la puissance virtuelle due à l'action de l'eau sur 1 et 2, pour un paramétrage $\dot{\theta}_{10}^*$ et $\dot{\theta}_{21}^*$ compatible avec les liaisons.

Question 2.7 Justifier la direction des efforts $\vec{F}(V1 \rightarrow 1)$ et $\vec{F}(V2 \rightarrow 1)$, et déterminer la puissance virtuelle due à l'action des vérins V1 et V2 sur 1 dans un mouvement dû au paramètre virtuel θ_{10}^* . Exprimer le résultat en fonction de $F(Vi \rightarrow 1)$, θ_{10}^* et des données géométriques.

Question 2.8 Déterminer la vitesse d'allongement des vérins en fonction de θ_{10} . Cette relation sera utilisée dans la loi de comportement des vérins.

Question 2.9 Ecrire l'équation de Lagrange associée au paramètre θ_{10} .

Afin d'obtenir un rendement optimal de la puissance générée, le mouvement du bras est asservi sur un cycle sinusoïdal. L'orientation de l'aile oscillante, et donc son angle d'attaque avec le courant marin, est calculée en temps direct par la chaîne de commande, et piloté par les vérins d'incidence.

En prenant appui sur les équations précédentes, la modélisation de l'action mécanique de l'eau sur l'aile oscillante (voir partie 1) et les lois de comportements des vérins, la simulation numérique permet de prédire les mouvements du système et l'évolution de la puissance générée. Le résultat de cette simulation numérique est donné sur la figure 2.2.

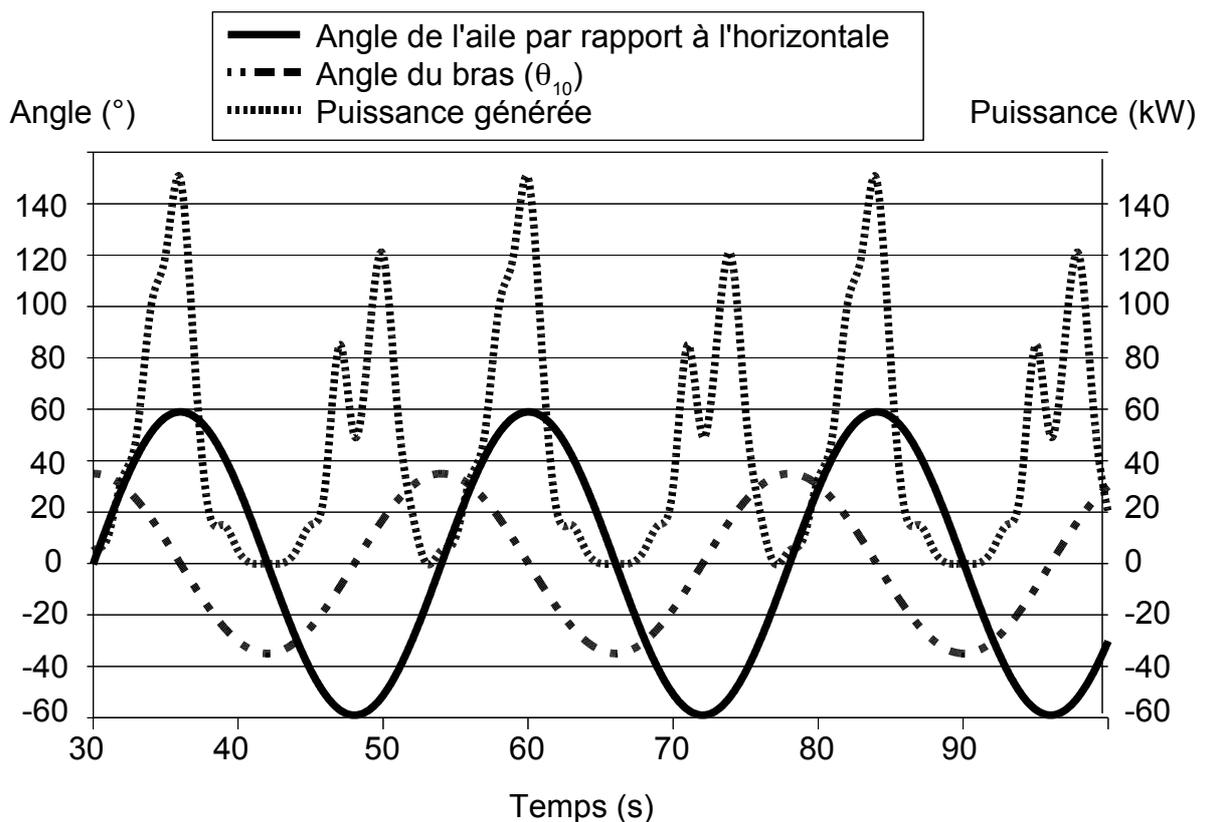


Figure 2.2 : simulation du mouvement du système et de la puissance générée.

Question 2.10 Commenter les courbes obtenues (évolution temporelle de chaque courbe, et cohérence des évolutions comparées entre les courbes).

Question 2.11 Par lecture graphique de la figure 2.2, déterminer un ordre de grandeur de la valeur du critère de puissance moyenne de la fonction FT2 du cahier des charges.

Partie 3 : Etude de la fonction technique FT1

L'objectif de cette partie est de valider le dimensionnement prévisionnel de l'aile oscillante dans sa performance liée à la fonction technique FT1.

Fonction	Critère	Niveau
FT1 : récupérer l'énergie des courants marins
	Résistance aux efforts de pression	pression de l'eau sur l'aile < 50 000 Pa

La modélisation retenue d'une moitié d'aile sera la suivante (voir figure 3.1) :

- Par souci de simplification, la géométrie est celle d'une plaque mince Ω de dimensions b suivant \vec{z}_2 et c suivant \vec{x}_2 , et d'épaisseur h petite devant les autres dimensions.
- La seule action mécanique agissant sur cette moitié d'aile est une force surfacique $f(x, z)\vec{y}_2$ répartie sur toute la surface et correspondant à la pression de l'eau sur l'aile.
- Le pied de la géométrie est encasté au niveau de la frontière $\partial_1\Omega$.
- Le matériau est élastique, linéaire, homogène, isotrope, de module d'Young E et de coefficient de Poisson ν .
- On se limite au comportement en flexion de l'aile : le déplacement d'un point de la surface médiane S (surface d'altitude $y = 0$) sera donc $w(x, z)\vec{y}_2$.

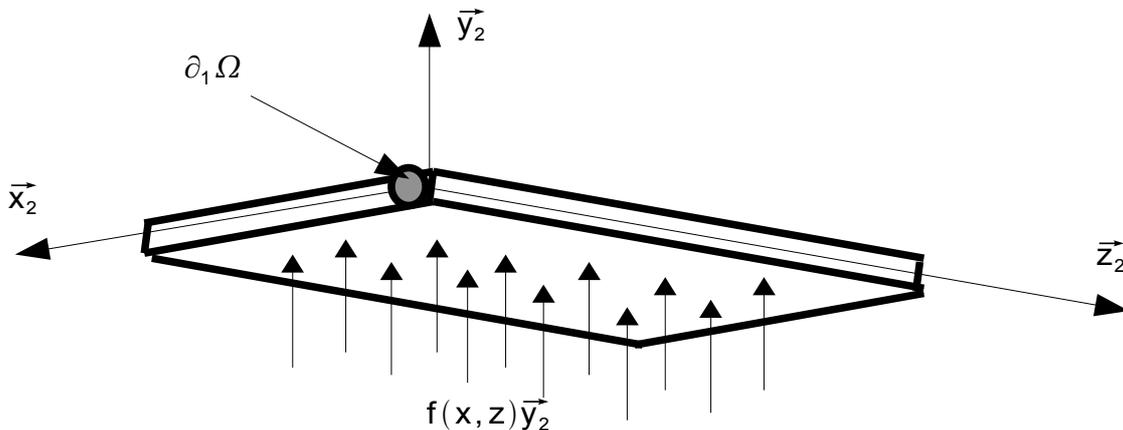


Figure 3.1 : modélisation retenue pour la moitié d'aile.

D'un point de vue cinématique, on suppose que tout segment de l'aile orthogonal à la surface médiane se déplace avec un mouvement de corps rigide. On note alors $\theta_x(x, z)$ et $\theta_z(x, z)$ les angle de rotation suivant \vec{x}_2 et \vec{z}_2 des segments (voir figure 3.2).

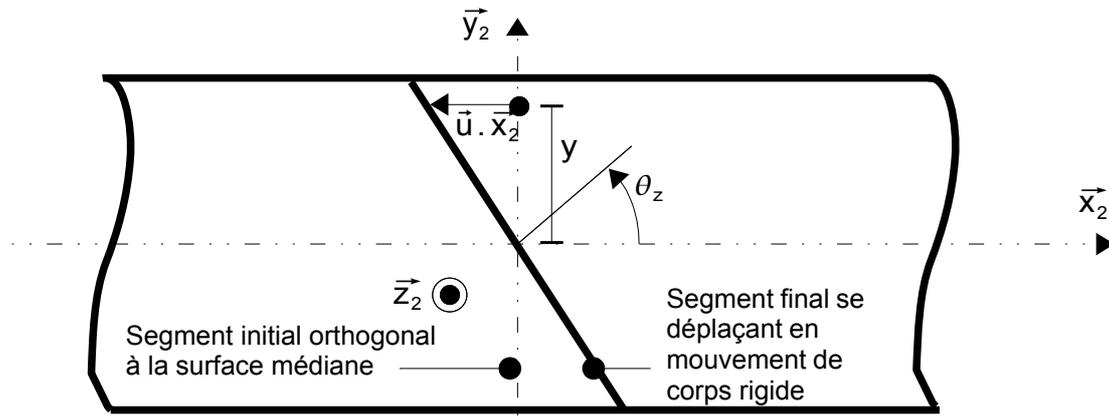


figure 3.2 : rotation autour de \vec{z}_2 d'un segment de l'aile.

Question 3.1 Exprimer le déplacement $\vec{u}(P)$ d'un point $P(x, y, z)$ de l'aile en fonction de w , θ_x , θ_z et y .

On se place ensuite dans l'approximation de Kirchhoff-Love : au cours de leur déplacement, les segments restent orthogonaux au plan tangent de l'aile déformée.

Question 3.2 Déterminer l'expression du déplacement $\vec{u}(P)$ d'un point $P(x, y, z)$ de l'aile en fonction de w et de ses dérivées partielles.

Sous ces conditions, le tenseur de déformation s'écrit

$$[\epsilon(P)] = \begin{bmatrix} -y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} & 0 & -y \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \\ 0 & 0 & 0 \\ -y \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} & 0 & -y \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \end{bmatrix}$$

La plaque étant relativement mince, on se place sous l'hypothèse des contraintes planes.

On note $(\sigma) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \sqrt{2}\sigma_{xz} \end{pmatrix}$ la partie plane du tenseur des contraintes, et $(\epsilon) = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{zz} \\ \sqrt{2}\epsilon_{xz} \end{pmatrix}$ la partie

plane du tenseur de déformation.

Question 3.3 Montrer que l'on peut écrire $(\sigma) = [D](\epsilon)$, avec $[D]$ une matrice 3x3 à déterminer.

On définit dans la suite le vecteur de courbure (C) par $(\epsilon) = y(C)$.

On a alors $(\sigma) = y[D](C)$.

Question 3.4 Montrer que la puissance virtuelle des efforts intérieurs du problème associé au champ de déplacement virtuel \tilde{u}^* , $P_{int}^* = - \int_{\Omega} \text{Tr}([\sigma][\epsilon(\tilde{u}^*)]) d\Omega$, s'écrit

$P_i^* = - \int_S (M)^T \cdot (C^*) dS$, où T est l'opérateur de transposition, et (M) un vecteur à définir en fonction de h , $[D]$ et (C) .

On choisit d'approcher la solution par une approximation en éléments finis sur chaque élément du maillage de la plaque. Le déplacement approché $w^h(x,z)$ sera donc recherché, sur chaque élément, sous la forme $w^h(x,z) = (N_e)^T \cdot (d_e)$, où (N_e) est le vecteur des fonctions de forme et (d_e) le vecteur des degrés de liberté correspondants.

On note alors $[B_e] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (N_e)^T \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2} (N_e)^T \\ \sqrt{2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} (N_e)^T \end{bmatrix}$.

Question 3.5 Montrer que la puissance virtuelle des efforts intérieurs du problème s'écrit $P_{int}^* = - \sum_{e \in \text{élément}} (d_e^*)^T \cdot [K_e](d_e)$ et que la puissance virtuelle des efforts extérieurs du

problème s'écrit $P_{ext}^* = \sum_{e \in \text{élément}} (d_e^*)^T \cdot (f_e)$, où la matrice de raideur élémentaire $[K_e]$ et le vecteur des forces nodales généralisées (f_e) sont à exprimer en fonction de h , $[D]$, $[B_e]$, (N_e) et $f(x,y)$.

On utilise un maillage rectangulaire à quatre noeuds par élément et trois inconnues par noeud : w , $\frac{\partial w}{\partial x}$ et $\frac{\partial w}{\partial z}$ (pour représenter le déplacement en flexion de la plaque et les rotations des sections droites). Il est représenté sur la figure 3.3.

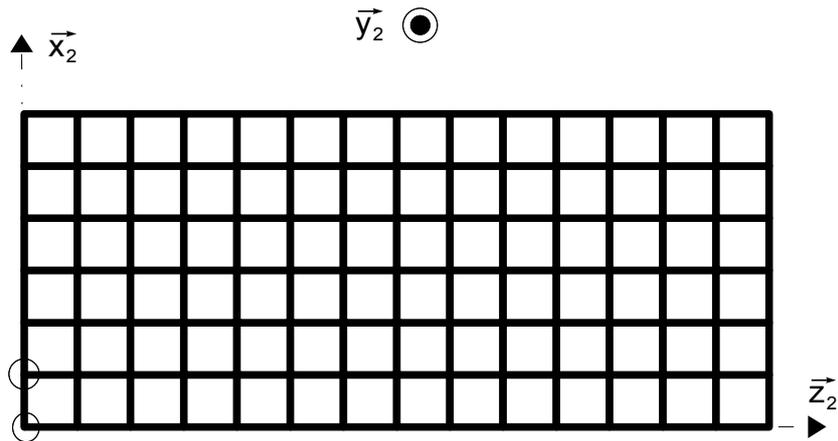


Figure 3.3 : maillage utilisé pour l'obtention de la déformée de l'aile. Les deux noeuds entourés sont encastés en déplacement et rotation.

Question 3.6 Déterminer la taille du problème matriciel qui sera à résoudre.

La déformée du problème éléments finis, et le niveau des contraintes de von Mises sont donnés sur la figure 3.4.

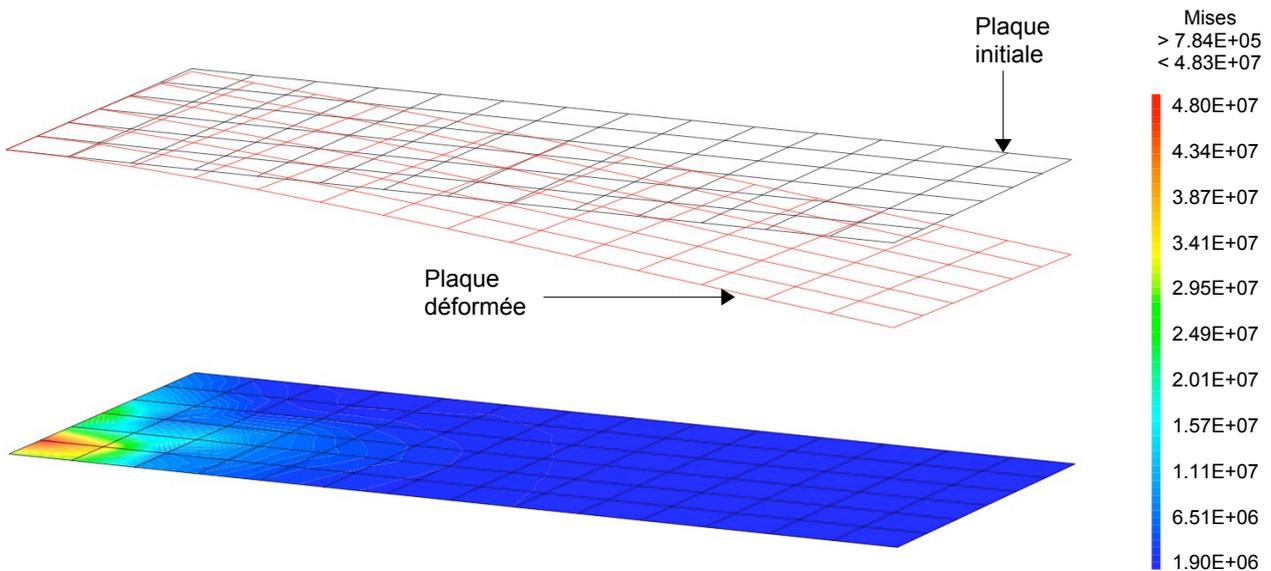


Figure 3.4 : déformée du problème élément fini, et niveau des contraintes de von Mises sur la peau extérieure (en Pa).

Pour faire face aux aléas de modélisations, on tient compte d'un coefficient de sécurité pour le matériau utilisé dans l'aile, en limitant les contraintes admissibles à 100 MPa.

Question 3.7 Conclure quant au dimensionnement de l'aile pour satisfaire le critère de résistance aux efforts de pression de la fonction FT1.

Partie 4 : Dimensionnement au flambement du mat

L'objectif de cette partie est de valider le dimensionnement au flambement du mat et des tirants pour assurer la fonction FT8.

La base du système Stingray est constituée d'un socle, d'un mat de 15 m de hauteur et de 4 tirants (figure 4.1). Etant donné la faible rigidité en flexion des liaisons mats/tirants et socle/tirants par rapport à celles du mat et des tirants, on suppose que les tirants sont articulés à leurs extrémités. Le mat est encastré à sa base sur le socle.

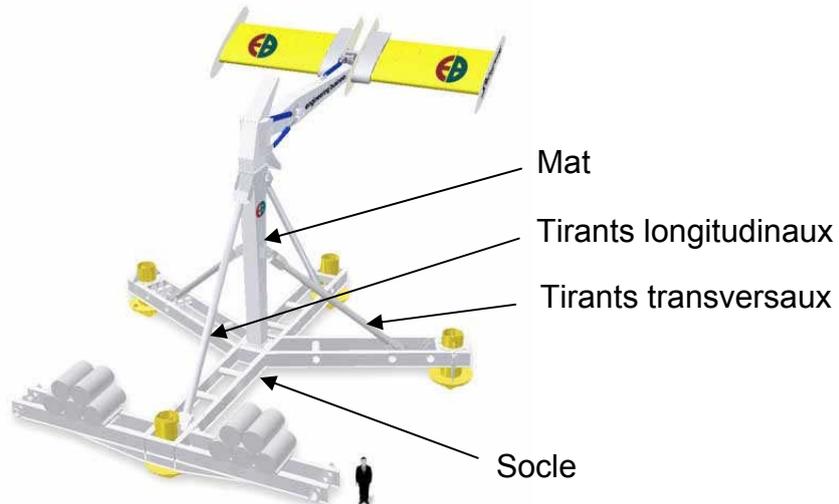


Figure 4.1 : la base du système Stingray.

Etude préliminaire

Considérons une poutre rectiligne de section constante, de moments quadratiques I_{Gz} et I_{Gy} ($I_{Gz} < I_{Gy}$) (figure 4.2.a). Cette poutre est soumise à une force axiale de compression P et une force répartie q qui peut varier avec la distance x le long de la poutre. Considérons un élément de poutre de longueur dx entre deux sections droites prises normales à l'axe initial (figure 4.2.b). La charge répartie q peut être considérée comme constante le long de cette distance dx . Les efforts et les moments agissant sur l'élément de poutre sont indiqués sur la figure 4.2.b.

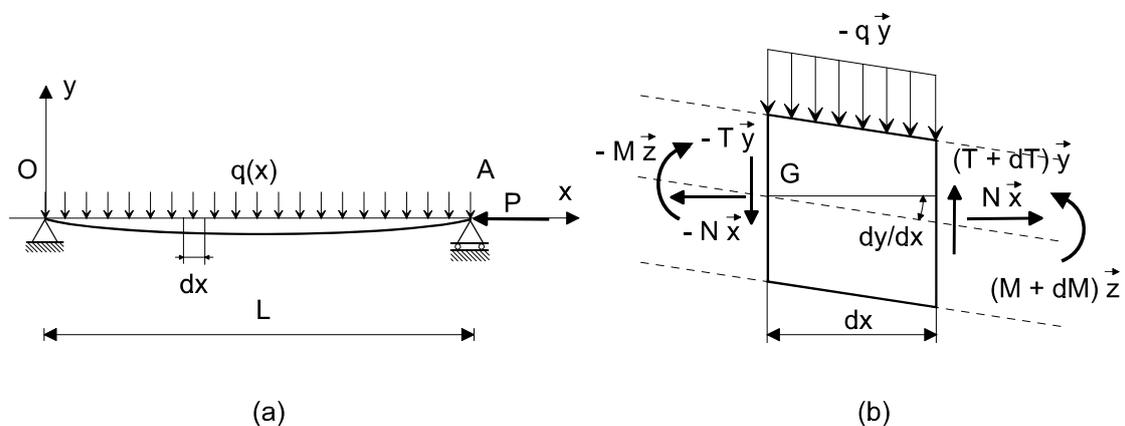


Figure 4.2 : poutre soumise à des efforts latéraux et normaux.

Question 4.1 Etudier l'équilibre du tronçon de poutre de la figure 4.2.b. En déduire les équations d'équilibre locales suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dT}{dx} = +q \\ \frac{dM}{dx} = -T + P \frac{dy}{dx} \end{cases} \quad (4.1)$$

Question 4.2 Démontrer que l'équation de la ligne moyenne peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{d^4y}{dx^4} + k^2 \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{q}{EI_{Gz}} \quad (4.2)$$

Donner l'expression de k .

Question 4.3 La solution générale de l'équation différentielle (4.2) s'écrit :

$$y(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx) + Cx + D + y_p(x) \quad (4.3)$$

où y_p est une solution particulière de l'équation différentielle. Si la poutre de la figure 4.2.a est soumise à une charge répartie q uniforme et à un effort de compression P , proposer une solution particulière y_p de l'équation (4.2).

Question 4.4 Dans ce cas, démontrer que les conditions aux limites associées à l'équation de la ligne moyenne (4.2) s'écrivent $y = 0$ et $y'' = 0$ en $x = 0$ et en $x = L$.

Question 4.5 Etablir l'expression de la déformée $y(x)$. En déduire l'expression de l'effort critique de flambement F_c . Commenter ce résultat.

Question 4.6 Par découpage du cas précédent, déduire l'effort critique de flambement dans le cas d'une poutre encastree à l'une de ses extrémités et libre à l'autre (figure 4.3.a).

Question 4.7 On s'intéresse maintenant au cas d'une poutre encastree à l'une de ses extrémités et en appui simple à l'autre (figure 4.3.b). Déterminer la charge critique de flambement dans ce cas. On admettra que la plus petite racine positive de l'équation $\tan(a) = a$ est environ 4,493.

Question 4.8 On note σ_e la limite d'élasticité du matériau. A quelle condition les charges critiques de flambement calculées précédemment sont-elles applicables ?

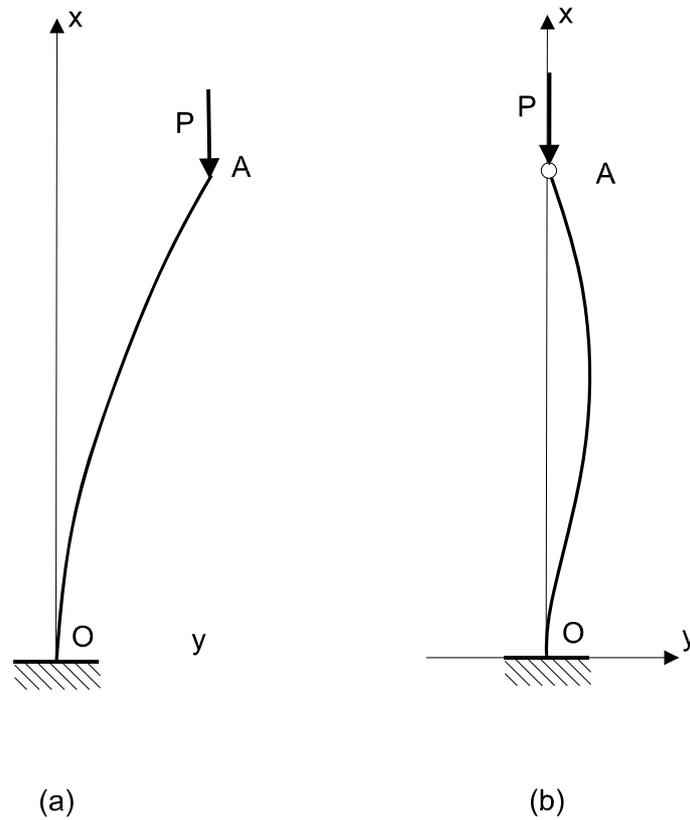


Figure 4.3 : différentes configurations de flambement.

Application au dimensionnement du mat et des tirants

Dans cette section on s'intéresse au dimensionnement en flambement du mat et des 2 tirants longitudinaux, on ne prend pas en compte les tirants transversaux. On modélise la base comme indiqué sur la figure (4.4). Le mat est encasté sur le socle et les tirants sont articulés à chacune de leurs extrémités. On note respectivement (I_b, S_b) le moment quadratique et la section des tirants (sections circulaires) et (I_{Gz}, I_{Gy}, S) les moments quadratiques par rapport aux axes z et y et la section du mat (section rectangulaire). On note P l'effort de compression exercé par le bras sur le nœud A.

Les tirants et le mat sont réalisés dans un même matériau de module d'Young E et de limite d'élasticité σ_e .

Question 4.9 Dans la configuration de la figure 4.4, déterminer l'expression de l'effort de compression exercé en pratique sur chacun des tirants longitudinaux et sur le mat.

Question 4.10 En déduire l'expression des conditions de non flambement et de non plastification des tirants longitudinaux et du mat dans cette configuration.

Question 4.11 Proposer une démarche de dimensionnement du mat et des tirants longitudinaux pour satisfaire le critère de stabilité de la fonction FT8.

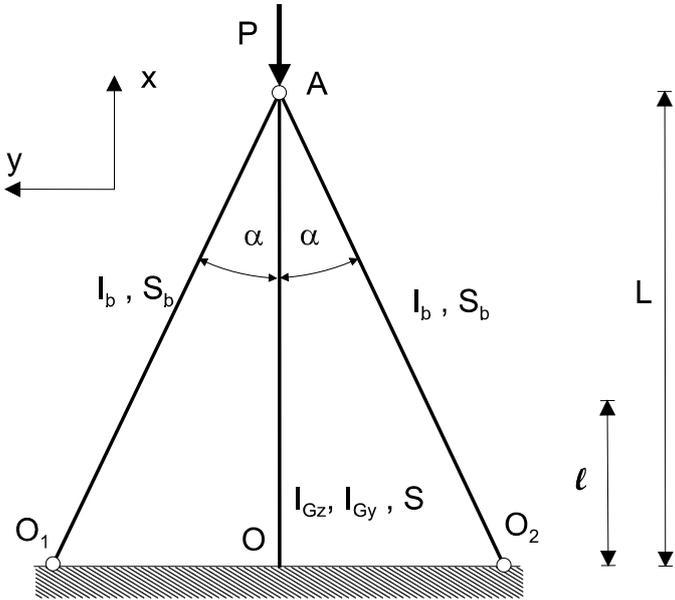


Figure 4.4 : modélisation de la base du Stingray.

Partie 5 : Dimensionnement de l'enceinte de protection du POD

Pour répondre aux questions de cette partie, le candidat pourra, s'il le souhaite, utiliser les éléments de l'annexe de la partie 5, disponibles en fin de sujet.

L'objectif de cette partie est de valider le dimensionnement de l'enceinte de protection du POD (moteur hydraulique + réducteur + génératrice électrique) pour assurer la fonction FT6. L'enceinte (figure 5.1) est constituée d'un tube fermé à ses deux extrémités par une plaque épaisse (base) et un couvercle.

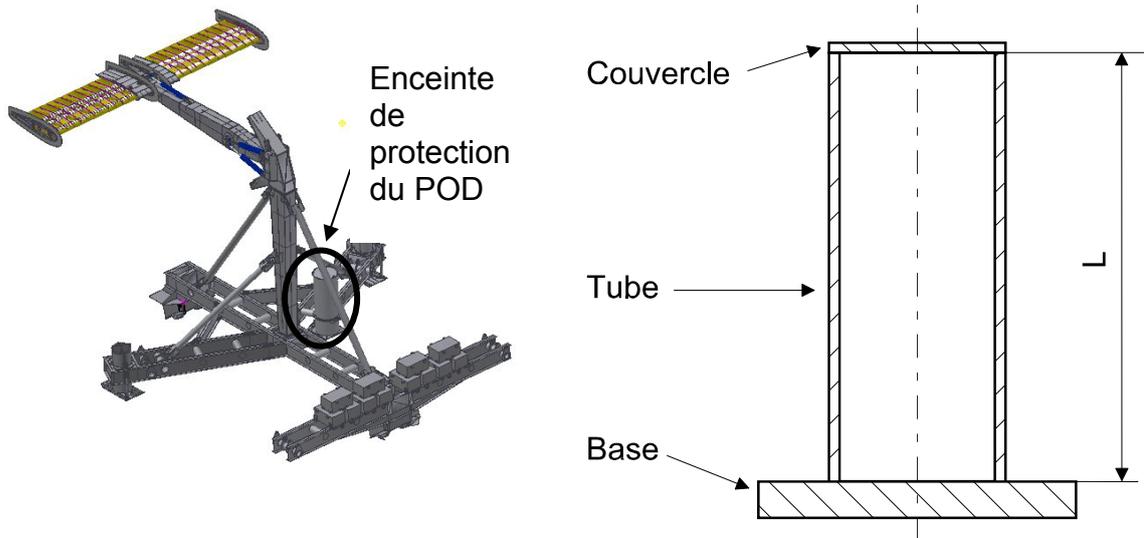


Figure 5.1 : enceinte de protection du POD.

Etude préliminaire d'un tube sous pression

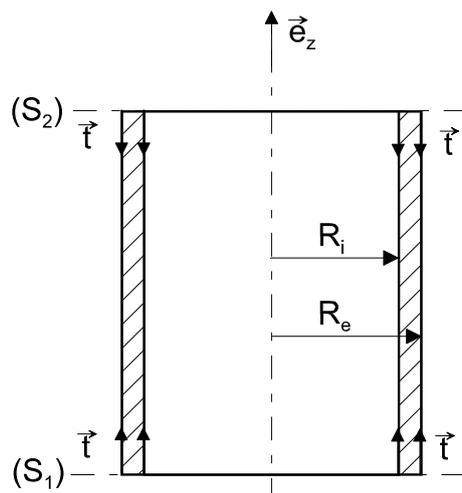


Figure 5.2 : modélisation du tube de l'enceinte du POD.

Le tube, qui constitue l'élément principal de l'enceinte, est une enveloppe cylindrique de longueur L , de rayon intérieur R_i et de rayon extérieur R_e (figure 5.2). Etant

plongé dans l'eau, le tube subit une pression extérieure notée p_e que l'on supposera uniforme sur sa hauteur. La pression intérieure, notée p_i , est également supposée uniforme. On suppose que p_e et p_i sont suffisamment élevées pour que l'on puisse négliger l'effet des forces de gravité. On limite notre étude à la partie cylindrique située entre les sections (S_1) et (S_2) (figure 5.2). Les sections (S_1) et (S_2) sont supposées sollicitées par des tensions uniformément réparties notées \bar{t} .

On définit, dans le système de coordonnées cylindriques représenté par la base $(\bar{e}_r, \bar{e}_\theta, \bar{e}_z)$, le champ de déplacement d'un point matériel M de ce tube par :

$$\bar{U}(M) = u\bar{e}_r + v\bar{e}_\theta + w\bar{e}_z$$

On note (r, θ, z) les coordonnées du point M dans ce système. Les matrices représentatives des tenseurs des contraintes et des déformations sont notées :

$$\left[\bar{\sigma} \right] = \begin{bmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & \sigma_{rz} \\ \sigma_{r\theta} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{rz} & \sigma_{\theta z} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}_{(\bar{e}_r, \bar{e}_\theta, \bar{e}_z)}, \quad \left[\bar{\varepsilon} \right] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{rr} & \varepsilon_{r\theta} & \varepsilon_{rz} \\ \varepsilon_{r\theta} & \varepsilon_{\theta\theta} & \varepsilon_{\theta z} \\ \varepsilon_{rz} & \varepsilon_{\theta z} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}_{(\bar{e}_r, \bar{e}_\theta, \bar{e}_z)}$$

Question 5.1 Compte tenu des symétries du problème (géométrie et sollicitations), le matériau étant isotrope, proposer la forme du champ de déplacement. En déduire l'expression de la matrice des déformations.

Question 5.2 Le tube est fabriqué dans un matériau dont le comportement est supposé élastique, linéaire et isotrope. On note λ et μ les coefficients de Lamé. Rappeler l'expression de la loi du comportement du matériau. En déduire l'expression de la matrice des contraintes.

Question 5.3 En appliquant l'équation de conservation de la quantité de mouvement, établir le système différentiel qui régit l'évolution des composantes du champ de déplacement.

Question 5.4 Montrer que l'expression des composantes u et w du déplacement d'un point M situé à une distance r de l'axe de révolution porté par (O, \bar{e}_z) et à une distance z de la base ($z = 0$ sur la base), est de la forme :

$$u = Ar + \frac{B}{r}, w = Cz + D$$

Question 5.5 Etablir l'expression des matrices des déformations et des contraintes en fonction des constantes A, B, C et D .

Question 5.6 En utilisant les conditions aux limites sur les surfaces intérieure et extérieure du tube, établir l'expression de la composante radiale u du déplacement en fonction de la constante C .

Question 5.7 A son extrémité inférieure ($z = 0$) le déplacement du tube suivant z est bloqué. En déduire l'expression de la constante D . A son extrémité supérieure, le tube est fermé par le couvercle. Etudier l'équilibre du couvercle. En déduire l'expression de la constante C et finalement l'expression de la composante axiale w du déplacement.

Question 5.8 Etablir l'expression des contraintes σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ et σ_{zz} .

Application au dimensionnement du tube constituant le POD

Le système Stingray est déposé à une profondeur pouvant atteindre 50 m, le diamètre intérieur étant imposé, l'objectif de cette partie est de calculer l'épaisseur du tube pour que celui-ci résiste aux forces de pression.

Question 5.9 Le système Stingray est déposé à une profondeur H . L'eau de la mer étant considérée comme un fluide parfait, en déduire l'expression de la pression statique p_e en fonction de la profondeur. Dans le cas où on néglige l'influence de la pression atmosphérique, déterminer numériquement $p_e(H)$ sachant que : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$, $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$, $H = 50 \text{ m}$.

Question 5.10 Lorsque le système Stingray est déposé en profondeur, la pression dans le tube p_i peut être négligée par rapport à la pression extérieure p_e . Ecrire dans ces conditions l'expression approchée des contraintes σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ et σ_{zz} .

Question 5.11 On souhaite dimensionner le tube afin qu'il résiste à la pression extérieure exercée par l'eau de mer. Pour cela on utilise le critère de von Mises. On note σ_{eq} la contrainte équivalente de von Mises et σ_e la limite d'élasticité en traction du matériau. Enoncer le critère de Von Mises en précisant l'expression de la contrainte équivalente en fonction des contraintes principales dans le tube au point considéré.

Question 5.12 Exprimer la contrainte σ_{eq} , en un point M situé à une distance r de l'axe du tube, en fonction de R_i , R_e et p_e .

Question 5.13 En quel point du tube la contrainte équivalente de von Mises est-elle maximale ? Calculer la valeur maximale de σ_{eq} en fonction de R_i , R_e et p_e . Déterminer numériquement l'épaisseur minimale du tube sachant que $R_i = 0,5 \text{ m}$, $p_e = 5 \times 10^5 \text{ Pa}$ et $\sigma_e = 250 \times 10^6 \text{ Pa}$.

Question 5.14 Conclure quant au dimensionnement de l'enceinte de protection du POD pour satisfaire la fonction FT6.

Partie 6 : Transferts thermiques dans les câbles de transport de l'énergie électrique

Pour répondre aux questions de cette partie, le candidat pourra, s'il le souhaite, utiliser les éléments de l'annexe de la partie 6, disponibles en fin de sujet.

L'objectif de cette partie est de valider le dimensionnement des câbles destinés à assurer la fonction technique FT9. L'énergie électrique produite par l'aile oscillante est transportée par l'intermédiaire de câbles sous-marins lestés par une gaine en plomb. D'un point de vue thermique, le schéma de principe de tels câbles est représenté sur la figure 6.1.

Le câble de longueur L est constitué d'une âme en aluminium de section $S_0 = 1200 \text{ mm}^2$. Une couche d'isolant en PVC d'épaisseur 28 mm est intercalée entre l'âme et la gaine en plomb dont l'épaisseur vaut 5 mm. La couche externe, en polyéthylène a une épaisseur de 5 mm. L'ensemble est en contact avec l'eau de mer et on considèrera en première approximation que les conditions d'échange convectif sont identiques sur toute la périphérie du câble ($h = 100 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$). Le contact thermique entre les différents milieux est supposé parfait (résistances thermiques de contact nulles). On cherche à déterminer la valeur maximale du courant que peut supporter le câble en régime permanent.

On adoptera pour la suite les notations suivantes :

Âme en aluminium (résistivité électrique $\rho_0 = 2 \cdot 10^{-8} \text{ } \Omega \cdot \text{m}$, conductivité thermique $k_0 = 230 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$) : $0 \leq r < r_0$

PVC ($k_1 = 0,17 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$) : $r_0 \leq r < r_1$

Gaine en plomb ($k_2 = 35 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$) : $r_1 \leq r < r_2$

Polyéthylène ($k_3 = 0,5 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$) : $r_2 \leq r < r_3$



Figure 6.1 : câble électrique sous-marin : âme en aluminium (0), gaine en PVC (1), gaine en plomb (2), gaine en polyéthylène (3).

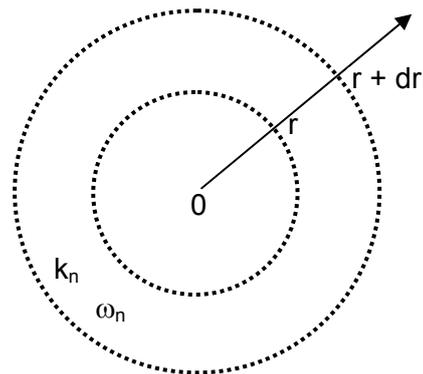


Figure 6.2 : portion homogène du câble de conductivité thermique k_n et soumise à une puissance volumique ω_n .

Question 6.1 On cherche dans un premier temps à établir l'équation régissant le profil de température dans une portion n ($n = 0, 1, 2, 3$) quelconque du câble. On considère pour cela une portion homogène du câble délimitée par deux sections r et

$r + dr$ (figure 6.2). Montrer en écrivant la conservation de l'énergie sur cet élément d'épaisseur dr que la température à l'intérieur du câble est solution de l'équation différentielle ci-dessous dans laquelle k_n représente la conductivité thermique du matériau et ω_n la puissance électrique générée par unité de volume (W/m^3) :

$$k_n \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \omega_n = 0$$

On s'intéresse, dans un premier temps, à l'âme en aluminium.

Question 6.2 Montrer que la puissance électrique générée par unité de volume dans ce milieu s'écrit : $\omega_0 = \rho_0 j^2$ dans laquelle ρ_0 représente la résistivité électrique et j la densité de courant.

Question 6.3 Montrer que la différence de température entre l'axe de symétrie du câble en aluminium ($r = 0$) et sa périphérie repérée par $r = r_0$ s'écrit :

$$T(0) - T(r_0) = \frac{\omega_0}{4k_0} r_0^2$$

On s'intéresse maintenant aux couches 1, 2 et 3.

Question 6.4 Montrer que pour chaque milieu n ($n = 1, 2, 3$), le flux de chaleur $Q(r)$ par unité de longueur de câble (L) s'écrit :

$$\frac{Q(r)}{L} = \frac{2\pi k_n}{\text{Ln} \left(\frac{r_n}{r_{n-1}} \right)} [T(r_{n-1}) - T(r_n)]$$

Question 6.5 En déduire que pour chaque milieu n ($n = 1, 2, 3$), l'expression de la résistance thermique par unité de longueur de câble est :

$$R_{th_n} L = \frac{1}{2\pi k_n} \text{Ln} \left(\frac{r_n}{r_{n-1}} \right) \text{ où } n (n = 1, 2, 3)$$

Question 6.6 Calculer les trois résistances thermiques (par unité de longueur de câble) et commenter les résultats obtenus.

Question 6.7 Calculer la résistance thermique par convection (pour une longueur unité). Comparer avec les valeurs de la question précédente.

On considère *a priori* que la température de l'âme en aluminium est uniforme (cette hypothèse sera validée par la suite). La température de l'eau sera prise égale à 10°C .

Question 6.8 Sachant que la température des matériaux constituant le câble ne doit pas dépasser 90°C , calculer la densité de courant maximale que peut supporter ce câble.

Question 6.9 Vérifier *a posteriori* que l'hypothèse de température uniforme dans l'âme en aluminium était justifiée.

Question 6.10 Calculer les températures $T(r_1)$, $T(r_2)$ et $T(r_3)$ pour une température limite du câble $T(r = 0) = 90^\circ\text{C}$. Commenter les résultats obtenus.

Question 6.11 Montrer que le courant circulant dans le câble est compatible avec la valeur maximale de la puissance électrique générée par l'aile oscillante, soit environ 200 kW. On prendra une tension d'alimentation égale à 400 V.

En déduire que le dimensionnement de ce câble permet d'assurer la fonction technique FT9.

ANNEXE de la partie 1

- Rappels sur les potentiels et les vitesses complexes

Le potentiel complexe est défini comme : $f = \phi + i\psi$

ϕ et ψ sont respectivement le potentiel des vitesses et la fonction de courant de l'écoulement.

La vitesse complexe est définie comme $w(z) = \frac{df}{dz} = \frac{\partial f}{\partial x} = u_x - iu_y$ avec $z = x + iy$

- Définition de la fonction de courant (écoulement incompressible bi-dimensionnel) :

Coordonnées cartésiennes $u_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}$ et $u_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$

Coordonnées polaires $u_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$ et $u_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r}$

- Rappels sur les transformations conformes

Une transformation conforme est une fonction analytique G qui associe à tout point d'un plan complexe $z(x, y)$ un point du plan complexe $Z(X, Y)$

$$Z = G(z)$$

Une transformation conforme conserve les angles. Elle admet une fonction inverse, également analytique. Elle transforme le domaine (d) siège d'un écoulement défini par la fonction potentiel complexe $f(z) = \phi + i\psi$ en un domaine (D) siège d'un nouvel écoulement dont le potentiel complexe s'écrit : $F(Z) = \Phi + i\Psi$. Les fonctions Φ et Ψ sont respectivement le potentiel des vitesses et la fonction de courant de ce nouvel écoulement.

Le potentiel complexe dans le plan image (D) vérifie : $F(Z) = f[G^{-1}(Z)]$

La vitesse complexe dans le plan image (D) s'écrit

$$W(Z) = \frac{dF}{dZ} = \frac{df}{dz} \frac{dz}{dZ}$$

ou encore

$$W(Z) = w(z) \frac{dz}{dZ}$$

- Fonctions potentiels complexes pour des écoulements élémentaires :

Écoulement uniforme : $f(z) = U_0 z$ où U_0 représente la vitesse du fluide parallèle à l'axe (Ox).

Dipôle 2D centré sur l'origine : $f(z) = \frac{M}{2\pi z}$ où M est une constante réelle qui représente l'intensité du dipôle.

Tourbillon centré sur l'origine : $f(z) = -i \frac{\Gamma}{2\pi} \text{Ln}(z)$. La circulation Γ est une constante réelle comptée positivement lorsque l'écoulement du tourbillon est orienté dans le sens trigonométrique.

ANNEXE de la partie 5

- Gradient d'une fonction scalaire : $f(r, \theta, z)$

$$\overline{\text{grad}}(f) = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{e}_z$$

- Divergence d'un tenseur : $\underline{\underline{\sigma}}(r, \theta, z)$

$$\begin{aligned} \overline{\text{div}}(\underline{\underline{\sigma}}) &= \left(\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} \right) \vec{e}_r \\ &+ \left(\frac{\partial \sigma_{\theta r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\sigma_{\theta r}}{r} \right) \vec{e}_\theta \\ &+ \left(\frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{zr}}{r} \right) \vec{e}_z \end{aligned}$$

- Gradient d'un vecteur : $\vec{U}(r, \theta, z) = U_r \vec{e}_r + U_\theta \vec{e}_\theta + U_z \vec{e}_z$

$$\overline{\overline{\text{grad}}}(\vec{U}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial U_r}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} - \frac{U_\theta}{r} & \frac{\partial U_r}{\partial z} \\ \frac{\partial U_\theta}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{U_r}{r} & \frac{\partial U_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial U_z}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial U_z}{\partial \theta} & \frac{\partial U_z}{\partial z} \end{pmatrix}$$

ANNEXE de la partie 6

- Densité de flux de chaleur transféré par conduction en coordonnées cylindriques (loi de Fourier)

$$q_r = -k \frac{\partial T}{\partial r} \quad q_\theta = -k \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \quad q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z}$$

- Flux échangé par convection entre une paroi de température T_p et un fluide de température T_∞ (loi de Newton) :

$$Q = hS_e(T_p - T_\infty) \text{ où } S_e \text{ est la surface d'échange.}$$

PARTIE 1

Question 1.1

$\text{rot}(\vec{U}) = 0 \Rightarrow$ il existe une fonction scalaire ϕ telle que $\vec{U} = \text{grad}(\phi)$.

$\text{div}(\vec{U}) = 0$ (fluide incompressible, $\rho = \text{constante}$) est alors équivalent à $\Delta\phi = 0$

Question 1.2

A partir de la définition de la fonction de courant appelée en annexe, on a :

$$\begin{cases} u_x = \frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y} \\ u_y = \frac{\partial\phi}{\partial y} = -\frac{\partial\psi}{\partial x} \end{cases}$$

Le long d'une ligne équipotentielle, on a $\phi = \text{constante}$ et $d\phi = \frac{\partial\phi}{\partial x} dx + \frac{\partial\phi}{\partial y} dy = 0$. Cette relation s'écrit encore $u_x dx + u_y dy = 0$, soit $\vec{U} \cdot d\vec{\ell} = 0$. Une ligne équipotentielle est une ligne perpendiculaire en tout point au vecteur vitesse local.

Le long d'une ligne de courant : $\psi = \text{constante}$ et $d\psi = \frac{\partial\psi}{\partial x} dx + \frac{\partial\psi}{\partial y} dy = 0$. Cette relation s'écrit encore $-u_y dx + u_x dy = 0$, soit $\vec{U} \wedge d\vec{\ell} = 0$. Une ligne de courant est une ligne tangente en tout point au vecteur vitesse local.

Question 1.3

Principe de superposition : le potentiel complexe de l'écoulement est la somme des potentiels complexes des trois écoulements élémentaires rappelés en annexe. Le tourbillon présentant une symétrie de révolution autour de l'axe (Oz), seuls l'écoulement uniforme et le doublet sont affectés par l'existence d'un angle d'incidence non nul entre l'écoulement et l'axe (Ox).

D'où la relation $f(z) = U_0 z e^{-i\alpha} + \frac{M}{2\pi z e^{-i\alpha}} - i \frac{\Gamma}{2\pi} \text{Ln}(z)$

On remplace la variable complexe $z = x + iy = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ et $z e^{-i\alpha} = r[\cos(\theta - \alpha) + i\sin(\theta - \alpha)]$ dans la relation précédente puis on identifie les parties réelle et imaginaire en utilisant la définition du potentiel complexe $f(z)$ donnée en annexe $f(z) = \phi + i\psi$:

$$\begin{cases} \phi(r, \theta) = U_0 r \cos(\theta - \alpha) + \frac{M}{2\pi r} \cos(\theta - \alpha) + \frac{\Gamma}{2\pi} \theta \\ \psi(r, \theta) = U_0 r \sin(\theta - \alpha) - \frac{M}{2\pi r} \sin(\theta - \alpha) - \frac{\Gamma}{2\pi} \text{Ln}(r) \end{cases}$$

Question 1.4

Écoulement potentiel \Rightarrow fluide parfait. La vitesse normale est nulle à la paroi (imperméabilité de l'aile) mais la vitesse tangentielle n'est pas nulle (contrairement au cas d'un fluide visqueux pour lequel il y a adhérence à la paroi).

$$\begin{cases} u_r(r, \theta) = \frac{1}{r} \frac{\partial\psi}{\partial\theta} = U_0 \cos(\theta - \alpha) - \frac{M}{2\pi r^2} \cos(\theta - \alpha) \\ u_\theta(r, \theta) = -\frac{\partial\psi}{\partial r} = -U_0 \sin(\theta - \alpha) - \frac{M}{2\pi r^2} \sin(\theta - \alpha) + \frac{\Gamma}{2\pi r} \end{cases}$$

$$u_r(R, \theta) = 0 \Rightarrow M = 2\pi U_0 R^2$$

et $\psi(R, \theta) = -\frac{\Gamma}{2\pi} \text{Ln}(R) = \text{cste}$. La paroi du cylindre est par conséquent confondue avec une fonction de courant.

Question 1.5

La vitesse complexe est calculée selon la relation rappelée en annexe :

$$w(z) = \frac{df}{dz} = U_0 e^{-i\alpha} - \frac{U_0 R^2}{z^2 e^{-i\alpha}} - i \frac{\Gamma}{2\pi z}$$

On a $w(z_A) = 0$ pour $z_A^2 e^{-2i\alpha} - i \frac{\Gamma}{2\pi U_0} z_A e^{-i\alpha} - R^2 = 0$ qui admet pour solutions :

$$z_A e^{-i\alpha} = i \frac{\Gamma}{4\pi U_0} \pm \frac{1}{2} \sqrt{4R^2 - \frac{\Gamma^2}{4\pi^2 U_0^2}}$$

Question 1.6

A la surface du cylindre, $U(R, \theta) = u_\theta(R, \theta) = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \Big|_R = \frac{\Gamma}{2\pi R} - 2U_0 \sin(\theta - \alpha)$

Question 1.7

Fluide incompressible, parfait. Ecoulement permanent irrotationnel. On applique la relation de Bernoulli le long de la ligne de courant confondue avec la paroi du cylindre en négligeant le terme de gravité.

$$p(R, \theta) + \frac{1}{2} \rho U(R, \theta)^2 = p_0 + \frac{1}{2} \rho U_0^2 \text{ soit } p(R, \theta) - p_0 = \frac{1}{2} \rho U_0^2 \left(1 - \frac{U(R, \theta)^2}{U_0^2} \right) \text{ ou encore après}$$

développement :

$$p(R, \theta) - p_0 = \frac{1}{2} \rho U_0^2 \left(1 - \frac{\Gamma^2}{4\pi^2 U_0^2 R^2} - 4 \sin^2(\theta - \alpha) + \frac{2\Gamma \sin(\theta - \alpha)}{\pi U_0 R} \right)$$

Question 1.8

$$\vec{R}_p = R_{px'} \vec{x}' + R_{py'} \vec{y}' \text{ et } \vec{n} = \frac{dy'}{dl} \vec{x}' - \frac{dx'}{dl} \vec{y}'$$

$$D'où \begin{cases} R_{px'} = - \oint_{\text{cylindre}} p dy' = - \oint_{\text{cylindre}} (p - p_0) dy' \\ R_{py'} = \oint_{\text{cylindre}} p dx' = \oint_{\text{cylindre}} (p - p_0) dx' \end{cases}$$

$$\text{On a par ailleurs } \begin{cases} x' = R \cos(\theta - \alpha) \\ y' = R \sin(\theta - \alpha) \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} dx' = -R \sin(\theta - \alpha) d\theta \\ dy' = R \cos(\theta - \alpha) d\theta \end{cases}$$

$$\text{soit après calculs en utilisant la relation établie à la question 1.7 } \begin{cases} R_{px'} = 0 \\ R_{py'} = -\rho U_0 \Gamma \end{cases}$$

Ce résultat montre que la portance est une force verticale dirigée vers le haut lorsque la circulation est dans le sens horaire ($\Gamma < 0$) et verticale dirigée vers le bas lorsque la circulation du fluide est réalisée est dans le sens trigonométrique ($\Gamma > 0$). La portance est nulle en l'absence de circulation du fluide.

Question 1.9

$$\text{En appliquant la relation donnée en annexe, on a : } W(Z) = \frac{dF}{dZ} = \frac{df}{dz} \frac{dz}{dZ} = \frac{df}{dz} \frac{dz_1}{dZ}$$

$$\text{avec, } z_1 = z - m \text{ et } Z = z_1 + \frac{a^2}{z_1}$$

$$\text{On obtient par conséquent : } W(Z) = \frac{dF}{dZ} = \frac{df}{dz} \frac{1}{1 - a^2/z_1^2} = w(z) \frac{1}{1 - a^2/z_1^2}$$

Question 1.10

Le dénominateur de la fonction précédente s'annule lorsque $z_1^2 = a^2$, soit pour $z_1 = \pm a$, ce qui correspond aux angles $\theta_1 = 0$ et $\theta_1 = \pi$. Dans l'espace $z = (z_1 + m)$, cela correspond à deux complexes de modules respectifs $|z_+| = a + m = R$ et $|z_-| = |m - a| = |2m - R| = R - 2m$. Le point d'affixe z_+ est donc situé sur le cylindre tandis que z_- est à l'intérieur. L'affixe z_+ correspond à un angle $\theta = 0$ et correspond donc au bord de fuite.

Question 1.11

Condition de Kutta : $w(z_{BF}) = 0$ avec $z_{BF} = R$ et $w(z_{BF}) = \left. \frac{df}{dz} \right|_{z_{BF}}$.

Utilisant le résultat de la question 1.5, on obtient :

$$w(z = R) = U_0 e^{-i\alpha} - \frac{U_0 R^2}{R^2 e^{-i\alpha}} - i \frac{\Gamma}{2\pi R} = 0$$

$$\text{Ou encore } w(z = R) = -2iU_0 \sin \alpha - i \frac{\Gamma}{2\pi R} = 0.$$

Soit, pour la circulation $\Gamma = -4\pi R U_0 \sin \alpha$.

Si l'angle α que fait l'écoulement avec le profil de l'aile est positif ($\alpha_{\max} = 12^\circ$), la circulation Γ est négative et la force de portance dirigée vers le haut (voir question 1.9). Si l'angle α est négatif ($\alpha_{\max} = -12^\circ$), la circulation Γ est positive et la force de portance dirigée vers le bas (voir question 1.9).

Question 1.12

A partir de l'élément de contour $d\ell$, on peut exprimer le vecteur tangent sous la forme :

$$\vec{t} = \frac{dx}{d\ell} \vec{x} + \frac{dy}{d\ell} \vec{y} \text{ et la circulation } \Gamma = \oint u_x dx + u_y dy = \oint \frac{\partial \phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi}{\partial y} dy = \oint d\phi$$

Question 1.13

Le potentiel des vitesses ϕ dans le plan du cylindre z a pour image dans le plan Z le potentiel des vitesses Φ . Par transformation conforme, la fonction potentiel complexe $f(z) = \phi + i\psi$ du plan d (cylindre) devient dans D (aile) $F(Z) = \Phi + i\Psi$. On peut donc écrire : $\Gamma = \oint_z d\phi = \oint_Z d\Phi$.

Question 1.14

En utilisant les résultats établis aux questions 1.9 et 1.12, on obtient pour la force de portance :

$$|L'| = \rho U_0 |\Gamma| = 4\pi \rho R U_0^2 |\sin \alpha|.$$

Rappelant que la corde $c = 4(R - m) \approx 4R$, on obtient le coefficient de portance : $C_{L'} \approx 2\pi |\sin \alpha|$

Question 1.15

Si l'angle est nul, la circulation et donc la force de portance sont nuls.

$$\sin \alpha \neq 0 \Rightarrow \Gamma \neq 0 \Rightarrow L' \neq 0$$

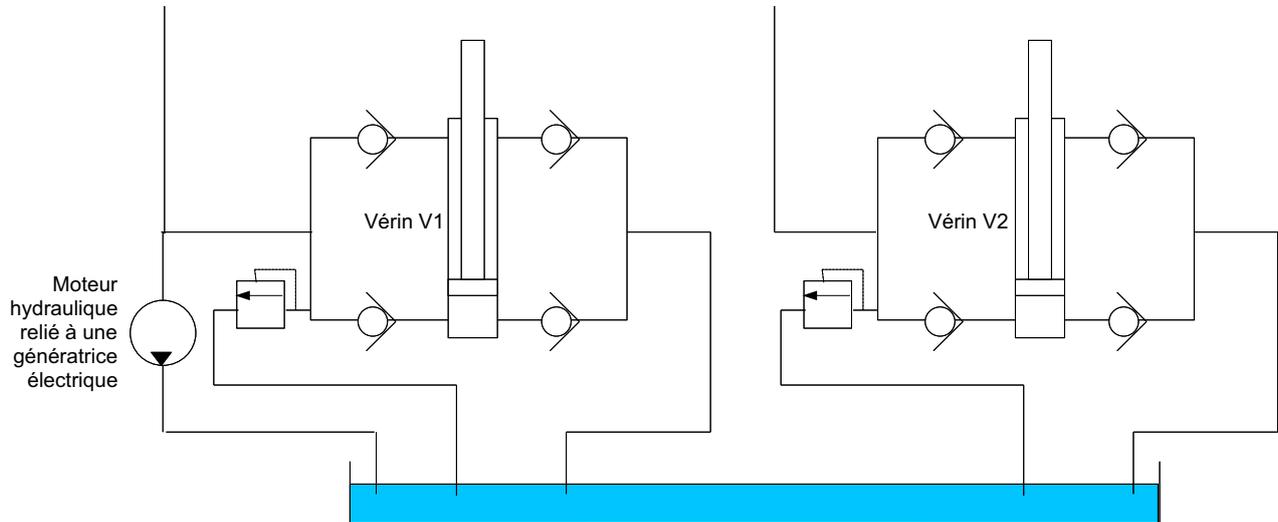
$$L = L'b = 4\pi \rho R U_0^2 b \sin \alpha \text{ soit numériquement pour un angle de } 12^\circ :$$

$$L = 4\pi \times 1030 \times 0.849 \times 2^2 \times 15 \times \sin(12\pi/180) = 137083 \text{ N}$$

Lorsque l'angle est positif, le bras est soumis à une force de portance verticale dirigée vers le haut. Réciproquement, lorsque l'angle est négatif, la force est verticale dirigée vers le bas. Si l'on considère en première approximation, que les poids de l'aile et du bras sont à peu près équilibrés par la poussée d'Archimède, l'aile réalise un mouvement oscillant sous l'effet de l'énergie des courants marins. La fonction technique FT1 est par conséquent réalisée.

PARTIE 2

Question 2.1



Question 2.2

Le solide 1 est une poutre infiniment mince, de longueur L_1 . Donc

$$I_{O_1}(1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 \frac{L_1^2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \frac{L_1^2}{3} \end{pmatrix}_{b_1}$$

Le solide 2 est une plaque infiniment mince, de dimensions L_2 et $2xb$. Donc

$$I_{O_2}(2) = \begin{pmatrix} m_2 \frac{b^2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & m_2 \frac{b^2}{3} + m_2 \frac{c^2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & m_2 \frac{c^2}{3} \end{pmatrix}_{b_2}$$

Question 2.3

On a $E_c((1+2)/R_0) = E_c(1/R_0) + E_c(2/R_0)$.

$$\text{Or } E_c(1/R_0) = \frac{1}{2} \left(V(1/0) \otimes C(1/0) \right) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \theta_{10}^i \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{pmatrix}_{O_1} \otimes \begin{pmatrix} m_1 \frac{L_1}{2} \theta_{10}^i \vec{y}_1 \\ m_1 \frac{L_1^2}{3} \theta_{10}^i \vec{z}_0 \end{pmatrix}_{O_1} = \frac{1}{2} m_1 \frac{L_1^2}{3} \theta_{10}^2$$

$$\text{Donc } E_c(1/R_0) = \frac{1}{2} m_1 \frac{L_1^2}{3} \theta_{10}^2 = \frac{1}{2} C_1 \theta_{10}^2.$$

De plus, $E_c(2/R_0) = \frac{1}{2} [V(2/0)] \otimes [C(2/0)]$.

$$\text{Or } [V(2/0)] = \begin{pmatrix} (\dot{\theta}_{10} + \dot{\theta}_{21}) \vec{z}_0 \\ L_1 \dot{\theta}_{10} \vec{y}_1 \end{pmatrix}_{O_2} \text{ et } [C(2/0)] = \begin{pmatrix} m_2 L_1 \dot{\theta}_{10} \vec{y}_1 + m_2 \frac{c}{2} (\dot{\theta}_{10} + \dot{\theta}_{21}) \vec{y}_2 \\ \vec{\sigma}_{O_2}(2/0) \end{pmatrix}_{O_2}, \text{ avec}$$

$$\begin{aligned} \vec{\sigma}_{O_2}(2/0) &= m_2 \vec{O}_2 \vec{G} \wedge \vec{V}(O_2 \in 2/0) + I_{O_2}(2/0) \cdot \vec{\Omega}(2/0) \\ &= m_2 \frac{c}{2} \vec{x}_2 \wedge L_1 \dot{\theta}_{10} \vec{y}_1 + m_2 \frac{c^2}{3} (\dot{\theta}_{10} + \dot{\theta}_{21}) \vec{z}_0 \\ &= \frac{1}{2} m_2 L_1 c \cos(\theta_{21}) \dot{\theta}_{10} \vec{z}_0 + m_2 \frac{L_2^2}{3} (\dot{\theta}_{10} + \dot{\theta}_{21}) \vec{z}_0 \end{aligned}$$

Donc

$$E_c(2/R_0) = \frac{1}{2} \left(m_2 L_1^2 \dot{\theta}_{10}^2 + \frac{1}{2} m_2 L_1 c \dot{\theta}_{10} (\dot{\theta}_{10} + \dot{\theta}_{21}) \cos(\theta_{21}) + \frac{1}{2} m_2 L_1 c \cos(\theta_{21}) \dot{\theta}_{10} (\dot{\theta}_{10} + \dot{\theta}_{21}) + m_2 \frac{c^2}{3} (\dot{\theta}_{10} + \dot{\theta}_{21})^2 \right)$$

$$\text{Donc } E_c(2/R_0) = \frac{1}{2} \left(m_2 L_1^2 \dot{\theta}_{10}^2 + m_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_{10} (\dot{\theta}_{10} + \dot{\theta}_{21}) \cos(\theta_{21}) + m_2 \frac{L_2^2}{3} (\dot{\theta}_{10} + \dot{\theta}_{21})^2 \right).$$

Question 2.4

Le coefficient énergétique associé au paramètre θ_{10} est

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_{10}} E_c((1+2)/R_0) - \frac{\partial}{\partial \theta_{10}} E_c((1+2)/R_0)$$

Donc le coefficient énergétique associé au paramètre θ_{10} est

$$m_1 \frac{L_1^2}{3} \ddot{\theta}_{10} + m_2 L_1^2 \ddot{\theta}_{10} + m_2 \frac{c^2}{3} (\ddot{\theta}_{10} + \ddot{\theta}_{21}) + \frac{1}{2} m_2 L_1 c ((2\ddot{\theta}_{10} + \ddot{\theta}_{21}) \cos(\theta_{21}) - (2\dot{\theta}_{10} + \dot{\theta}_{21}) \dot{\theta}_{21} \sin(\theta_{21}))$$

Le coefficient énergétique associé au paramètre θ_{21} est

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_{21}} E_c((1+2)/R_0) - \frac{\partial}{\partial \theta_{21}} E_c((1+2)/R_0)$$

Donc le coefficient énergétique associé au paramètre θ_{21} est

$$\frac{1}{2} m_2 L_1 c \dot{\theta}_{10} \cos(\theta_{21}) + \frac{1}{2} m_2 L_1 c \dot{\theta}_{10}^2 \sin(\theta_{21}) + m_2 \frac{c^2}{3} (\ddot{\theta}_{10} + \ddot{\theta}_{21})$$

Question 2.5

$$\text{L'énergie mécanique de pesanteur est } m_1 g \frac{L_1}{2} \sin \theta_{10} + m_2 g \left(L_1 \sin \theta_{10} + \frac{c}{2} \sin(\theta_{10} + \theta_{21}) \right)$$

Question 2.6

La puissance virtuelle due à l'action de l'eau sur 1 est

$$\int_{P \in 1} \vec{V}^*(P \in 1/0) \cdot (-K_e \vec{V}(P \in 1/0)) dl = \int_{x=0}^{L_1} -K_e x^2 \dot{\theta}_{10} \dot{\theta}_{10}^* dx = -K_e \frac{L_1^3}{3} \dot{\theta}_{10} \dot{\theta}_{10}^*$$

La puissance virtuelle due à l'action de l'eau sur 2 est

$$\left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_{e2} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C \otimes \left\{ \begin{array}{c} (\dot{\theta}_{10}^* + \dot{\theta}_{21}^*) \vec{Z}_0 \\ L_1 \dot{\theta}_{10}^* \vec{Y}_1 + \frac{C}{4} (\dot{\theta}_{10}^* + \dot{\theta}_{21}^*) \vec{Y}_2 \end{array} \right\}_C = L_1 (F_{e2x} \sin(\theta_{21}) + F_{e2y} \cos(\theta_{21})) \dot{\theta}_{10}^* + \frac{C}{4} F_{e2y} (\dot{\theta}_{10}^* + \dot{\theta}_{21}^*) .$$

Question 2.7

Les deux vérins ont une masse nulle. N'étant soumis qu'à deux glisseurs, les forces qu'ils subissent (et donc qu'ils exercent sur le bras 1) sont dirigées suivant la direction (A_1B) .

La puissance virtuelle due à l'action de V1 sur 1 est

$$\vec{F}(V1 \rightarrow 1) \cdot \vec{V}^*(B \in 1/0) = F(V1 \rightarrow 1) \frac{\vec{A}_1 \vec{B}}{\|\vec{A}_1 \vec{B}\|} \cdot \vec{V}^*(B \in 1/0) .$$

Or $\vec{A}_1 \vec{B} \cdot \vec{V}^*(B \in 1/0) = (-H \vec{Y}_0 + R_1 \vec{X}_1) \cdot R_1 \dot{\theta}_{10}^* \vec{Y}_1 = -H \cos \theta_{10} R_1 \dot{\theta}_{10}^*$ et

$$\|\vec{A}_1 \vec{B}\| = \sqrt{\| -H \vec{Y}_0 + R_1 \vec{X}_1 \|^2} = \sqrt{H^2 + R_1^2 - 2HR_1 \sin \theta_{10}} .$$

$$\text{Donc } \vec{F}(V1 \rightarrow 1) \cdot \vec{V}^*(B \in 1/0) = F(V1 \rightarrow 1) \frac{(-H \cos \theta_{10} R_1 \dot{\theta}_{10}^*)}{\sqrt{H^2 + R_1^2 - 2HR_1 \sin \theta_{10}}}$$

Pour le vérin V2, le calcul est le même, en remplaçant $-H$ par H .

$$\text{Donc } \vec{F}(V2 \rightarrow 1) \cdot \vec{V}^*(B \in 1/0) = F(V2 \rightarrow 1) \frac{(H \cos \theta_{10} R_1 \dot{\theta}_{10}^*)}{\sqrt{H^2 + R_1^2 + 2HR_1 \sin \theta_{10}}}$$

Question 2.8

La vitesse d'allongement du vérin V1 est $\frac{d\|\vec{A}_1 \vec{B}\|}{dt}$.

Or $\|\vec{A}_1 \vec{B}\| = \sqrt{\| -H \vec{Y}_0 + R_1 \vec{X}_1 \|^2} = \sqrt{H^2 + R_1^2 - 2HR_1 \cos \theta_{10}}$.

$$\text{Donc la vitesse d'allongement du vérin V1 est } \frac{-HR_1 \cos \theta_{10} \dot{\theta}_{10}}{\sqrt{H^2 + R_1^2 - 2HR_1 \sin \theta_{10}}}$$

Pour le vérin V2, le calcul est le même, en remplaçant $-H$ par H .

$$\text{Donc la vitesse d'allongement du vérin V2 est } \frac{HR_1 \cos \theta_{10} \dot{\theta}_{10}}{\sqrt{H^2 + R_1^2 + 2HR_1 \sin \theta_{10}}}$$

Question 2.9

L'équation de Lagrange associée au paramètre θ_{10} s'écrit

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_{10}} E_c((1+2)/R_0) - \frac{\partial}{\partial \theta_{10}} E_c((1+2)/R_0) + m_1 g \frac{L_1}{2} \cos \theta_{10} + m_2 g \left(L_1 \cos \theta_{10} + \frac{c}{2} \cos(\theta_{10} + \theta_{21}) \right) =$$

$$-K_e \frac{L_1^3}{3} \dot{\theta}_{10} + F(V1 \rightarrow 1) \frac{(-H \cos \theta_{10} R_1)}{\sqrt{H^2 + R_1^2 - 2HR_1 \sin \theta_{10}}} + F(V2 \rightarrow 1) \frac{(H \cos \theta_{10} R_1)}{\sqrt{H^2 + R_1^2 + 2HR_1 \sin \theta_{10}}}$$

$$+ L_1 (F_{e2x} \sin(\theta_{21}) + F_{e2y} \cos(\theta_{21})) + \frac{c}{3} F_{e2y}$$

Question 2.10

- On remarque tout d'abord sur les courbes le cycle sinusoïdal du mouvement, comme souhaité. Les deux courbes de mouvements sont déphasées de $\frac{\pi}{2}$, ce qui est normal, car quand le bras oscillant arrive en position haute, l'incidence de l'aile par rapport à l'horizontale est nulle.
- Par ailleurs, la puissance générée est nulle quand le bras est immobile, ce qui est également normal vu que les vérins, dans ce cas, ne s'allongent ou ne se raccourcissent pas, et ne débiteront donc pas d'huile.
- Enfin, on remarque que quand le bras monte, la puissance générée est plus faible que quand il descend. Ceci est dû à la gravité qu'il faut contrer.

Question 2.11

Par lecture graphique, la puissance moyenne de la fonction FS1 du cahier des charges est à peu près de 50 kW.

PARTIE 3

Question 3.1

Vu la géométrie, on a

$$\vec{u}(P) = -y\theta_z \vec{x}_2 + y\theta_x \vec{z}_2 + w \vec{y}_2 = \begin{pmatrix} -y\theta_z \\ w \\ y\theta_x \end{pmatrix}$$

Question 3.2

Dans l'approximation cinématique proposée, on a $\theta_z = \frac{\partial w}{\partial x}$ et $\theta_x = -\frac{\partial w}{\partial z}$. Donc

$$\vec{u}(P) = -y \frac{\partial w}{\partial x} \vec{x}_2 - y \frac{\partial w}{\partial z} \vec{z}_2 + w \vec{y}_2.$$

$$\vec{u}(P) = -y \frac{\partial w}{\partial x} \vec{x}_2 - y \frac{\partial w}{\partial z} \vec{z}_2 + w \vec{y}_2 = \begin{pmatrix} -y \frac{\partial w}{\partial x} \\ w \\ -y \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix}$$

Question 3.3

On a $[\epsilon] = \frac{1+\nu}{E} [\sigma] - \frac{\nu}{E} \text{Tr}([\sigma]) \mathbf{I}$. En se limitant à la partie plane 2x2 des matrices, vu que l'on est en

contraintes planes, on a $[\epsilon_{cp}] = \frac{1+\nu}{E} [\sigma_{cp}] - \frac{\nu}{E} \text{Tr}([\sigma_{cp}]) \mathbf{I}_{cp}$, où \mathbf{I}_{cp} est la matrice 2x2 identité. Donc

$\text{Tr}([\epsilon_{cp}]) = \frac{1+\nu}{E} \text{Tr}([\sigma_{cp}]) - 2 \frac{\nu}{E} \text{Tr}([\sigma_{cp}])$. Donc $\text{Tr}([\epsilon_{cp}]) = \frac{1-\nu}{E} \text{Tr}([\sigma_{cp}])$. En réinjectant dans l'équation initiale,

on obtient

$[\sigma_{cp}] = \frac{E}{1+\nu} [\epsilon_{cp}] + \frac{\nu E}{1-\nu} \text{Tr}([\epsilon_{cp}]) \mathbf{I}_{cp}$. On en déduit donc l'expression demandée, avec

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \frac{\nu E}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{\nu E}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E}{1+\nu} \end{bmatrix}$$

Question 3.4

On a $P_{\text{int}}^* = -\int_{\Omega} \text{Tr}([\sigma][\epsilon(\vec{u}^*)]) d\Omega = -\int_{\Omega} (\sigma)^T \cdot (\epsilon^*) d\Omega = -\int_{\Omega} y^2 (C)^T \cdot [D]^T \cdot (C^*) d\Omega$.

Donc $P_{\text{int}}^* = -\int_{\Omega} y^2 (C)^T \cdot [D]^T \cdot (C^*) d\Omega = -\int_S \frac{h^3}{12} (C)^T \cdot [D]^T \cdot (C^*) dS$. On obtient bien l'expression demandée, avec

$$[M] = \frac{h^3}{12} [D][C]$$

Question 3.5

On a $P_{\text{int}}^* = - \int_S (M)^T \cdot (C^*) dS = - \sum_{e \in \text{élément}} \int_{S_e} (M_e)^T \cdot (C_e^*) dS_e$. Donc

$$P_{\text{int}}^* = - \sum_{e \in \text{élément}} \int_{S_e} (d_e)^T \cdot [B_e]^T \cdot \frac{h^3}{12} \cdot [D_e] \cdot [B_e] \cdot (d_e^*) dS_e.$$

On obtient donc bien la formule demandée, avec

$$[K_e] = \frac{h^3}{12} \cdot \int_{S_e} [B_e]^T \cdot [D_e] \cdot [B_e] \cdot dS_e$$

De la même manière, on a

$$P_{\text{ext}}^* = \int_S f \cdot w^* dS = \sum_{e \in \text{élément}} \int_{S_e} f \cdot w_e^* dS_e = \sum_{e \in \text{élément}} (d_e^*)^T \int_{S_e} f \cdot (N_e) dS_e.$$

On a bien la forme demandée, avec

$$(f_e) = \int_{S_e} f \cdot (N_e) dS_e$$

Question 3.6

On a 105 noeuds. Il y a 3 inconnues par noeuds. Donc il y a 315 inconnues. Or deux noeuds sont encastres. Donc 6 inconnues sont déterminées.

Donc le problème matriciel aura une taille de 309x309.

Question 3.7

D'après la simulation numérique, la contrainte maximale est de 49 Mpa. Donc on est en dessous des 100 Mpa admissibles. Donc l'aile le critère de résistance aux efforts de pression de la fonction FT1.

Question 4.1

On isole le tronçon

$$\begin{cases} -T + (T + dT) - qdx = 0 \\ -M + (M + dM) + (T + dT)dx + P \frac{dy}{dx} dx - \int_0^{dx} zqdz = 0 \end{cases} \text{ soit au 1}^{\text{er}} \text{ ordre } \begin{cases} \frac{dT}{dx} = +q \\ \frac{dM}{dx} = -T - P \frac{dy}{dx} \end{cases}$$

Question 4.2

$$EI_{Gz} \frac{d^2 y}{dx^2} = -M_{fz} \text{ donc } EI_{Gz} \frac{d^3 y}{dx^3} = -\frac{dM_{fz}}{dx} = -T - P \frac{dy}{dx} \text{ soit } EI_{Gz} \frac{d^4 y}{dx^4} = -\frac{dT}{dx} - P \frac{d^2 y}{dx^2}$$

$$EI_{Gz} \frac{d^4 y}{dx^4} = q - P \frac{d^2 y}{dx^2} \text{ et donc } \boxed{\frac{d^4 y}{dx^4} + k^2 \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{q}{EI_{Gz}}} \text{ avec } \boxed{k = \sqrt{\frac{P}{EI_{Gz}}}}$$

Question 4.3

$$\text{Solution particulière } \frac{d^2 y_P}{dx^2} = \frac{q}{P} = \text{constante avec } \frac{dy_P}{dx} = \frac{q}{P} x + K$$

$$\text{donc } \boxed{y_P(x) = \frac{q}{P} \frac{x^2}{2} + Ex + F}$$

Question 4.4

Les déplacements suivant y et les moments sont nuls en chacune des extrémités de la poutre. D'autre part, $M = -EI_{Gz} y''$ donc les conditions aux limites s'écrivent : $y(0) = y(L) = y''(0) = y''(L) = 0$

Question 4.5

$$\boxed{y(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx) + \frac{q}{P} \frac{x^2}{2} + (C + E)x + D + F}$$

$$y(0) = 0 \quad \text{soit} \quad 0 = B + D + F$$

$$y''(0) = 0 \quad \text{soit} \quad 0 = -Bk^2 + \frac{q}{P}$$

$$y(L) = 0 \quad \text{soit} \quad 0 = A \sin kL + B \cos kL + \frac{q}{P} \frac{L^2}{2} + (C + E)L + D + F$$

$$y'' = L \quad \text{soit} \quad 0 = -Ak^2 \sin kL - Bk^2 \cos kL + \frac{q}{P}$$

$$\boxed{B = \frac{q}{Pk^2}}$$

$$\boxed{D + F = -\frac{q}{Pk^2}}$$

$$\boxed{A = \frac{q}{Pk^2} \left(\frac{1 - \cos kL}{\sin kL} \right)}$$

$$\boxed{C + E = -\frac{qL}{P2}}$$

car

$$-(C + E)L = \frac{q}{Pk^2} \left(\frac{1 - \cos(kL)}{\sin(kL)} \right) \sin(kL) + \frac{q}{Pk^2} \cos(kL) + \frac{qL^2}{P2} - \frac{q}{Pk^2}$$

$$-(C + E)L = \frac{q}{Pk^2} (1 - \cos(kL)) + \frac{q}{Pk^2} \cos(kL) + \frac{qL^2}{P2} - \frac{q}{Pk^2}$$

$$y(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx) + \frac{q}{P} \frac{x^2}{2} + (C + E)x + D + F$$

$$\text{donc } y(x) = \frac{q}{Pk^2} \left(\frac{1 - \cos(kL)}{\sin(kL)} \right) \sin(kx) + \frac{q}{Pk^2} \cos(kx) + \frac{q}{P} \frac{x^2}{2} - \frac{qL}{P2} x - \frac{q}{Pk^2}$$

$$y(x) = \frac{q}{Pk^2} \left[\left(\frac{1 - \cos(kL)}{\sin(kL)} \right) \sin(kx) + \cos(kx) - 1 + \frac{k^2 x}{2} (x - L) \right] \text{ avec } k^2 = \frac{P}{EI_{Gz}}$$

$$y(x) = \left[\frac{EI_{Gz} q}{P^2} \left(\frac{1 - \cos(kL)}{\sin(kL)} \right) \sin(kx) + \frac{EI_{Gz} q}{P^2} (\cos(kx) - 1) + \frac{q}{P} \frac{x}{2} (x - L) \right]$$

Effort critique de flambement F_C : $y(x)$ ne diverge pour aucune valeur de k .

$$\text{soit } \sin(kL) = 0 \text{ soit } kL = \pi \text{ et donc } k^2 = \frac{P}{EI_{Gz}} = \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \text{ soit } F_C = EI_{Gz} \left(\frac{\pi}{L} \right)^2$$

La charge linéique n'a pas d'incidence.

Question 4.6

Poutre encastree / libre

$$M = P(y(A) - y) \text{ or } EI_{Gz} \frac{d^2 y}{dx^2} = M \text{ donc } EI_{Gz} \frac{d^2 y}{dx^2} = P(y(A) - y) \text{ soit}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{P}{EI_{Gz}} y = \frac{P}{EI_{Gz}} y(A) \text{ avec } k = \sqrt{\frac{P}{EI_{Gz}}}$$

$$y(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx) + y(A)$$

$$y(0) = 0 \quad \text{soit} \quad 0 = B + y(A) \text{ soit } B = -y(A)$$

$$y'(0) = 0 \quad \text{soit} \quad 0 = Ak \quad \text{soit } A = 0$$

$$y(x) = y(A)(1 - \cos kx) \text{ or } y(A) = y(A)(1 - \cos kL) \text{ donc } \cos kL = 0$$

$$\text{Effort critique de flambement } F_C : \cos kL = 0 \text{ soit } kL = \frac{\pi}{2} \text{ et donc } k^2 = \frac{P}{EI_{Gz}} = \left(\frac{\pi}{2L} \right)^2 \text{ soit}$$

$$F_C = EI_{Gz} \left(\frac{\pi}{2L} \right)^2$$

Question 4.7

Poutre encastree / appui simple $y(A) = 0$

$$M = -Py + F(L - x) \text{ or } EI_{Gz} \frac{d^2y}{dx^2} = M \text{ donc } EI_{Gz} \frac{d^2y}{dx^2} = -Py + F(L - x) \text{ soit}$$

$$\boxed{\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{P}{EI_{Gz}}y = \frac{F}{EI_{Gz}}(L - x)} \text{ avec } \boxed{k = \sqrt{\frac{P}{EI_{Gz}}}}$$

$$y(x) = A \sin kx + B \cos kx + \frac{F}{P}(L - x)$$

$$y(0) = 0 \quad \text{soit} \quad 0 = B + \frac{FL}{P} \text{ soit } B = -\frac{FL}{P}$$

$$y'(0) = 0 \quad \text{soit} \quad 0 = Ak - \frac{F}{P} \quad \text{soit } A = \frac{F}{Pk}$$

$$y(L) = 0 \quad \text{soit} \quad 0 = A \sin(kL) + B \cos(kL)$$

$$\boxed{\tan(kL) = -\frac{B}{A} = kL}$$

Effort critique de flambement F_C : $\tan(kL) = (kL)$ soit $kL = 4,493$ et donc $k^2 = \frac{P}{EI_{Gz}} = \left(\frac{4,493}{L}\right)^2$

$$\text{soit } \boxed{F_C = EI_{Gz} \left(\frac{4,493}{L}\right)^2}$$

Question 4.8

S'il n'y a pas de plastification en compression avant le flambage

Question 4.9

Pour un deplacement δ du noeud A ($\delta < L$) on a $\boxed{N_{mat} = ES_a \frac{\delta}{L}}$ et $\boxed{N_{tirant} = ES_b \frac{\delta}{L}}$

Equilibre du noeud A : $P = N_{mat} + 2N_{tirant} \cos \alpha$ soit $\boxed{P = E \frac{\delta}{L} (S_a + 2S_b \cos \alpha)}$

$$\text{Soit } \boxed{\delta = \frac{PL}{E(S_a + 2S_b \cos \alpha)}}, \quad \boxed{N_{mat} = ES_a \frac{\delta}{L}}, \quad \boxed{N_{tirant} = ES_b \frac{\delta}{L}}$$

Question 4.10

Il faut verifier simultanement les conditions de non plastification et de non flambement, soit :

Condition de non plastification sur le mat et les tirants : $\frac{|N_{mat}|}{S_a} < \sigma_e$ $\frac{|N_{tirant}|}{S_b} < \sigma_e$

Condition de non flambement sur le mat et les tirants :

$$N_{mat} < E \cdot \min(I_{Gz}, I_{Gy}) \frac{(4,493)^2}{(L)^2} \text{ et } \frac{N_{mat}}{S_a} < \sigma_e$$

On doit avoir :

$$N_{tirant} < E I_b \frac{\pi^2}{\left(\frac{L}{\cos \alpha}\right)^2} \text{ et } \frac{N_{tirant}}{S_b} < \sigma_e$$

Question 5.1

$$\vec{u}(M) = u(r, \theta, z) \vec{e}_r + v(r, \theta, z) \vec{e}_\theta + w(r, \theta, z) \vec{e}_z$$

Symétrie cylindrique donc $\vec{u}(M) = u(r) \vec{e}_r + w(z) \vec{e}_z$

Tenseur de déformation $\overline{\overline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \left[\overline{\overline{\text{grad } \vec{u}(M)}} + {}^t \overline{\overline{\text{grad } \vec{u}(M)}} \right]$

$$\overline{\overline{\text{grad } \vec{u}(M)}} = \begin{bmatrix} \frac{du}{dr} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{u}{r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{dw}{dz} \end{bmatrix}_{\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z} \quad \text{donc} \quad \overline{\overline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \frac{du}{dr} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{u}{r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{dw}{dz} \end{bmatrix}_{\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z}$$

Question 5.2

$$\sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \text{tr}(\overline{\overline{\varepsilon}}) \delta_{ij}$$

$$\sigma_{rr} = 2\mu \varepsilon_{rr} + \lambda (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) = (\lambda + 2\mu) \varepsilon_{rr} + \lambda \varepsilon_{\theta\theta} + \lambda \varepsilon_{zz}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = 2\mu \varepsilon_{\theta\theta} + \lambda (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) = (\lambda + 2\mu) \varepsilon_{\theta\theta} + \lambda \varepsilon_{rr} + \lambda \varepsilon_{zz}$$

$$\sigma_{zz} = 2\mu \varepsilon_{zz} + \lambda (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) = (\lambda + 2\mu) \varepsilon_{zz} + \lambda \varepsilon_{\theta\theta} + \lambda \varepsilon_{rr}$$

$$\sigma_{rr} = (\lambda + 2\mu) \frac{du}{dr} + \lambda \frac{u}{r} + \lambda \frac{dw}{dz}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = (\lambda + 2\mu) \frac{u}{r} + \lambda \frac{du}{dr} + \lambda \frac{dw}{dz}$$

$$\sigma_{zz} = (\lambda + 2\mu) \frac{dw}{dz} + \lambda \frac{du}{dr} + \lambda \frac{u}{r}$$

Question 5.3

Il s'agit d'un problème de statique et les forces de graviter sont négligées. L'équilibre local s'écrit

donc : $\overline{\overline{\text{div } \sigma}} = \vec{0}$ donc
$$\begin{cases} \frac{d\sigma_{rr}}{dr} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 \\ \frac{d\sigma_{zz}}{dz} = 0 \end{cases}$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{\lambda}{r} \frac{du}{dr} - \frac{\lambda}{r^2} u + \frac{1}{r} \left[(\lambda + 2\mu) \frac{du}{dr} + \lambda \frac{u}{r} + \lambda \frac{dw}{dz} - (\lambda + 2\mu) \frac{u}{r} - \lambda \frac{du}{dr} - \lambda \frac{dw}{dz} \right] = 0$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{\lambda}{r} \frac{du}{dr} - \frac{\lambda}{r^2} u + \frac{2\mu}{r} \frac{du}{dr} - 2\mu \frac{u}{r^2} = 0$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{d^2 u}{dr^2} + \left(\frac{\lambda + 2\mu}{r} \right) \frac{du}{dr} - (\lambda + 2\mu) \frac{u}{r^2} = 0$$

et donc $\boxed{\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0}$ (E) et $\boxed{w_{,zz} = 0}$

Question 5.4

On trouve $\boxed{w = Cz + D}$

Vérifions que $\boxed{u(r) = Ar + \frac{B}{r}}$ est solution de (E)

$$u'(r) = A - \frac{B}{r^2} \text{ et } u''(r) = -\frac{2B}{r^3} \text{ et donc } -\frac{2B}{r^3} + \frac{A}{r} - \frac{B}{r^3} - \frac{A}{r} + \frac{B}{r^3} = 0$$

Question 5.5

$$\boxed{\varepsilon_{rr} = \frac{du}{dr} = A - \frac{B}{r^2}}$$

$$\boxed{\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r} = A + \frac{B}{r^2}}$$

$$\boxed{\varepsilon_{zz} = \frac{dw}{dz} = C}$$

$$\boxed{\sigma_{rr} = (\lambda + 2\mu) \left(A - \frac{B}{r^2} \right) + \lambda \left(A + \frac{B}{r^2} \right) + \lambda C = 2(\lambda + \mu)A - 2\mu \frac{B}{r^2} + \lambda C}$$

$$\boxed{\sigma_{\theta\theta} = (\lambda + 2\mu) \left(A + \frac{B}{r^2} \right) + \lambda \left(A - \frac{B}{r^2} \right) + \lambda C = 2(\lambda + \mu)A + 2\mu \frac{B}{r^2} + \lambda C}$$

$$\boxed{\sigma_{zz} = (\lambda + 2\mu)C + \lambda \left(A + \frac{B}{r^2} \right) + \lambda \left(A - \frac{B}{r^2} \right) = (\lambda + 2\mu)C + 2\lambda A}$$

Question 5.6

Composante u du champ de déplacement $\boxed{u(r) = Ar + \frac{B}{r}}$

Conditions aux limites $\boxed{\sigma_{rr}(R_i) = -p_i}$ et $\boxed{\sigma_{rr}(R_e) = -p_e}$

$$2(\lambda + \mu)A - 2\mu \frac{B}{R_i^2} + \lambda C = -p_i$$

$$2(\lambda + \mu)A - 2\mu \frac{B}{R_e^2} + \lambda C = -p_e \quad \text{donc } -2\mu \frac{B}{R_i^2} + 2\mu \frac{B}{R_e^2} = -p_i + p_e$$

soit $2\mu B \left(\frac{1}{R_e^2} - \frac{1}{R_i^2} \right) = -p_i + p_e$ et donc $\boxed{B = \frac{p_e - p_i}{2\mu} \frac{R_i^2 R_e^2}{R_i^2 - R_e^2}}$

$$\frac{2(\lambda + \mu)A}{R_e^2} - 2\mu \frac{B}{R_i^2 R_e^2} + \frac{\lambda C}{R_e^2} = -\frac{\rho_i}{R_e^2}$$

$$\frac{2(\lambda + \mu)A}{R_i^2} - 2\mu \frac{B}{R_i^2 R_e^2} + \frac{\lambda C}{R_i^2} = -\frac{\rho_e}{R_i^2}$$

$$\text{soit } \frac{2(\lambda + \mu)A}{R_e^2} - \frac{2(\lambda + \mu)A}{R_i^2} + \frac{\lambda C}{R_e^2} - \frac{\lambda C}{R_i^2} = -\frac{\rho_i}{R_e^2} + \frac{\rho_e}{R_i^2}$$

$$\left[\frac{1}{R_e^2} - \frac{1}{R_i^2} \right] 2(\lambda + \mu)A + \lambda C \left(\frac{1}{R_e^2} - \frac{1}{R_i^2} \right) = \frac{R_e^2 \rho_e - R_i^2 \rho_i}{R_i^2 R_e^2}$$

$$A = \frac{1}{2(\lambda + \mu)} \left[-\lambda C + \frac{R_e^2 \rho_e - R_i^2 \rho_i}{R_i^2 - R_e^2} \right]$$

$$B = \frac{\rho_e - \rho_i}{2\mu} \frac{R_i^2 R_e^2}{R_i^2 - R_e^2}$$

$$u(r) = Ar + \frac{B}{r}$$

Question 5.7

- $w(0) = 0$ donc $D = 0$

- Equilibre du couvercle

$$-\rho_e \pi R_e^2 + \rho_i \pi R_i^2 - \sigma_{zz} \pi (R_e^2 - R_i^2) = 0 \text{ donc } \sigma_{zz} = -\frac{\rho_e R_e^2 - \rho_i R_i^2}{R_e^2 - R_i^2}$$

- Calcul de C :

$$\begin{cases} 2(\lambda + \mu)A + \lambda C = \frac{R_e^2 \rho_e - R_i^2 \rho_i}{R_i^2 - R_e^2} \text{ (expression de A)} \\ (\lambda + 2\mu)C + 2\lambda A = \frac{R_e^2 \rho_e - R_i^2 \rho_i}{R_i^2 - R_e^2} \text{ (expression de } \sigma_{zz}) \end{cases} \text{ donc } 2(\lambda + \mu)A + \lambda C = (\lambda + 2\mu)C + 2\lambda A$$

soit $2(\lambda + \mu)A - 2\lambda A = (\lambda + 2\mu)C - \lambda C$ et donc $2\mu A = 2\mu C$

$$\text{soit } C = A = \frac{1}{3\lambda + 2\mu} \frac{R_e^2 \rho_e - R_i^2 \rho_i}{R_i^2 - R_e^2} \text{ et } w(z) = \frac{1}{3\lambda + 2\mu} \frac{R_e^2 \rho_e - R_i^2 \rho_i}{R_i^2 - R_e^2} z$$

Question 5.8

$$\sigma_{rr} = (3\lambda + 2\mu)A - 2\mu \frac{B}{r^2} = \frac{R_e^2 \rho_e - R_i^2 \rho_i}{R_i^2 - R_e^2} - (\rho_e - \rho_i) \frac{R_i^2 R_e^2}{R_i^2 - R_e^2} \frac{1}{r^2}$$

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{R_e^2 - R_i^2} \left[\rho_i R_i^2 - \rho_e R_e^2 - \frac{(\rho_i - \rho_e) R_i^2 R_e^2}{r^2} \right] \text{ avec } \sigma_{rr}(R_i) = -\rho_i$$

$$\sigma_{\theta\theta} = (3\lambda + 2\mu)A + 2\mu \frac{B}{r^2} = \frac{R_e^2 \rho_e - R_i^2 \rho_i}{R_i^2 - R_e^2} + (\rho_e - \rho_i) \frac{R_i^2 R_e^2}{R_i^2 - R_e^2} \frac{1}{r^2}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = (3\lambda + 2\mu)A + 2\mu \frac{B}{r^2} = \frac{R_e^2 p_e - R_i^2 p_i}{R_i^2 - R_e^2} + (p_e - p_i) \frac{R_i^2 R_e^2}{R_i^2 - R_e^2} \frac{1}{r^2}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{R_i^2 - R_e^2} \left[R_e^2 p_e - R_i^2 p_i + (p_e - p_i) \frac{R_i^2 R_e^2}{r^2} \right]$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{R_e^2 - R_i^2} \left[p_i R_i^2 - p_e R_e^2 + \frac{(p_i - p_e) R_i^2 R_e^2}{r^2} \right]$$

$$\sigma_{zz} = - \frac{p_e R_e^2 - p_i R_i^2}{R_e^2 - R_i^2}$$

Question 5.9

$$p_e(H) = \rho g H$$

$$\text{AN } p_e(H) = 5.10^5 \text{ Pa}$$

Question 5.10

$$\sigma_{rr}(p_i = 0) = \frac{-p_e R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \left[1 - \frac{R_i^2}{r^2} \right] \quad \sigma_{\theta\theta}(p_i = 0) = \frac{-p_e R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \left[1 + \frac{R_i^2}{r^2} \right]$$

$$\sigma_{zz}(p_i = 0) = - \frac{p_e R_e^2}{R_e^2 - R_i^2}$$

Question 5.11

Critère de Von Mises

$$\sigma_{eq}^2 = \frac{(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{rr} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{zz})^2 + 6(\sigma_{rr}^2 + \sigma_{\theta\theta}^2 + \sigma_{zz}^2)}{2} < \sigma_e^2$$

$$\text{soit } 2\sigma_{eq}^2 = (\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{rr} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{zz})^2 < 2\sigma_e^2$$

Question 5.12

$$\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} = \frac{2p_e R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \frac{R_i^2}{r^2} \quad \sigma_{rr} - \sigma_{zz} = \frac{p_e R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \frac{R_i^2}{r^2} \quad \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{zz} = \frac{p_e R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \frac{R_i^2}{r^2}$$

$$2\sigma_{eq}^2 = 6 \left(\frac{p_e R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \frac{R_i^2}{r^2} \right)^2 \quad \text{donc } \sigma_{eq} = \sqrt{3} \frac{R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \frac{R_i^2}{r^2} p_e$$

Question 5.13

- Contrainte maximale $\sigma_{eq} = \sqrt{3} \frac{R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \frac{R_i^2}{r^2} p_e$ en $r = R_i$

$$\text{Soit } \sigma_{eq}(r = R_i) = \sqrt{3} \frac{R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} p_e$$

- Epaisseur du tube $\sigma_{eq}(r = R_i) < \sigma_e$ soit $\sqrt{3} \frac{R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} p_e < \sigma_e$

$$\sqrt{3}R_e^2 p_e < \sigma_e (R_e^2 - R_i^2) \text{ et donc } (\sigma_e - \sqrt{3}p_e) R_e^2 > \sigma_e R_i^2 \text{ soit } R_e^2 > \frac{\sigma_e R_i^2}{\sigma_e - \sqrt{3}p_e}$$

$$e > R_i \left(\sqrt{\frac{\sigma_e}{\sigma_e - \sqrt{3}p_e}} - 1 \right)$$

$$e = 0,5 \text{ mm}$$

Question 5.14
Facile à assurer

PARTIE 6

Question 6.1

Compte-tenu des hypothèses sur les conditions d'échange, le problème est unidimensionnel et radial. On applique la conservation de l'énergie sur l'élément de volume délimité par les cylindres de rayon r et $r+dr$: $q''(r+dr)S(r+dr) = q''(r)S(r) + \omega_n dV$ (6.1)

Avec $S(r) = 2\pi rL$, $S(r+dr) = 2\pi(r+dr)L$, $dV \approx 2\pi Lrdr$ et $q''(r) = -k_n \frac{dT}{dr} \Big|_r$

En remplaçant ces quantités dans la relation (6.1), on obtient : $k_n \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \omega_n = 0$ (6.2)

Question 6.2

L'âme en aluminium de volume $V = \pi r_0^2 L$ est parcourue par un courant $I = j\pi r_0^2$. Sa résistance électrique vaut $\Re = \rho_0 \frac{L}{\pi r_0^2}$. La puissance électrique dissipée par unité de volume (effet Joule) s'écrit

par conséquent : $\omega_0 = \frac{\Re I^2}{V} = \rho_0 j^2$.

Question 6.3

On intègre l'équation (6.2) entre $r=0$ et $r=r_0$ en utilisant les deux conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} \left(\frac{dT}{dr} \right)_{r=0} = 0 \\ T(r=0) = T(0) \end{cases} .$$

On obtient le profil de température dans l'âme en aluminium $T(r) = -\frac{\omega_0 r^2}{4k_0} + T(0)$ et par suite la

différence : $T(0) - T(r_0) = \frac{\omega_0 r_0^2}{4k_0}$. La température est maximum au centre du câble.

Question 6.4

Pour les couches 1, 2, 3, il n'y a pas de génération interne d'énergie, $\omega_n = 0$ $n=1, 2, 3$. Le bilan d'énergie établi à la question 6.1 montre que le flux se conserve $Q_n(r) = Q(r) = \text{cste}$.

$$Q(r) = -k_n 2\pi r L \left(\frac{dT}{dr} \right)_r = \text{cste} \text{ ou encore } -\frac{dr}{k_n 2\pi r} \frac{Q(r)}{L} = dT$$

Soit, après intégration entre les deux extrémités du milieu n :

$$\frac{Q(r)}{L} = -\frac{2\pi k_n}{L \ln\left(\frac{r_n}{r_{n-1}}\right)} [T(r_{n-1}) - T(r_n)]$$

On remarquera la cohérence de signe entre l'écart de température et le flux de chaleur. La température décroît vers la périphérie du câble ($T(r_{n-1}) - T(r_n) > 0$), ce qui correspond à un flux sortant ($Q(r) > 0$).

Question 6.5

Utilisant la définition de la résistance thermique $R_{th} = \frac{\Delta T}{Q}$, il vient :

$$R_{th_n} = \frac{1}{2\pi k_n L} \text{Ln}\left(\frac{r_n}{r_{n-1}}\right), \text{ soit par unité de longueur } R_{th_n} L = \frac{1}{2\pi k_n} \text{Ln}\left(\frac{r_n}{r_{n-1}}\right)$$

Question 6.6

Applications numériques : $S_0 = 1200 \text{ mm}^2 \Rightarrow r_0 = 19.5 \text{ mm}$

$r_1 = 19.5 + 28 = 47.5 \text{ mm}$, $r_2 = 47.5 + 5 = 52.5 \text{ mm}$, $r_3 = 52.5 + 5 = 57.5 \text{ mm}$.

$k_1 = 0.17 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, $k_2 = 35 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, $k_3 = 0.5 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$.

$R_{th_1} L = 0.83 \text{ Km W}^{-1}$, $R_{th_2} L = 4.5 \cdot 10^{-4} \text{ Km W}^{-1}$, $R_{th_3} L = 0.03 \text{ Km W}^{-1}$.

La gaine en plomb utilisée pour lester le câble n'a aucun effet sur le plan thermique. L'isolation thermique est principalement réalisée par la couche de PVC.

Question 6.7

La résistance thermique par convection est donnée par $R_{cv} = \frac{1}{h(2\pi r_3 L)}$, soit pour une longueur de

$$\text{câble unité : } R_{cv} L = \frac{1}{h(2\pi r_3)} = 0.028 \text{ Km W}^{-1}$$

Cette résistance est du même ordre de grandeur que celle du polyéthylène. Elle reste faible devant la résistance thermique du PVC.

Question 6.8

La température de l'âme en aluminium étant supposée uniforme, $T(r_0) = 90 \text{ °C}$. Le flux maximal qui peut être dissipé dans l'âme est donné par

$$Q = \frac{T(r_0) - T_{\text{eau}}}{R_{\text{tot}}} \text{ où } R_{\text{tot}} = \sum_{n=1}^3 R_{th_n} + R_{cv}. \text{ Ce flux est égal à la puissance électrique générée par}$$

$$\text{effet Joule : } \omega_0 V = \Re I^2 = \rho_0 j^2 \pi r_0^2 L$$

$$\text{La densité de courant maximale que peut supporter le câble est donc : } j_{\text{Max}} = \left(\frac{T(r_0) - T_{\text{eau}}}{R_{\text{tot}} L} \frac{1}{\rho_0 \pi r_0^2} \right)^{1/2},$$

soit numériquement : $j_{\text{Max}} \approx 2 \text{ A/mm}^2$.

Question 6.9

Utilisant le résultat établi à la question 6.2, on peut calculer numériquement la valeur ω_0 et par suite la différence de température dans l'aluminium obtenue à la question 6.3. Le cas le plus défavorable correspond à $j_{\text{Max}} \approx 2 \text{ A/mm}^2$ et conduit à une différence de température de l'ordre de 0.033 K. L'hypothèse de température uniforme dans l'âme en aluminium est par conséquent pertinente.

Question 6.10

Utilisant le concept de résistance thermique, il vient immédiatement :

$$T(r_1) = T(r_0) - \frac{R_{th_1} L}{R_{\text{tot}} L} (T(r_0) - T_{\text{eau}}), \text{ soit numériquement : } T(r_1) \approx 15.6 \text{ °C.}$$

$$T(r_2) = T(r_1) - \frac{R_{th_2} L}{R_{\text{tot}} L} (T(r_0) - T_{\text{eau}}), \text{ soit numériquement : } T(r_2) \approx 15.1 \text{ °C}$$

$$T(r_3) = T(r_2) - \frac{R_{th_3} L}{R_{\text{tot}} L} (T(r_0) - T_{\text{eau}}), \text{ soit numériquement : } T(r_3) \approx 12.4 \text{ °C}$$

La principale chute de température est observée dans l'isolant en PVC. La température n'évolue que très peu dans les autres milieux.

Question 6.11

Le courant circulant dans le câble pour une puissance de 200 kW sous une tension de 400 V est de 500 A. La densité de courant correspondante est donnée par $j = I/S_0 \approx 0.42 \text{ A/mm}^2$. Cette valeur est compatible avec la valeur maximale déterminée à la question 6.9. En pratique, la température du câble en aluminium sera bien inférieure à la valeur limite de 90°C. La fonction technique FT9 est par conséquent bien assurée.

Épreuve de Mécanique Générale et des Milieux Déformables

Présentation de l'épreuve

Le support retenu pour l'épreuve était un système de récupération d'énergie des courants marins par aile oscillante appelé Stingray. Un prototype de ce système industriel réel est utilisé en version test dans les îles Shetland. Il se différencie des autres hydroliennes immergées en utilisant un mouvement d'aile oscillante plutôt qu'un mouvement de rotation d'une hélice pour capter l'énergie des courants marins. En évoluant dans le courant, l'aile oscillante provoque la rotation cyclique d'un bras pivotant qui, à son tour, provoque l'allongement et le raccourcissement de vérins hydrauliques. Ces vérins mettent en marche un moteur hydraulique relié à une génératrice électrique.

La conception pluri technologique du système Stingray et la nature de l'environnement dans lequel il évolue justifie la pertinence de son choix pour évaluer les candidats. En effet, l'analyse de ses solutions constructives et la prédiction de ses performances a permis de les évaluer sur tous les champs disciplinaires requis pour cette épreuve de mécanique générale et des milieux déformables.

Le sujet comportait 6 parties indépendantes qui étaient organisées autour d'une analyse systémique du support. Elles s'attachaient chacune à tester les compétences des candidats pour prédire les performances liées à une ou plusieurs fonctions techniques, ou valider le dimensionnement d'un composant du système.

Commentaires sur l'épreuve

Partie 1

L'objectif de cette partie était de prédire la performance de la fonction technique FT1 « récupérer l'énergie des courants marins ». Cette fonction pouvait être estimée à partir du calcul de la force de portance (la force de traînée étant négligée devant cette dernière). La modélisation était simplifiée en considérant un écoulement plan autour du profil d'aile (les effets tri-dimensionnels étaient négligés) et un régime permanent. Le fluide était incompressible et parfait. Dans ces conditions, la situation était similaire au classique problème d'aérodynamique que constitue l'écoulement d'air autour d'un profil d'aile.

Dans une première partie les candidats étaient invités à déterminer l'écoulement d'un fluide parfait autour d'un cylindre portant (écoulement potentiel avec circulation de vitesses) : détermination à partir de la fonction potentiel complexe (donnée) du champ de vitesse sur la paroi du cylindre, identification des points d'arrêt, calcul du champ de pression à partir du théorème de Bernoulli puis de la résultante des forces de pression exercées par le fluide sur le cylindre, enfin, identification avec la force de portance perpendiculaire à la vitesse du fluide incident.

Dans une seconde partie, l'écoulement autour du cylindre portant était transformé en écoulement autour du profil d'aile du Stingray (NACA0015) par utilisation d'une transformation conforme de Joukovski dont les paramètres étaient donnés dans le texte. Le candidat était amené à retrouver la valeur de la circulation satisfaisant la condition de Kutta (vitesse nulle au bord de fuite). Après avoir démontré que cette circulation était identique à celle qui serait obtenue sur le cylindre portant à l'origine de la transformation de Joukovski, le candidat pouvait en déduire l'égalité des forces de portance sur les deux systèmes et enfin calculer la valeur attendue pour le profil d'aile.

Cette partie comportait 15 questions permettant de guider le candidat dans sa démarche. 57 candidats sur 96 ne l'ont pas traitée, peut être rebutés par la nécessaire maîtrise des nombres complexes. Sur les 39 restants, une très large majorité n'a traité que les toutes premières questions, seuls 3 candidats ont traité l'intégralité du problème.

Partie 2

L'objectif de cette partie était de prédire le niveau de puissance moyenne générée par le système. Elle faisait appel à des compétences de modélisation et d'interprétation de résultats simulés. Le candidat

était amené à modéliser les quantités dynamiques du système et les actions mécaniques qui s'exerçaient sur lui. Il pouvait ainsi mettre en équation son mouvement général, et en déduire, après simulation, l'évolution de la puissance générée au niveau vérins hydrauliques. Les champs disciplinaires qui y étaient requis concernaient principalement la mécanique des solides indéformables, et sa description par le formalisme de Lagrange.

Beaucoup de candidats ont abordé cette partie, avec plus ou moins de succès. Certains d'entre eux ont en effet une grande maîtrise du formalisme de Lagrange et ont une bonne capacité de calcul. D'autres au contraire ne connaissent pas ce formalisme ou se perdent dans des calculs inutiles, ne répondant pas aux questions posées. Le jury ne saurait trop conseiller aux candidats de se mettre au point sur la mécanique des solides indéformables, sous toutes ses formes.

Partie 3

L'objectif de cette partie était de valider le dimensionnement de l'aile oscillante pour résister aux efforts de pression que l'eau exerce sur elle. L'aile étant plane et de faible épaisseur, la modélisation qui était retenue faisait appel à la théorie des plaques sous l'approximation de Kirchhoff-Love. Les candidats étaient amenés à mettre en place le modèle d'une simulation numérique par éléments finis basé sur un maillage utilisant des éléments rectangulaires. Le résultat de la simulation étant fourni, ils pouvaient conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Très peu de candidats ont abordé cette partie. Ceux qui l'ont traitée se sont vite arrêtés aux premières difficultés liées à la modélisation proposée pour les plaques, qui était pourtant absolument classique. Encore moins de candidats ont abordé les questions sur la modélisation par éléments finis. Le jury regrette le peu de maîtrise des candidats en modélisation des milieux continus à deux dimensions. Il regrette également le peu de connaissances des candidats dans la résolution des problèmes par la technique des éléments finis, technique pourtant largement utilisée en recherche et dans l'industrie.

Partie 4

L'objectif de cette partie était de valider le dimensionnement au flambement du mat et des tirants dans une configuration très simplifiée qui permettait néanmoins d'effectuer des calculs analytiques. Les compétences nécessaires pour traiter cette partie relevaient de la résistance de matériaux appliquée aux poutres et de quelques notions de flambement. Dans un premier temps, les candidats devaient calculer la charge critique de flambement de deux poutres simples. L'une était encastree d'un côté et libre de l'autre tandis que la seconde était encastree et en appui simple. Dans un second temps ils devaient appliquer les résultats obtenus au dimensionnement du mat et des tirants dans une configuration très simplifiée.

Ces questions ont été abordées par de nombreux candidats avec plus ou moins de réussite. Dans l'ensemble ils ont réussi à établir les équations d'équilibre local et l'équation de la ligne moyenne. Par contre trop de candidats ont buté sur le calcul d'une solution particulière de cette équation. Ensuite soit les candidats ne connaissaient pas le flambement, auquel cas il ne savaient pas calculer l'effort critique, soit ils ne savaient pas résoudre un problème 2D du type treillis, auquel cas ils ne pouvaient pas appliquer les résultats obtenus. En conséquence, le jury recommande aux futurs candidats de revoir le cours de flambement ainsi que le calcul de treillis.

Partie 5

L'objectif de cette partie était de valider le dimensionnement de l'enceinte de protection du POD (moteur hydraulique + réducteur + génératrice électrique) afin que le matériau qui la constitue ne plastifie pas. Les compétences nécessaires pour traiter cette question relevaient de la mécanique des milieux continus et du comportement élastique linéaire isotrope des matériaux. Dans un premier temps, les candidats étaient amenés à calculer le champ de contraintes dans l'enceinte et dans un second temps ils devaient appliquer les résultats obtenus au dimensionnement de celle-ci. Cela nécessitait de connaître et de savoir appliquer le critère de Von Mises.

Cette partie a été abordée par beaucoup de candidats mais avec plus ou moins de succès. En effet, à la surprise du jury, de nombreux candidats n'ont pas pu traiter correctement le problème posé car ils ne connaissent pas la loi de comportement d'un milieu élastique linéaire et isotrope ou ne savent pas

appliquer des conditions limites du type pression imposée. En conséquence, le jury conseille aux futurs candidats de s'entraîner à la formulation d'un problème d'élasticité.

Partie 6

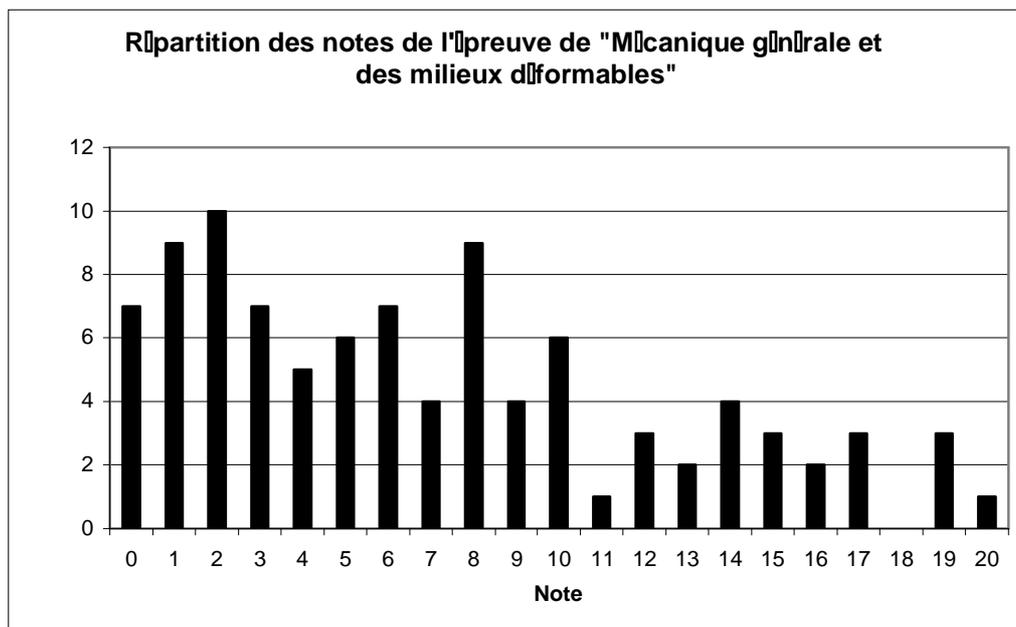
L'objectif de cette partie était de valider le dimensionnement des câbles destinés à transporter l'énergie électrique vers la terre (fonction technique FT9). En effet, les câbles sous-marins sont lestés par une gaine en plomb qui doit être isolée électriquement de l'âme conductrice et de l'eau. L'ensemble du câble est ainsi constitué d'une âme en aluminium surmonté de 3 gaines superposées (PVC, plomb, polyéthylène). Ce milieu multicouches doit être thermiquement compatible avec les impératifs électriques. Cette partie s'intéressait à la validation du dimensionnement en vérifiant que la température limite d'utilisation (90°C pour l'âme) était compatible avec la puissance électrique à transporter (200 kW).

Le candidat était d'abord invité à retrouver l'équation de la chaleur en coordonnées radiales cylindriques dans le cas général (avec génération interne de chaleur) puis à la résoudre pour établir le profil de température dans l'âme conductrice. Utilisant le concept de résistances thermiques pour modéliser le transfert par conduction dans les 3 gaines et l'échange convectif avec l'eau, le candidat pouvait ainsi calculer le flux de chaleur échangé entre le câble et l'eau puis en déduire la puissance électrique générée par unité de volume dans l'âme conductrice. Il vérifiait enfin que la valeur de la densité de courant obtenue était compatible avec la puissance produite par l'aile oscillante.

Cette partie comportait 11 questions. 64 candidats sur 96 n'ont pas traité cette 6^{ème} partie. Sur les 32 restants, une très large majorité n'a traité que les toutes premières questions et seuls 3 candidats ont traité l'intégralité du problème. Les outils mathématiques sous-tendus ne présentant pas de difficulté particulière, il semble qu'il faille chercher une explication vers une connaissance insuffisante ou une faible assimilation des concepts propres au transfert de chaleur. Enfin, il est à noter que les formules élémentaires d'électricité telles que celles donnant la résistance électrique $R = \rho L/S$ et la densité de courant $j = I/S$ ont fait défaut à de trop nombreux candidats.

Bilan global

96 candidats ont composé pour cette épreuve. La moyenne des résultats obtenus est de 7,5/20 et l'écart type de 5,4. La note maximale est 20/20 et la minimale est 0,2/20.



La répartition des notes est fournie sur le graphique ci-dessus. 38 candidats ont eu une note inférieure à 5/20. 30 candidats ont eu une note comprise entre 5 et 10. 16 candidats ont eu une note comprise entre 10 et 15. 12 candidats ont eu une note supérieure ou égale à 15. L'étalement des notes sur

toute la gamme de notation montre bien la capacité de l'épreuve à déceler clairement les candidats ayant développé les compétences recherchées par le concours dans cette épreuve.

Conseils du jury

Comme chaque année, le jury constate une grande disparité dans les copies : certaines sont d'une excellente qualité, alors que d'autres sont au contraire très pauvres. De nombreux candidats ont très bien fait certaines parties dans leur globalité, et ont raté d'autres parties dans leur globalité, ce qui traduit le caractère mono-disciplinaire de leurs compétences. Le jury rappelle que le concours cherche à déceler par cette épreuve les candidats ayant une vision large de la mécanique, et leur conseille donc de ne faire aucune impasse dans le programme.

Par ailleurs, le jury constate trop de fautes de calcul élémentaire. Il ne saurait que trop conseiller aux candidats de faire extrêmement attention aux calculs qu'ils mènent, et leur rappelle que la vérification de l'homogénéité des résultats doit être un réflexe obligatoire.

Le jury est par ailleurs sensible à la présentation et la clarté des explications. Il s'attend donc à ce que les copies soient claires et les explications bien détaillées. Certains candidats s'attachent à bien encadrer ou souligner les résultats de manière à bien faire ressortir l'essentiel. D'autres, au contraire, enchaînent les questions sans les numéroter et sans mettre en valeur les points essentiels, ce qui est très regrettable. Enfin, le jury juge inacceptables certaines copies contenant un nombre incroyable de fautes d'orthographe.

Concours externe de recrutement de professeurs agrégés

**Sections : Génie mécanique
Mécanique**

Analyse et conception des systèmes

Durée : 8 heures

Aucun document n'est autorisé.

Moyens de calculs autorisés : calculatrice de poche, y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique, à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999. La calculatrice ne devra pas posséder de données scientifiques et techniques propres au génie mécanique.

Dès la distribution du sujet, le candidat s'assurera que l'exemplaire du dossier remis est complet.

Les documents réponses seront insérés à plat dans les copies, l'entête détachable placée en haut.

Détection d'une erreur éventuelle par le candidat

Dans le cas où un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale très lisiblement sur sa copie, propose sa correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

Nota Bene

Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra comporter aucun signe distinctif tel que nom, signature, origine, conformément au principe d'anonymat. Si le travail qui vous est demandé implique notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier.

Le sujet comporte 60 pages

- une présentation de l'étude (pages 3/60 à 6/60) ;
- le texte de l'étude (pages 7/60 à 33/60) ;
- le dossier technique constitué des documents repérés Documents Techniques DT1 à DT17 ;
- le dossier réponses contenant des documents repérés Documents Réponses DR1 à DR7.

RECOMMANDATIONS

L'étude est composée de 5 parties indépendantes.

Il est proposé au candidat de répartir son temps de travail sur les différentes parties de l'étude de la façon suivante :

Lecture du sujet		1 heure
Partie 1	Analyse globale du bras élévateur aérien	1 heure
Partie 2	Analyse et conception de l'orientation de la tourelle	2 heures
Partie 3	Analyse et conception du bras télescopique	1,5 heure
Partie 4	Analyse et conception du bras pendulaire	1,5 heure
Partie 5	Sécurité du porteur – synthèse globale du sujet	1 heure

Le candidat devra rendre :

- 5 copies séparées correspondant aux 5 parties du sujet ;
- les documents réponses, qui seront insérés dans la copie afférente à la partie traitée.

PRÉSENTATION DE L'ÉTUDE : BRAS ÉLÉVATEUR AÉRIEN

Le Bras Élévateur Aérien (BEA) automobile est un engin élévateur de personnes destiné à la lutte contre l'incendie. Sa fonction principale est d'élever en toute sécurité 5 personnes ou une masse totale de 500 kg à une hauteur maximale de 33 m environ du sol pour intervenir sur des feux. Le modèle étudié est le 330 TBI conçu et réalisé par la société EGI située à Charleville-Mézières filiale du groupe GIMAEX spécialisé dans la lutte contre le feu, la protection de l'environnement, le secours routier ou encore le sauvetage et l'extinction en hauteur.

Les points forts du BEA 330 TBI signalés par la société sont :

- recherche de la compacité et de la mobilité pour les accès encombrés. Avantage : réalisation du bras élévateur le plus compact du marché. En effet le 330 TBI ne fait que 8,30 m de long sur un châssis carrossé de PTAC 18/19 tonnes avec un rayon de braquage réduit ;
- rapidité d'intervention : mise en station automatique : le châssis se positionne à l'horizontale automatiquement en quelques secondes dans des pentes et devers atteignant 7° ;
- performances certifiées (APAVE-CNMIS) : hauteur de sauvetage de 32,6 m (selon NF EN 1777), portée de 20,30 m, et charge nacelle de 500 kg (5 personnes). Il peut embarquer en nacelle une lance canon/mixte de 3500 L/min de débit ;
- intelligence électronique.



Figure 1 : vue du BEA sur stabilisateurs

Adaptation aux terrains et aux architectures difficiles

L'adaptabilité des BEA aux terrains difficiles et aux architectures complexes des espaces urbains modernes est le résultat de différents choix technologiques concernant :

Stabilisation à caissons doubles

La conception en caissons superposés du faux châssis et en doubles caissons assure les meilleurs coefficients de stabilité dans toutes les situations.

Stabilisation « intelligente »

La position de chaque stabilisateur peut être adaptée en fonction de l'environnement du site d'intervention.

L'adaptation aux dévers et pentes jusqu'à 7° est assurée par une mise à niveau automatique grâce au grand débattement individuel des caissons verticaux.

Bras à double télescope

À partir de la classe 30, la structure extensible combine un bras principal télescopique à 4 ou 5 éléments avec un bras articulé (bras pendulaire) à 2 éléments monté latéralement.

Ceci confère à l'ensemble routier des dimensions hors tout en hauteur et en longueur les plus réduites du marché, ainsi qu'un rayon de braquage inchangé grâce à l'absence de porte-à-faux avant.

Le concept de bras articulé télescopique offre par ailleurs une capacité de surplomb des obstacles de plus de 10 m.

Plateforme de sauvetage APOLLO

La géométrie du bras permet d'utiliser la technique dite de « nacelle » suspendue, qui compte tenu des capacités de sauvetage des BEA, présente des niveaux de sécurité inégalés par la technique de plateforme portée, trop dangereuse pour les niveaux de charge permis par les BEA.

Elle offre une très grande surface au sol pour une capacité de secours de 5 personnes. L'accès est facilité grâce à une grande ouverture frontale équipée d'un abattant extérieur et d'une ouverture arrière, toutes sécurisées par un verrouillage asservi par ordinateur.

Les manœuvres délicates à proximité d'obstacle sont également sécurisées grâce à une combinaison de détecteurs de proximité.

Postes de commande

Les postes de commande sont directement dérivés des postes échelles automatiques. Ils présentent les mêmes caractéristiques d'ergonomie et les mêmes fonctionnalités.

Les BEA bénéficient de l'assistance au pilotage par une centrale de contrôle et sécurité. L'opérateur peut ainsi conduire ses opérations avec la plus grande acuité et réagir immédiatement à tout événement en cours d'intervention.



Figure 2 : attaque d'un feu par un BEA

L'engin peut être décomposé en sept sous-ensembles :

- 1.** le véhicule porteur, élément de la gamme d'un constructeur de véhicules poids lourds ;
- 2.** un faux châssis composé d'un caisson fermé de section rectangulaire qui forme une ossature rigide épargnant au châssis du véhicule toutes sollicitations (flexions, vrillage, torsions). L'assemblage de ces éléments est réalisé par soudure. L'ensemble est fixé au châssis par des corbeaux et des platines fixés suivant les recommandations de montage du constructeur du véhicule.

Ce faux châssis permet la fixation :

- de l'ensemble de stabilisation ;
- de la couronne d'orientation destinée à supporter la tourelle et à assurer la rotation de l'ensemble bras élévateur en continu ;
- du réservoir hydraulique et de la pompe ;

- des coffres de rangement latéraux ;
- du repose-bras.

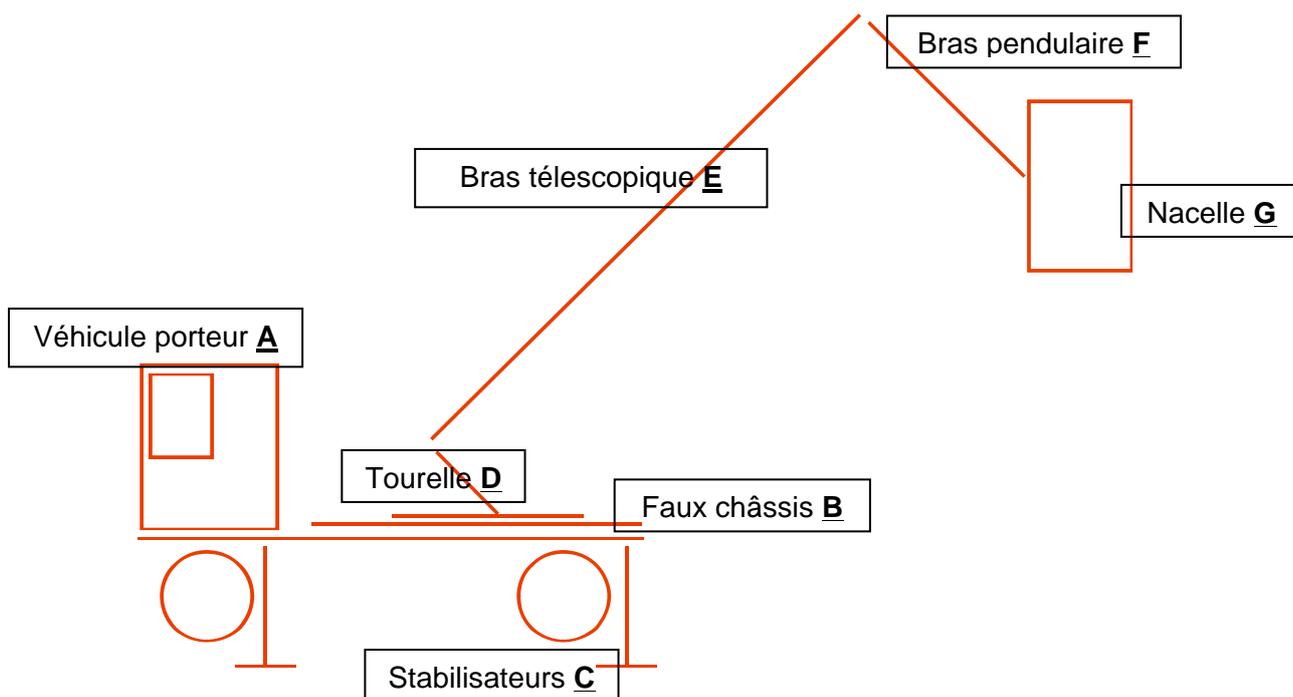


Figure 3 : décomposition modulaire du BEA

3. quatre stabilisateurs de type H assurent la stabilité de l'appareil. L'ensemble d'un stabilisateur comprend :
 - 1 poutre fixe solidaire du faux châssis ;
 - 1 poutre coulissante dont l'extension est assurée par un vérin ;
 - 1 vérin de stabilisation boulonné en extrémité de la poutre coulissante.
 Une semelle d'appui est reliée au vérin de stabilisation.
4. une tourelle basse fixée sur le faux châssis et équipée d'une couronne d'orientation. L'orientation de la tourelle est obtenue par un moteur hydraulique équipé d'un réducteur planétaire et d'un frein positif à manque de pression. Un joint tournant est situé dans l'axe de giration (comprenant les passages d'huile et les connexions électriques), permettant une rotation de la tourelle sur 360° en continu. Le poste de commande tourelle est situé à gauche de l'axe véhicule, il est équipé d'un poste de conduite avec siège reprenant tous les éléments de commande et de contrôle du bras élévateur.
5. le système de bras de l'élévateur comprend un ensemble de bras télescopiques. L'élément de base (bras inférieur) est articulé sur la tourelle (son débattement est de -7° à +80°). Les autres éléments coulissent entre eux. Le système d'extension flèche ainsi que la chaîne porte câble sont situés à l'intérieur des caissons et sont ainsi protégés.
6. le bras pendulaire comprend 2 éléments télescopiques et supporte à son extrémité la nacelle. Les fonctions d'extension et de rétractation du télescope sont obtenues par l'intermédiaire d'un vérin hydraulique à double effet. Ce bras est articulé par un vérin qui permet un débattement de -180° à 0°. Le débattement de ce bras permet ainsi des surplombs d'une grande efficacité.
7. la nacelle est suspendue à l'extrémité du bras pendulaire. Elle présente une surface de travail spacieuse. Elle est réalisée en profilés aluminium. Elle est supportée sur le bras pendulaire par une console. Elle comporte :
 - un plancher antidérapant ;
 - des anneaux de fixation pour harnais de sécurité ;
 - le poste de commande nacelle ;

- une pédale homme mort ;
- un interphone.

Un système de pivotement permet une rotation de +/- 50°.

Le verrouillage de la nacelle est « vérifié » par deux capteurs : un pour le portillon d'accès et un pour le pont-levis.

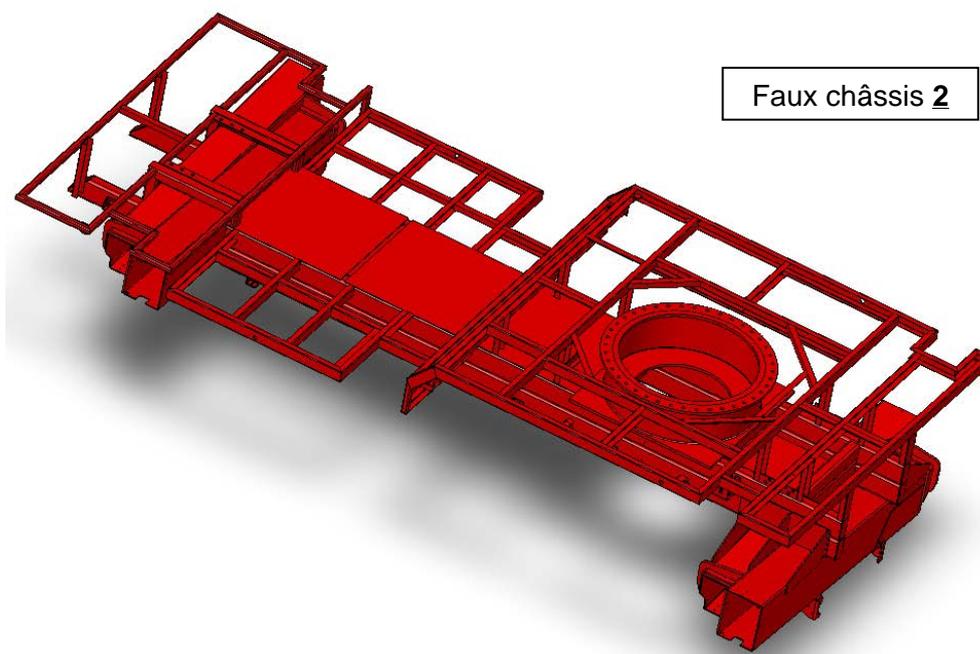


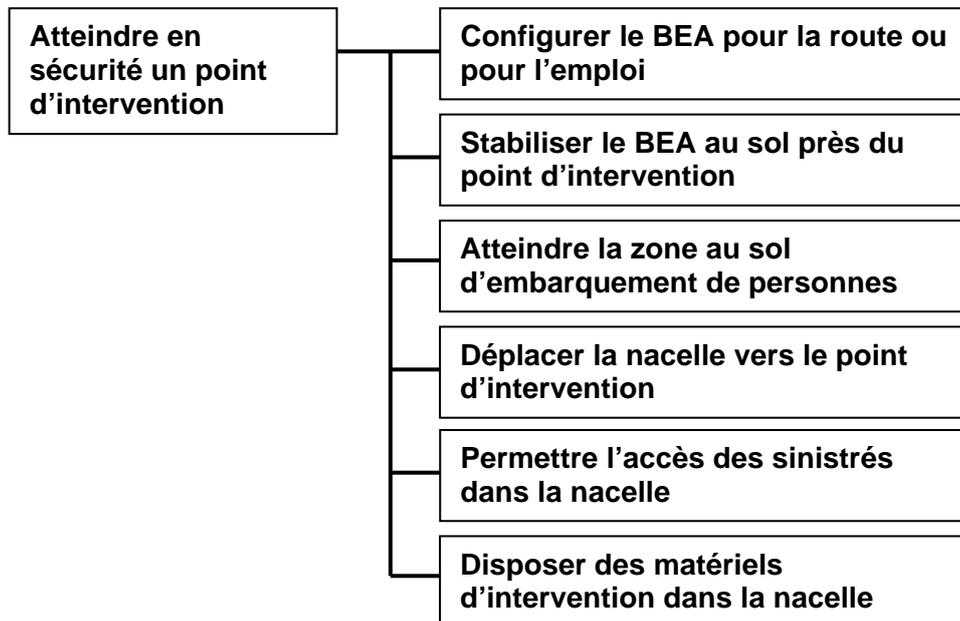
Figure 4 : structure du faux châssis

Le schéma cinématique et la nomenclature des sous-ensembles sont détaillés dans le document technique DT1.

Partie 1 : Analyse globale du bras élévateur aérien

Objectif : construire un argumentaire de choix d'un véhicule de sauvetage.

Fonction globale du bras élévateur articulé



Contexte économique et industriel

Le véhicule de sauvetage utilisé par les sapeurs-pompiers le plus connu du grand public est celui équipé d'une « grande échelle ». Celle-ci peut se déployer sur une longueur de 33 mètres environ. Le déploiement est basé sur le principe d'un système télescopique qui assure ainsi une grande sécurité pour le sauvetage à l'aide d'une nacelle fixée en son extrémité. La « grande échelle » permet :

- d'effectuer des sauvetages de personnes dans les étages lorsque les accès normaux sont difficiles ;
- d'acheminer des personnels et des matériels ;
- d'arroser le bâtiment en feu par l'extérieur.

En France, les sapeurs-pompiers utilisent une abréviation pour en parler :

- **EPSA** (échelle pivotante semi-automatique) qui est coulissante et ne peut faire qu'un seul mouvement à la fois de déploiement, d'élévation ou de rotation ;
- **EPA** (échelle pivotante automatique) qui est similaire aux EPSA mais qui peut effectuer plusieurs mouvements simultanément.

Les professionnels ont vu apparaître au début des années 80 des **BEA** (bras élévateur aérien). Ce dispositif de bras, bien que n'étant pas une échelle, est muni d'une grande plate-forme en son extrémité pouvant recevoir une charge importante en hauteur. Ses avantages sont :

- d'accéder aisément et au plus près des points d'intervention ;
- d'avoir une plate-forme de travail possédant un canon-lance immédiatement utilisable et des projecteurs lumineux.

Son inconvénient principal est une mise en œuvre moins rapide que les échelles, l'empêchant d'être employé comme engin de sauvetage. À l'usage, les BEA sont moins nombreux que les EPA.

Mais récemment de nouveaux véhicules ont été équipés d'un bras élévateur aérien et doublé d'une échelle pour faciliter l'évacuation en hauteur de personnes en situation de danger. Ces véhicules offrent le meilleur compromis.

Problème : l'entreprise qui fabrique du matériel pour le secours des personnes et la protection des biens propose une gamme d'engins capables de répondre aux besoins des professionnels de la lutte contre les incendies et de sauvetage. Ces besoins sont définis par :

- la rapidité d'accès sur les lieux ;
- la capacité à s'adapter à l'environnement proche du sinistre ;
- la capacité d'atteindre le point d'observation, d'attaque du feu et/ou d'évacuation des victimes ;
- la rapidité d'intervention après l'immobilisation de l'engin au sol ;
- la facilité d'évacuation des victimes ;
- la rigidité face à la force développée par le jet d'eau pour l'attaque du feu ;
- la stabilité face aux perturbations extérieures ;
- ...

Il s'agit pour l'entreprise d'établir un argumentaire qui présente les avantages et les inconvénients d'un véhicule équipé d'un bras articulé.

En ce qui concerne la capacité à s'adapter à l'environnement proche du sinistre, l'illustration suivante montre que la grande échelle accède au point d'intervention en ligne droite à une distance radiale de l'engin de 15 à 20 mètres selon la charge embarquée.

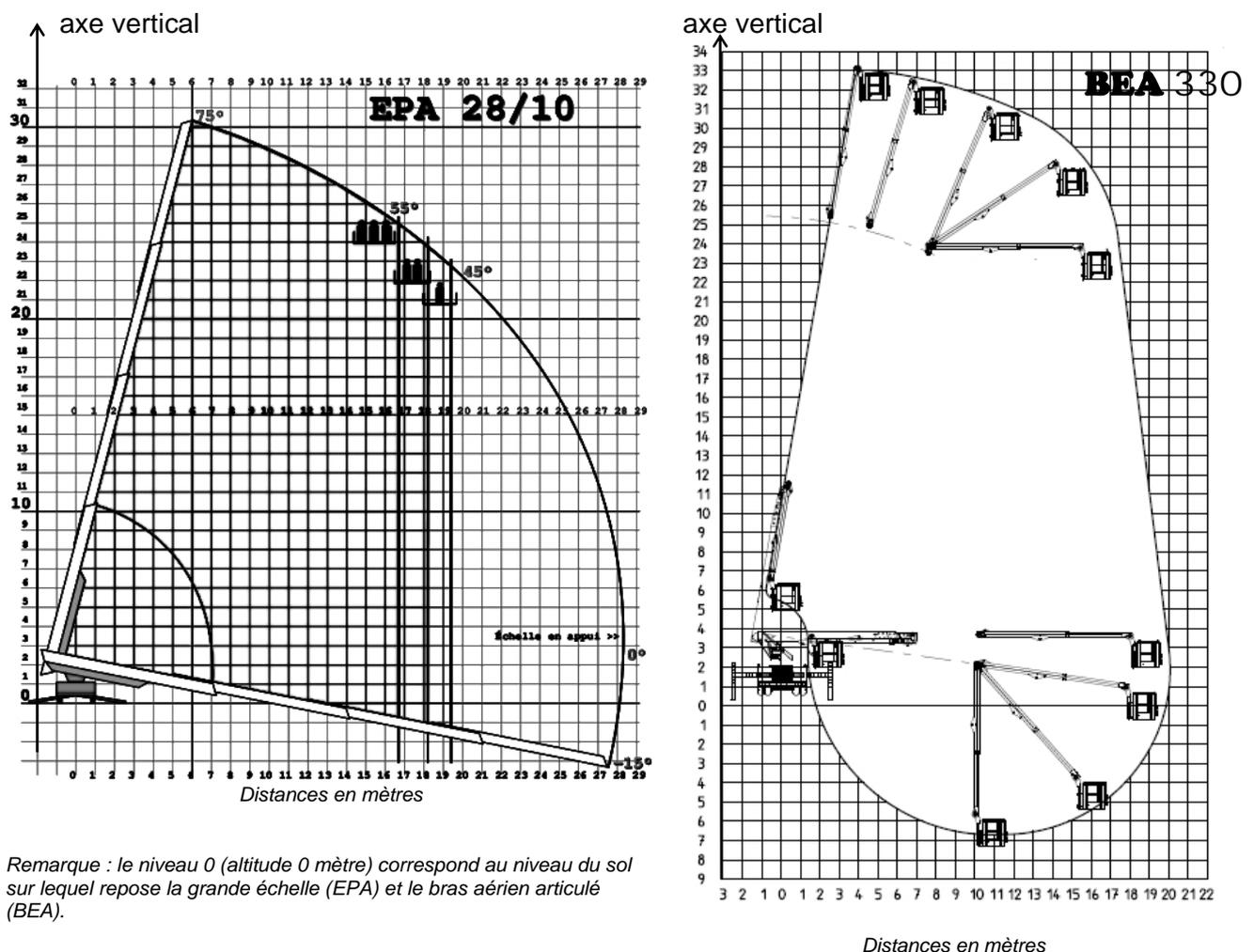


Figure 5 : courbes d'évolution de la portée transversale d'une grande échelle et du BEA étudié

Question 1

À l'aide du graphique ci-dessus qui représente la portée transversale maximale d'un BEA, présenter plusieurs situations comprenant obstacles (arbre, toit, mur,...) et/ou dangers (lignes électriques...) qui justifient l'utilité d'un tel engin pour atteindre le point d'intervention (balcon d'immeuble, fenêtre de toit...) au plus près.

En ce qui concerne la rapidité d'intervention, le temps d'accès au point d'intervention à partir du point d'immobilisation au sol du BEA dépend de la durée totale des différentes phases :

- déploiement du BEA à partir de la configuration de route (compacité de l'engin due aux dimensions hors tout inférieures à 8,3 m en longueur, à 2,5 m en largeur et 2,8 m en hauteur) ;
- embarquement au sol de deux professionnels chargés pour l'un de la commande du mouvement de la nacelle et pour l'autre de la préparation de l'opération d'intervention ;
- accès de la nacelle parcourant une trajectoire allant de la zone d'embarquement vers le point d'intervention et contournant les obstacles (la rotation R_t de la tourelle, la rotation du bras télescopique R_e , la translation T_e du bras télescopique, la rotation R_b du bras pendulaire et la translation T_b du bras pendulaire sont impliquées) ;
- ajustement de la nacelle au point d'évacuation (la rotation d'axe vertical de la nacelle par rapport au bras articulé est alors utilisée).

Lors du parcours de la trajectoire zone d'embarquement/intervention, le temps dépend des obstacles à contourner, de la compétence du responsable de la manœuvre au poste de commande (près du sol) et des possibilités techniques du BEA (mouvements simultanés ou non des différents éléments). L'expérience obtenue par l'entraînement de l'échelier garantit une bonne optimisation de la durée du déplacement. Cette trajectoire peut être enregistrée pour être reproduite en sens inverse, de manière automatique pour rejoindre le point d'intervention au plus vite.

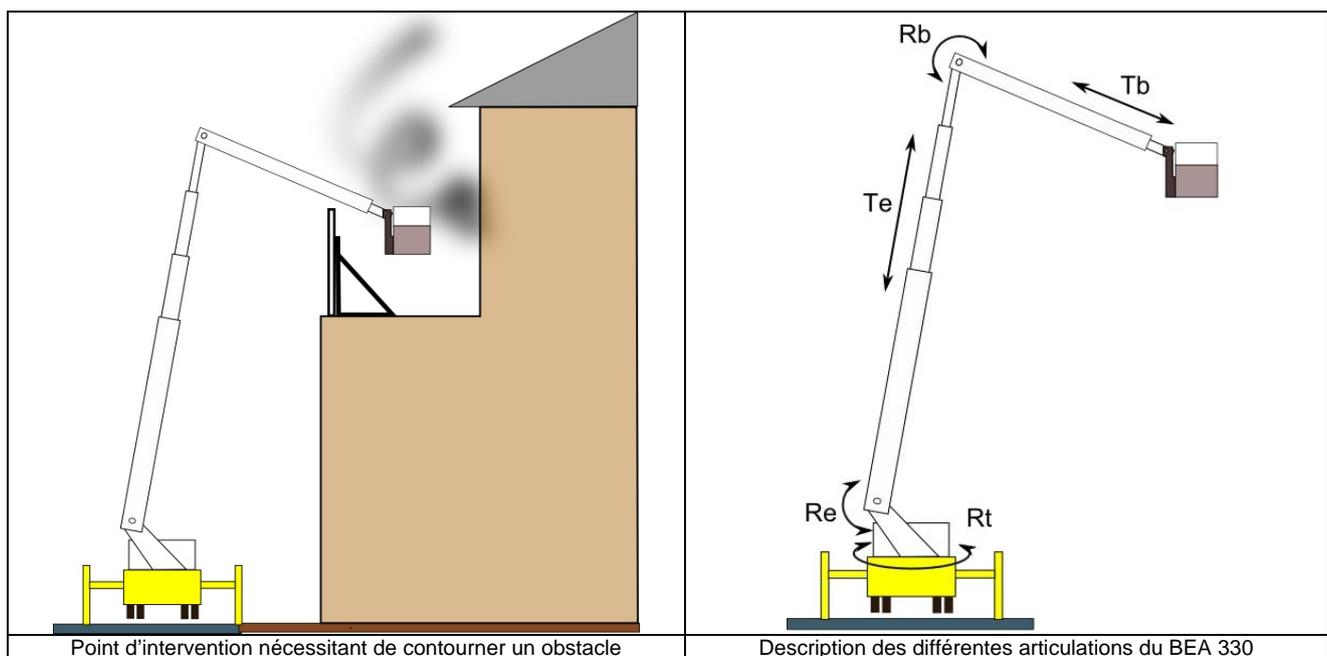


Figure 6 : articulations du BEA

Question 2

Proposer, avec un outil de description adapté, plusieurs exemples d'ordonnancement possible de manœuvre des éléments principaux de BEA (rotation R_t de la tourelle/châssis, élévation R_e et translation T_e du bras télescopique, rotation R_b et translation T_b du bras pendulaire) pour atteindre le point d'intervention depuis le point de fixation de l'engin. En dégager un qui a une durée d'accès court.

Données

- taux de rotation de la tourelle par rapport au châssis de l'engin : $\Omega_t = 0,1 \text{ rad/s}$;
- taux de rotation moyen du télescope par rapport à la tourelle : $\Omega_{e\text{moyen}} = 0,05 \text{ rad/s}$;
- vitesse de translation d'une extrémité de l'échelle par rapport à l'autre : $V_e = 1 \text{ m/s}$;
- taux de rotation moyen du bras pendulaire par rapport au télescope : $\Omega_{b\text{moyen}} = 0,2 \text{ rad/s}$;
- vitesse de translation d'une extrémité du bras pendulaire par rapport à l'autre : $V_b = 1 \text{ m/s}$;

- les 4 éléments du télescope ont une longueur de 6 m environ et se déploient sur 5 m environ ;
- les 2 éléments du bras pendulaire ont une longueur de 4,5 m environ et le second se déploie sur 3 m environ.

En ce qui concerne la facilité d'évacuation des victimes, l'engin EPA, équipé d'une grande échelle, permet plus facilement l'évacuation continue des personnes. Cela constitue un avantage important si le nombre de personnes capables d'emprunter l'échelle est important (au-delà de 4). Quant au bras articulé BEA, il possède toujours une nacelle qui permet de recevoir un ou plusieurs sinistrés ; leur nombre est limité par la charge maximale supportée par la nacelle. Ils seront déposés au sol après le verrouillage des portes d'accès à la nacelle.

Cette limite de charge est définie par les prescriptions d'une norme européenne EN 1777 sur les bras élévateurs aériens utilisés par les services d'incendie et de secours.

Extrait de la norme : « La charge nominale est constituée de personnes, ayant chacune une masse nominale de 90 kg et de tous les équipements portables sur la plateforme, dans les limites de l'enveloppe de travail correspondante. La masse de chaque personne doit être assimilée à une charge ponctuelle agissant à une distance horizontale de 0,1 m du bord de la nacelle, la distance entre les charges ponctuelles étant égales à 0,5 m. La masse des équipements portables doit être assimilée à une charge uniformément répartie sur 25 % du plancher de la plateforme. Toutes les charges doivent être calculées dans les positions et combinaisons produisant les résultats les plus défavorables. »

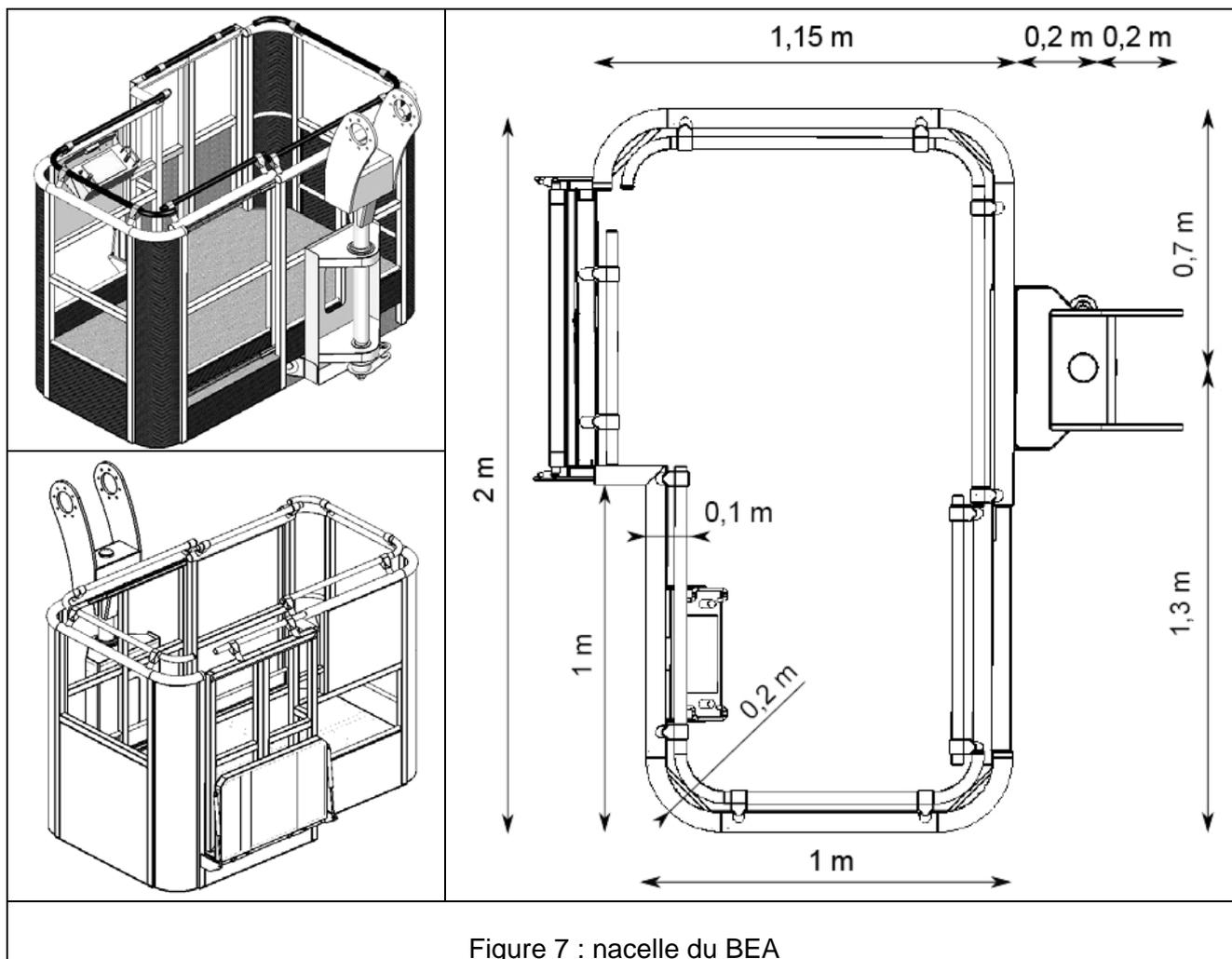


Figure 7 : nacelle du BEA

Question 3

Vérifier que la plateforme peut recevoir cinq personnes au point de vue de ses dimensions et au regard de la norme. Proposer, en vous appuyant sur les dessins de nacelle ci-dessus, une configuration défavorable de la charge supportée par la nacelle et définir son modèle global.

En ce qui concerne la capacité d'atteindre un point d'observation le plus adapté pour une intervention efficace, le BEA possède une articulation importante entre le bras pendulaire et le télescope modélisée par une liaison pivot d'axe horizontal. L'amplitude du mouvement du bras pendulaire par rapport au télescope est donnée par la position extrême de la configuration « route » (-180°) et par celle du déploiement maximum (0°). Le mouvement est conditionné par les éléments de la chaîne d'énergie dans laquelle l'actionneur est un vérin hydraulique linéaire. Cet actionneur, quoique encombrant en longueur, possède des dimensions transversales beaucoup plus faibles pour le loger facilement le long d'un bras.

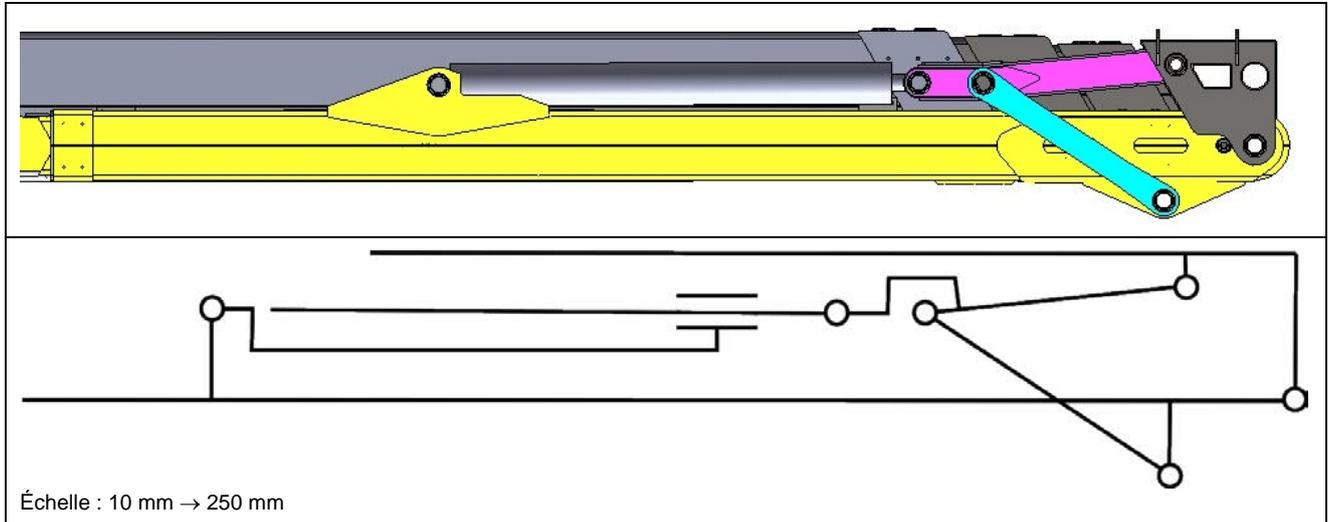


Figure 8 : articulation flèche télescopique – bras pendulaire en configuration « route »

Question 4

Représenter, à l'aide d'un schéma cinématique, la position du bras pendulaire donnée par le débattement maximum et en déduire la longueur utile de la tige du vérin. Représenter sur ce même schéma cinématique un autre vérin dont le point d'ancrage serait fixé sur le dernier élément du télescope et conclure sur l'intérêt et les conséquences d'une telle solution constructive. (Citer le phénomène que l'on peut craindre pour un vérin de cette longueur)

Partie 2 : Analyse et conception de l'orientation de la tourelle

Objectif : choisir l'actionneur hydraulique ; choisir la couronne d'orientation ; concevoir la liaison tourelle/support

La fonction « orienter la tourelle » se retrouve dans de nombreuses applications, notamment dans les domaines des travaux publics ou encore militaires. La puissance nécessaire et disponible sur les différents engins est en général de type hydraulique. C'est aussi le cas pour le BEA étudié.

Chaîne de commande et d'action de l'axe de la tourelle

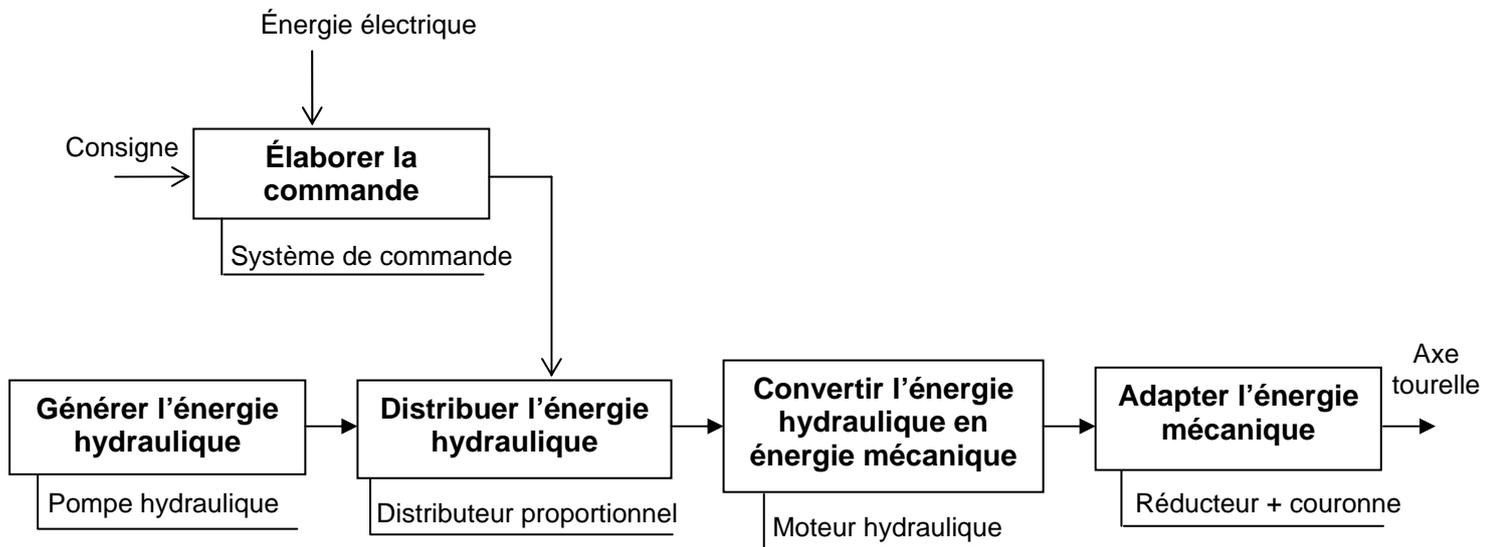


Figure 9 : rotation de la tourelle du BEA

Le schéma ci-dessus présente les fonctions et les solutions utilisées pour la conduite de l'axe de la tourelle du BEA. Celui-ci est asservi en position et en vitesse.

Question 5

Proposer, sous forme de schéma bloc, le principe de la réalisation de ces asservissements. Les blocs seront les noms des solutions technologiques utilisées (voir ci-dessus). Les informations transférées entre les blocs seront indiquées sous forme de paramètres dont la signification et les unités seront précisées.

Dimensionnement en puissance

L'objectif de cette sous-partie concerne le dimensionnement de l'actionneur hydraulique en tenant compte des limitations des organes de la chaîne.

Dans un premier temps, afin de déterminer la puissance nécessaire qui sera développée par le moteur hydraulique d'orientation de la tourelle du BEA ainsi que le couple utile sur l'axe de rotation, une étude énergétique va être menée sur la charge à mouvoir.

Le repère $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, supposé galiléen, est lié au porteur. Le repère $R = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est lié à la tourelle. Il est défini sur la figure 10. La norme de l'accélération de la pesanteur sera égale à $9,81 \text{ m/s}^2$.

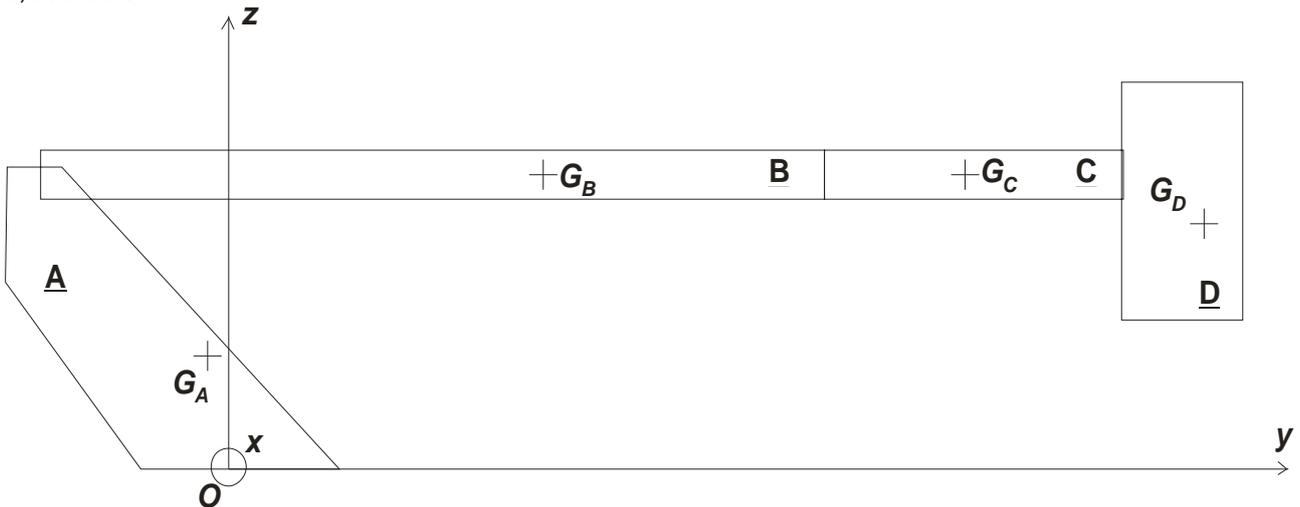


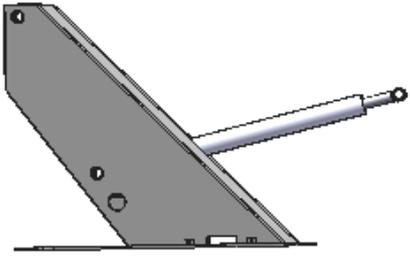
Figure 10 : éléments constitutifs du bras

La liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) entre le porteur et la tourelle est repérée par l'angle $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}) = (\vec{y}_0, \vec{y})$.

On se place dans la **situation défavorable** pour laquelle le bras est déplié à son maximum pour la position horizontale (repérée B sur la courbe S3, Document Technique DT2). On définit quatre sous-ensembles pour le dimensionnement envisagé (voir figure 10 et tableau 1 ci-dessous).

La norme NF EN 1777 définit les différents chargements à prendre en compte lors de la conception des Bras Élévateurs Aériens. Outre les charges dues aux masses en mouvement (personnes, matériels, structure du BEA), il est nécessaire de prendre en compte les effets du vent sur le bras (supposés résistants). La norme précise que la charge appliquée est supposée constante et uniformément répartie sur la surface latérale de valeur $p = 100 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ ce qui correspond à un vent de vitesse $v = 12,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (niveau 6 sur l'échelle de Beaufort). Afin de ne pas alourdir les calculs, nous supposerons que le vent agit sur la surface indiquée à la figure 11. Les liaisons entre les sous-ensembles sont supposées parfaites.

Le profil de la fréquence de rotation de la tourelle est donné sur le graphique de la figure 12.

<p>Tourelle 1 + vérins de flèche</p> <p>Solide A</p>	<p>Centre d'inertie G_A tel que $\vec{OG}_A = -152\vec{y} + 575\vec{z}$ (mm)</p> <p>Masse m_A telle que $m_A = 1550 \text{ kg}$</p> <p>Matrice d'inertie en G_A telle que</p> $I(G_A, \underline{A}) = \begin{pmatrix} 682 & 7 & 37 \\ 7 & 275 & 69 \\ 37 & 69 & 603 \end{pmatrix}_{(G_A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	
---	---	---

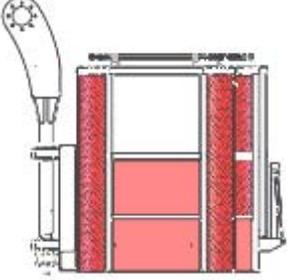
<p>Flèche + coulisse intermédiaire + coulisse finale + coulisseau + « ciseau » + vérin de bras</p> <p>Solide B</p>	<p>Centre d'inertie G_B tel que $\vec{OG}_B = 4247\vec{y} + 1595\vec{z}$ (mm)</p> <p>Masse m_B telle que $m_B = 2650$ kg</p> <p>Matrice d'inertie en G_B telle que</p> $I(G_B, \underline{B}) = \begin{pmatrix} 13374 & 166 & -7 \\ 166 & 112 & 115 \\ -7 & 115 & 13346 \end{pmatrix}_{(G_B, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	
<p>Bras pendulaire + coulisseau pendulaire</p> <p>Solide C</p>	<p>Centre d'inertie G_C tel que $\vec{OG}_C = 14699\vec{y} + 1595\vec{z}$ (mm)</p> <p>Masse m_C telle que $m_C = 525$ kg</p> <p>Matrice d'inertie en G_C telle que</p> $I(G_C, \underline{C}) = \begin{pmatrix} 2842 & -3 & 0 \\ -3 & 363 & -7 \\ 0 & -7 & 2842 \end{pmatrix}_{(G_C, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	
<p>Nacelle + axe + hommes et matériels</p> <p>Solide D</p>	<p>Centre d'inertie G_D tel que $\vec{OG}_D = 18560\vec{y} + 863\vec{z}$ (mm)</p> <p>Masse m_D telle que $m_D = 825$ kg</p> <p>Matrice d'inertie en G_D telle que</p> $I(G_D, \underline{D}) = \begin{pmatrix} 421 & -34 & 7 \\ -34 & 363 & -62 \\ 7 & -62 & 347 \end{pmatrix}_{(G_D, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	

Tableau 1 : éléments cinétiques du bras

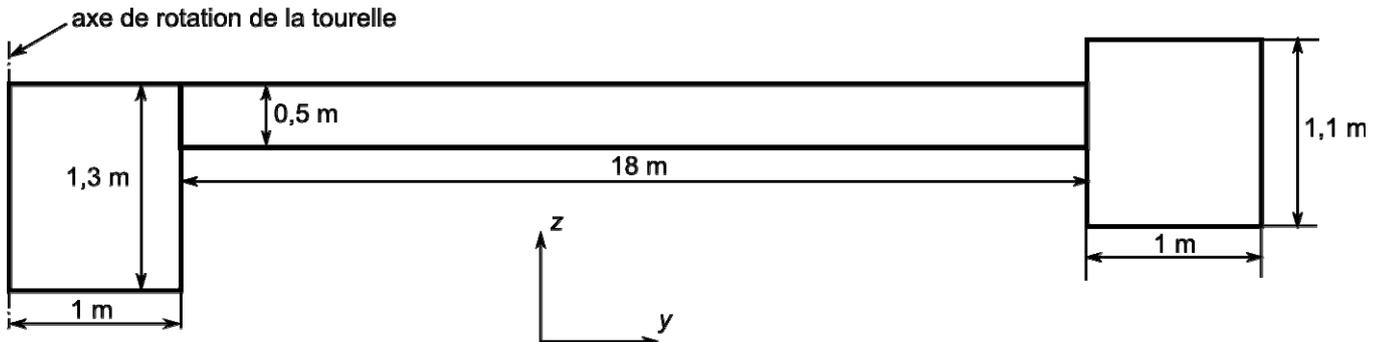


Figure 11 : dimension des éléments du bras

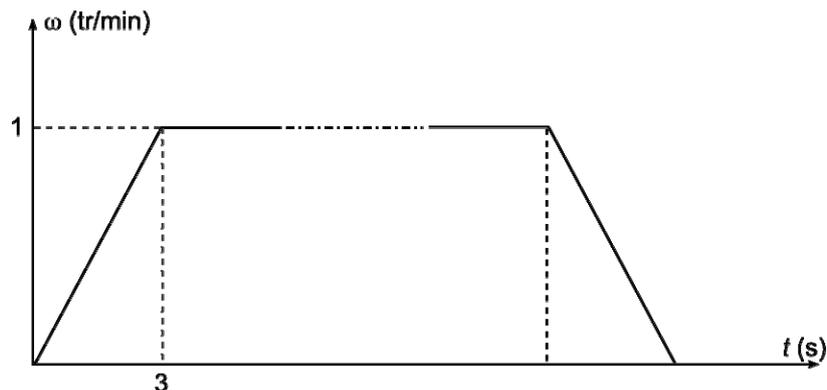


Figure 12 : profil de la fréquence de rotation de la tourelle

Question 6

À l'aide des éléments présentés ci-dessus, calculer la puissance nécessaire sur l'axe de la tourelle afin de procéder par la suite au choix de l'actionneur. En déduire le couple nécessaire au niveau de l'axe de la tourelle.

Limites dues aux éléments de la chaîne d'énergie de l'actionneur hydraulique en régime établi

Le choix des éléments de la chaîne d'énergie du moteur hydraulique impose des limitations technologiques qui ne seront pas compensées par les lois de commande. Nous allons caractériser les éléments en puissance et étudier les limites inhérentes à chacun d'eux.

Limites dues au distributeur hydraulique

On souhaite déterminer la limite de puissance imposée par le distributeur à la transmission hydraulique lors de l'orientation de la tourelle.

La figure 13 présente le schéma de principe d'un distributeur hydraulique. Celui-ci agit en insérant deux restrictions modulées par le signal de commande (U), sur le trajet du fluide « alimentation → moteur → retour ».

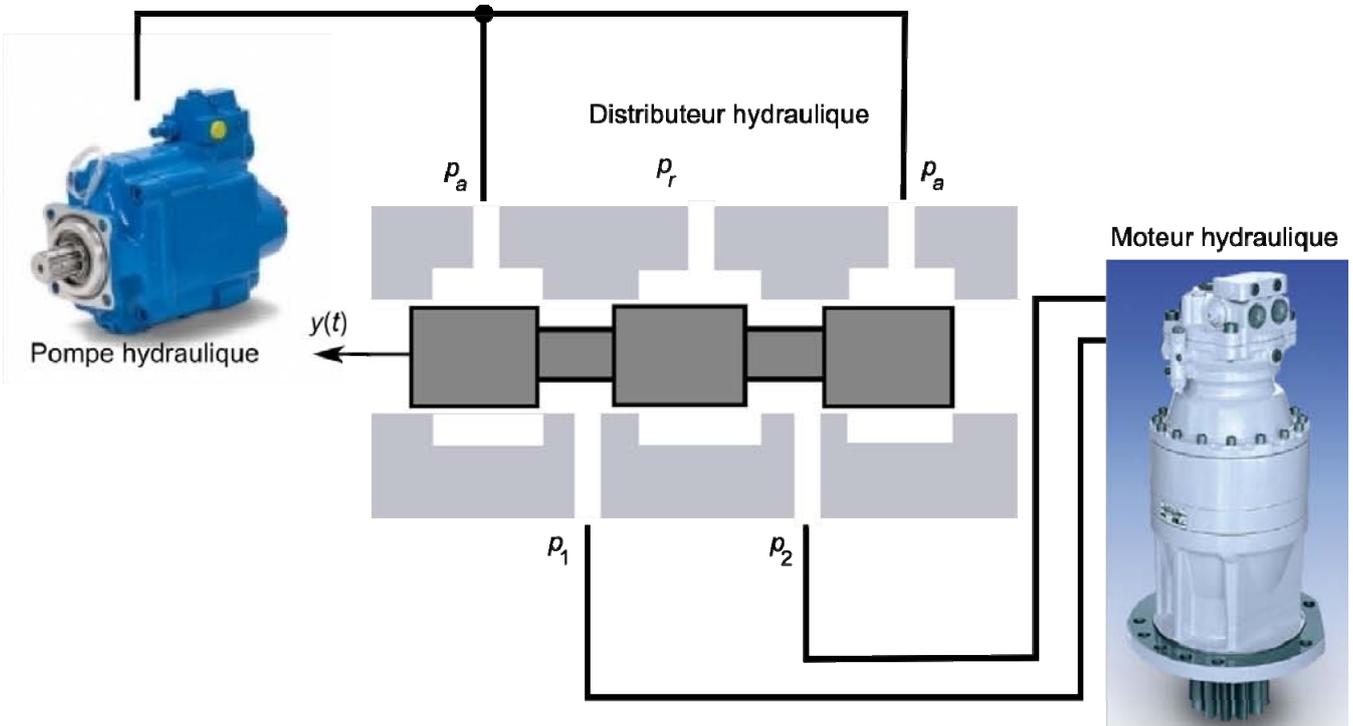


Figure 13 : schéma de principe du distributeur hydraulique

Des hypothèses simplificatrices (pas de surpression, pas de cavitation, ...) conduisent à montrer que le débit moyen instantané traversant le distributeur vaut :

$$q = q_0 \frac{U}{U_0} \sqrt{\frac{p_u - \Delta p \operatorname{sgn}(U)}{p_0}} \quad \text{avec} \quad \operatorname{sgn}(U) = \begin{cases} = 1 & \text{si } U > 0 \\ = -1 & \text{si } U < 0 \\ = 0 & \text{si } U = 0 \end{cases}$$

Les paramètres pour le calcul de la puissance transmissible par le distributeur hydraulique sont :

- p_a : pression d'alimentation
- p_r : pression de refoulement
- $p_u = p - p_0$: pression utile

p_0 : pression nominale
 p_1 : pression à l'entrée du moteur hydraulique
 p_2 : pression à la sortie du moteur hydraulique
 $\Delta p = p_1 - p_2$: pression différentielle
 U : tension de commande
 U_0 : tension de commande nominale
 q_0 : débit nominal du distributeur

Les données numériques et la courbe constructeur (DENISSON) débit/pression (figure 14) du distributeur (01/51) utilisé pour remplir la fonction sont présentées ci-dessous.

$$U_0 = 12 \text{ V}, p_0 = 130 \text{ bar}, q_0 = 90 \text{ L/min}, p_U = 315 \text{ bar}$$

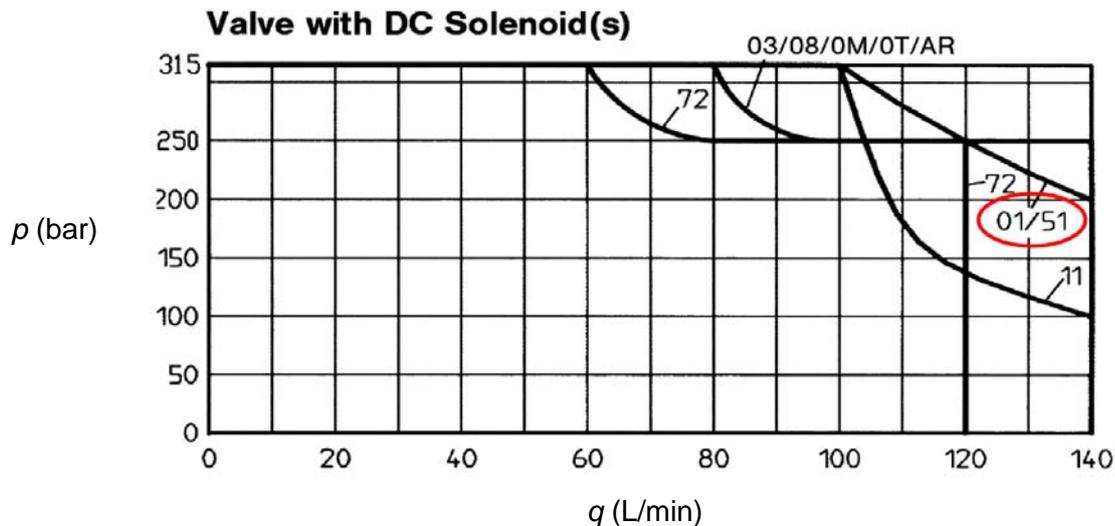


Figure 14 : caractéristiques débit/pression du distributeur étudié

Question 7

Déterminer, pour une valeur de U imposée, la valeur de la pression différentielle pour laquelle la puissance transmissible par le distributeur est maximale. En déduire la puissance maximale théorique transmissible par le distributeur pour $U = U_0$. Vérifier que celle-ci peut être atteinte par le préactionneur choisi.

Question 8

Proposer une définition du rendement du distributeur et donner sa valeur numérique pour la puissance maximale transmissible par le distributeur.

Nous supposons pour la suite que le rendement du distributeur est constant et égal à $\eta_d = 66 \%$.

Limites dues au moteur hydraulique et au réducteur – vérification de la pompe

Les mouvements (stabilisation, orientation, bras télescopique, bras pendulaire, et nacelle) étant indépendants, on vérifierait que l'orientation de la nacelle est le mouvement dimensionnant le circuit hydraulique. La pompe choisie a pour référence HYDRO LEDUC TXV 120 (Document Technique DT3).

En phase de conception, les valeurs des rendements des organes présents dans le circuit hydraulique ne sont pas connues. Il est cependant intéressant de les introduire dans le modèle de calcul. On négligera les pertes de charges singulières et régulières dans les canalisations.

Question 9

Indiquer des ordres de grandeur pour les rendements suivants : couronne, réducteur épicycloïdal, mécanique d'une pompe hydraulique, volumétrique d'une pompe hydraulique. En déduire la valeur de l'ordre de grandeur de la puissance nécessaire à l'entrée de la pompe. Vérifier à l'aide du

Document Technique DT3 que le modèle utilisé est convenable du point de la puissance disponible.

Arrêt de l'orientation du bras élévateur aérien

Le freinage progressif et l'arrêt de la tourelle doivent se faire de manière « confortable » pour les passagers présents dans la nacelle et ne pas engendrer de flèche trop importante pendant cette phase. On se place toujours dans la position B repérée sur la courbe S3 (Document Technique DT2). On cherche ici à évaluer le comportement vibratoire de la nacelle complètement chargée en isolant deux paramètres influençant ce comportement :

- élasticité du bras télescopique ;
- compressibilité de l'huile – utilisation d'un système anti rebond.

Effet des vibrations du bras pendant la phase d'arrêt de la rotation de la tourelle

Même si les logiciels permettent de réaliser des simulations du comportement des structures élastiques en mode dynamique, il peut être utile de connaître un ordre de grandeur des évolutions comportementales des systèmes étudiés. On cherche ici à déterminer le comportement de la nacelle dû à l'élasticité du bras lors de l'arrêt de la tourelle.

Question 10

Proposer un modèle simple pour étudier le comportement du bras télescopique pendant la phase d'arrêt de la tourelle. Un schéma sera précisé ainsi que toutes les hypothèses de calcul et la mise en équations. **Il ne vous est pas demandé de les résoudre.**

La résolution des équations précédentes, dans la position horizontale la plus défavorable, par une méthode de Rayleigh-Ritz ou une simulation à l'aide d'une méthode par éléments finis conduit au résultat suivant :

- ordre de grandeur de la fréquence fondamentale des vibrations : 1 Hz ;
- amplitude des vibrations associées : 0,4 m à l'extrémité.

Question 11

Analyser et commenter ce résultat. Le cas échéant, si une évolution est envisagée, la présenter succinctement

Effet de l'anti rebond présent dans le circuit hydraulique d'orientation de la tourelle

À l'instar d'une transmission hydrostatique, les branches de puissance dans le circuit hydraulique d'orientation de la tourelle s'inversent durant la phase d'arrêt de la tourelle. Il faut veiller à ce que cette situation ne provoque pas de cavitation dans le circuit d'orientation. Il faut également prévoir une dissipation progressive de l'énergie cinétique afin de conserver le confort d'utilisation. Il est donc utile de commencer la dissipation à basse pression, puis ensuite à pression plus élevée. Il est également important d'éviter d'éventuels rebonds au moment de l'arrêt de la tourelle, en égalisant les pressions dans les 2 branches. En dernier lieu, le frein de tourelle devra être appliqué après l'arrêt définitif de l'orientation. Ces dispositions doivent pouvoir avoir lieu quelle que soit la fréquence de rotation initiale.

Le Document Technique DT4 propose le schéma hydraulique de l'orientation de la tourelle. Le Document Technique DT5 présente le dispositif anti rebond. Quatre phases du circuit hydraulique sont détaillées pour ce qui concerne l'évolution des pressions dans la zone concernée. Les principaux orifices sont repérés afin de faciliter les explications demandées ci-après.

Question 12

Expliquer le fonctionnement du système anti rebond et en quoi il réalise la fonction souhaitée pour l'ensemble de la tourelle.

Les courbes des Documents Techniques DT6 et DT7 représentent respectivement l'évolution des pressions suivant les deux sens de rotation, le premier (rotation horaire) traduisant un fonctionnement normal du système anti rebond, le second (rotation antihoraire) montrant cette évolution en cas de défaut du système anti rebond. Dans chacun des graphiques, les courbes sont celles de la pression dans les 2 branches de puissance alimentant le moteur d'orientation durant un mouvement de celui-ci.

Cas du fonctionnement normal

- $1 \text{ s} \leq t \leq 4 \text{ s}$: phase d'accélération initiale de la tourelle ;
- $4 \text{ s} \leq t \leq 7 \text{ s}$: phase de régime permanent ;
- $t = 7 \text{ s}$: arrêt de la commande du mouvement ;
- $t = 8,5 \text{ s}$: arrêt de la tourelle.

Question 13

Expliquer en quoi le phénomène de rebond est annihilé par le système des deux valves. Expliquer ensuite pourquoi dans le sens antihoraire (défaut) le phénomène de rebond apparaît.

Analyse et conception de l'installation de la tourelle sur le support

On se propose maintenant d'étudier l'interfaçage entre le porteur et le BEA. Les fonctions techniques réalisées par cet interfaçage sont :

1. relier la tourelle au châssis du porteur ;
2. permettre la rotation de la tourelle ;
3. assurer l'orientation de la tourelle par rapport au porteur ;
4. permettre le passage de l'énergie hydraulique du porteur vers le BEA ;
5. permettre le passage de l'énergie électrique du porteur vers le BEA ;
6. permettre le passage du fluide de lutte contre un incendie.

Actions mécaniques transmises par la tourelle au porteur

Le faux châssis est constitué de poutrelles de différentes sections reliées entre-elles afin de constituer une armature suffisamment rigide pour supporter l'ensemble des efforts auxquels est soumis le BEA. Ce faux châssis est monté sur le porteur constituant ainsi, ensemble, la structure sur laquelle sera « posée » l'ensemble « tourelle, flèche, bras et nacelle ». Les vues tridimensionnelles du Document Technique DT8 montrent la tourelle et le faux châssis et particulièrement la zone de liaison du faux châssis avec l'ensemble complet qui vient d'être cité ci avant. Une couronne d'orientation sera interposée entre ces deux sous-ensembles.

Question 14

Afin de valider le choix de la couronne d'orientation en phase statique, déterminer le torseur des actions mécaniques au niveau de la liaison entre la tourelle et le faux châssis dans la position B du Document Technique DT2. On ne prendra en compte que les éléments utiles du Tableau 1 (ci-avant). L'action du vent n'est pas considérée ici.

Validation du choix de la couronne d'orientation

Les deux premières fonctions techniques citées ci-dessus sont réalisées par une couronne d'orientation conçue et fabriquée par la société ROLLIX. Les références et le plan de la couronne montée sur le BEA étudié ici sont donnés dans le Document Technique DT9. La courbe de capacité de charge de la couronne utilisée est fournie dans le Document Technique DT10. La notice de calcul de la fonction roulement de la société ROLLIX est fournie dans le Document Technique DT11.

Question 15

Vérifier à partir du calcul précédent et des deux documents techniques venant d'être cités, que la couronne choisie convient pour ce qui concerne la capacité de charge. Estimer également la durée de service pour une rotation de la tourelle de 1 tour/minute (valeur estimée par le fabricant).

Proposition de solution pour réaliser la liaison « faux châssis/tourelle » du BEA

Nous avons noté que les deux premières fonctions techniques citées ci-dessus sont réalisées par l'intermédiaire de la couronne d'orientation.

Question 16

Préciser une solution pouvant être utilisée pour remplir chacune des fonctions techniques 4 et 5 ci-dessus. Proposer un dessin de principe, à main levée, expliquant le fonctionnement de chaque solution.

Le Document Technique DT12 présente au format A3 quatre vues de la zone de liaison de la tourelle avec le porteur (faux châssis) – voir également le Document Technique DT8 –. Le Document Réponse DR1 présente la vue de droite partielle issue de ce Document Technique. L'échelle de ce document n'est pas indiquée mais les proportions des éléments sont conservées.

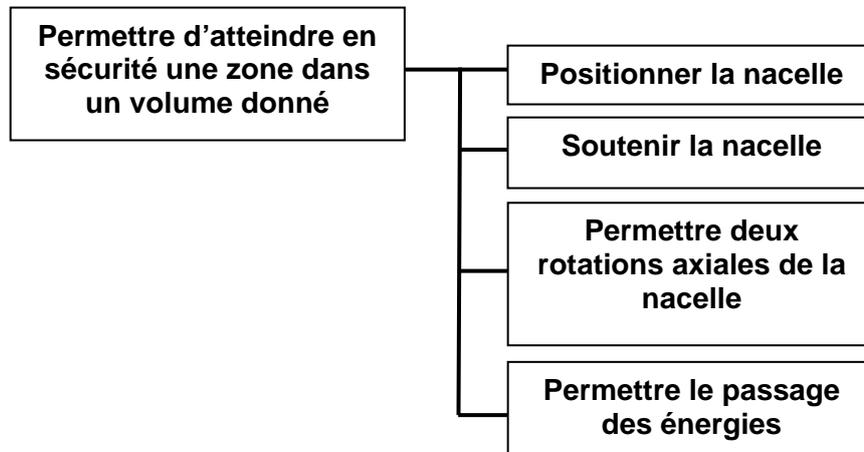
Question 17

Proposer, sur le Document Réponse DR1, un dessin à main levée de l'architecture des solutions constructives du montage de la tourelle sur le faux châssis réalisant les six fonctions citées ci-dessus. Il s'agit ici de présenter les éléments dans leur globalité, en position, sans entrer dans le détail précis des choix réalisés pour les éléments.

Partie 3 : Analyse et conception du bras télescopique

Objectif : proposer des solutions techniques de principe ; analyser le comportement mécanique ; étudier le matériau et la section du bras.

Fonction du bras télescopique



Principe de fonctionnement du bras télescopique. Conception préliminaire

Afin d'atteindre des positions éloignées du sol, le BEA est équipé d'un bras télescopique. Les fonctions d'extension et de rétraction des trois éléments mobiles télescopiques sont obtenues par l'intermédiaire de mécanismes assurant des fonctions extension/rétraction simultanées (pas nécessairement à la même vitesse) des éléments télescopiques.

Question 18

Proposer, sous la forme de schémas de principe, deux solutions permettant de répondre à la description faite ci-dessus. Des commentaires pourront préciser le fonctionnement et étayer les schémas. Calculer les vitesses relatives des éléments adjacents dans les deux situations que vous aurez décrites.

Influence du choix des liaisons entre les coulisses du bras sur la position et l'orientation de la nacelle. Incidence du choix du matériau des patins

Le dispositif télescopique comporte des éléments montés à coulissement relatif avec interposition de patins de glissement. Le Document Technique DT13 présente la solution retenue par le concepteur pour réaliser les liaisons glissières entre les éléments du bras télescopique.

Question 19

Réaliser un schéma d'architecture représentant la liaison réelle entre la flèche **2** et la coulisse intermédiaire **3**. Calculer le degré d'hyperstaticité de la liaison modélisée. Analyser le résultat obtenu. Proposer une autre solution technologique pour la réalisation de la liaison glissière entre les éléments du bras télescopique.

Nous supposons maintenant que le bras est complètement allongé en position horizontale suivant la courbe limite S3 (Document Technique DT2). Il s'agit de la position B de ce Document Technique DT2. Nous allons étudier le comportement de la liaison entre ces deux éléments par l'intermédiaire des patins dans le plan vertical de celle-ci (fléchissement de la liaison) comme le présente le dessin des figures 15 et 16. On ne prendra en compte que les patins de plus grande surface de contact pour la modélisation, après avoir pris l'hypothèse réaliste d'un déchargement des autres patins. On fera l'hypothèse que la déformation des patins est proportionnelle à la pression (densité surfacique de charge) exercée.

Les patins sont des plaques en Ertalyte© (polyéthylène téréphtalate). Afin d'évaluer le coefficient k de proportionnalité entre la pression exercée et la déformation du patin, des calculs numériques ont été réalisés par une méthode par éléments finis. Les résultats et les caractéristiques utiles ont

été consignés dans le Document Technique DT14. Nous cherchons ici à déterminer l'influence des déformations des patins sur le déplacement relatif de la coulisse intermédiaire par rapport à la flèche.

Les caractéristiques géométriques à prendre en compte pour la suite sont définies sur la figure 15. D'un point de vue global, les deux surfaces de contact entre la coulisse intermédiaire et la flèche (non représentée ici) sont assimilées, dans le plan médian, à deux appuis ponctuels en R et S au centre des patins. Les éléments C et D sont exactement ceux définis dans la partie 2 du sujet. L'élément E (coulisse intermédiaire + coulisse finale + coulisseau) ne prend en compte que les parties utiles de l'élément B de la partie 2. On a $m_E = 1767$ kg.

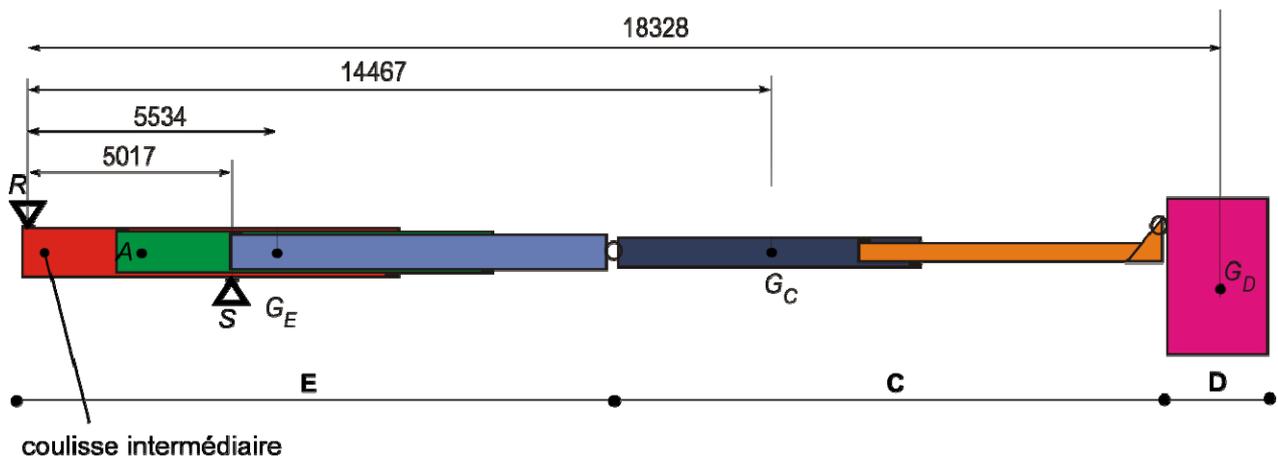


Figure 15 : caractéristiques géométriques du bras en position horizontale maximale

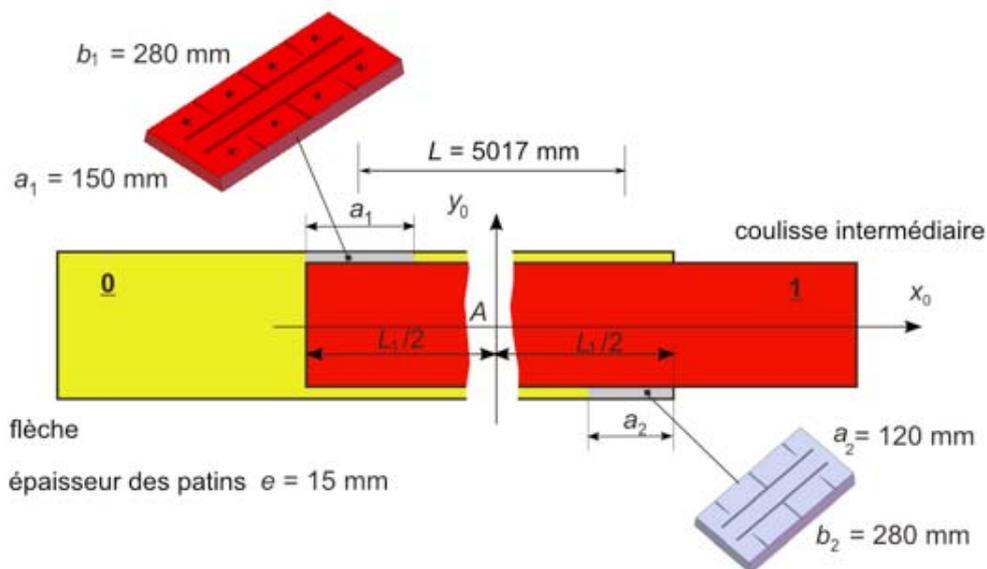


Figure 16 : caractéristiques géométriques de la liaison entre les éléments 0 et 1

Question 20

Proposer un modèle d'étude statique pour déterminer l'angle de rotation généré par les actions mécaniques sur le mécanisme ainsi que le déplacement vertical de la coulisse intermédiaire 1 par rapport à la flèche 0 (figure 16). Toutes les hypothèses seront précisées. Calculer les valeurs numériques de cet angle et de ce déplacement ainsi que les pressions sur les patins. Conclure sur votre modélisation. Que pensez-vous du choix des patins effectué par le fabricant ?

Caractérisation du couple « section-matériau » du bras télescopique

On se propose dans cette partie d'étudier l'influence de la section du bras télescopique sur ses performances mécaniques. En effet plusieurs brevets ont été déposés pour lesquels les auteurs présentent les avantages des sections qu'ils proposent. Nous allons ici en vérifier trois parmi celles qui ont été étudiées.

La section 1 correspondant à celle du BEA et que nous nommerons « section rectangulaire », la section 2 sera appelée « section ovale » et la section 3 sera appelée « section hexagonale ».

Nous allons, dans un premier temps, évaluer le torseur de cohésion dans une section du bras télescopique. Nous supposons la tourelle fixe par rapport au porteur.

Nous appelons **1** le bras télescopique de longueur variable λ . L'action de la pesanteur sur ce bras est supposée ponctuelle appliquée au centre d'inertie telle que $\overrightarrow{AG_1} = \mu \vec{x}_1$. On pose $\overrightarrow{AC} = a\vec{x}_1 + b\vec{y}_1$ ($a = 2563$ mm, $b = -578$ mm). On rappelle : $m_1 = 2650$ kg.

Nous notons **2** le bras pendulaire de longueur fixe h . L'action de la pesanteur sur ce bras est supposée ponctuelle appliquée au centre d'inertie telle que $\overrightarrow{BG_2} = \eta \vec{x}_2$. On rappelle : $m_2 = 525$ kg.

L'action de la pesanteur s'exerçant sur l'ensemble nacelle est appliquée en G telle que $\overrightarrow{DG} = p\vec{x}_0 + k\vec{z}_0$ avec $k = 366$ mm et $p = 560$ mm. On rappelle : $m = 825$ kg.

Pour les positions **A** et **B** du Document Technique DT15, on a

- position **A** : $\lambda = 21945$ mm, $\mu = 9110$ mm, $\eta = 3171$ mm, $h = 7825$ mm ;
- position **B** : $\lambda = 11528$ mm, $\mu = 4247$ mm, $\eta = 3171$ mm, $h = 7825$ mm.

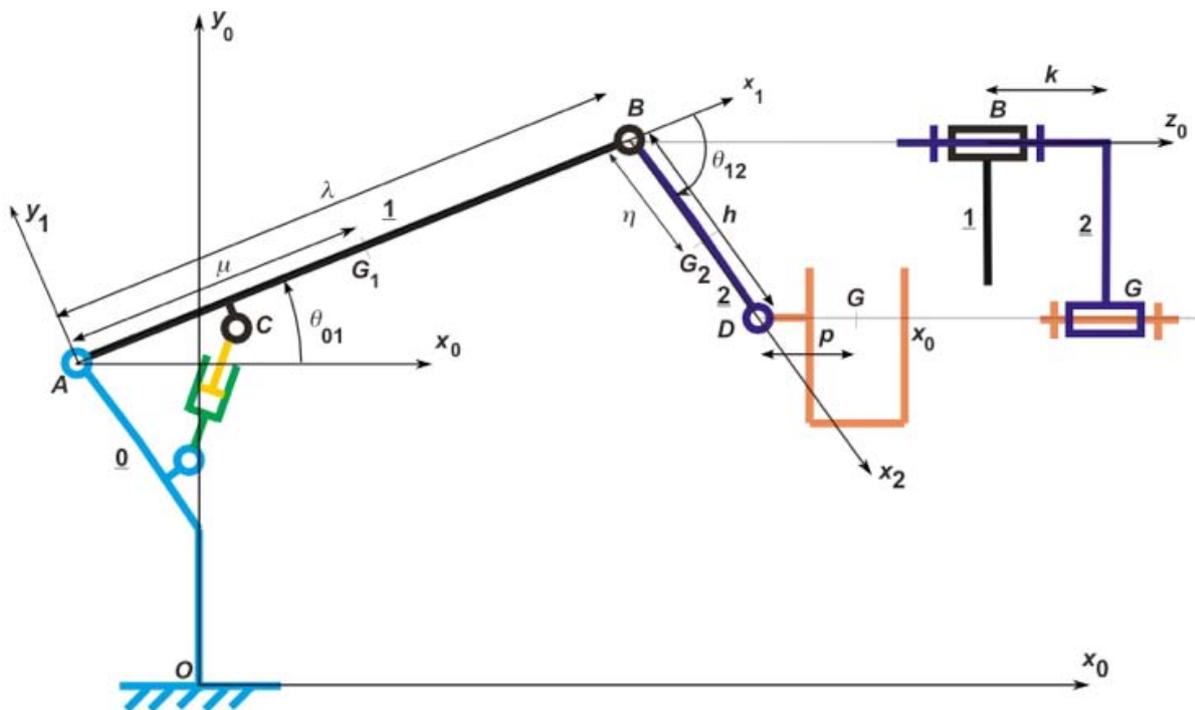


Figure 17 : schéma cinématique plan du bras et caractéristiques géométriques

Question 21

La figure 17 présente un schéma cinématique plan du BEA en fonctionnement normal. À partir des valeurs algébriques précisées sur ce graphe, il vous est demandé d'évaluer le torseur de cohésion dans la section droite du bras télescopique **1** en C^+ (juste en aval de C sur (A, \vec{x}_1) , $\overrightarrow{CC^+} \cdot \vec{x}_1 > 0$, $\overrightarrow{CC^+} \cdot \vec{y}_1 \approx 0$) pour les 2 positions **A** et **B** montrées sur le Document Technique DT15.

Le matériau utilisé pour la réalisation des éléments du bras est l'acier à haute limite élastique soudable (HLES) E690 de caractéristiques mécaniques :

$$E = 210 \text{ GPa}, R_m = 770 \text{ MPa (valeur minimale)}, R_e = 690 \text{ MPa}, A = 14 \%, \rho = 7850 \text{ kg/m}^3$$

Question 22

Pour les deux positions précédentes, déterminer, pour la section rectangulaire (caractéristiques dans le Document Technique DT16), la contrainte équivalente de Von Mises maximale au niveau de la section droite en C. Toutes les hypothèses faites seront expliquées. En déduire le taux de charge (coefficient de sécurité) adopté par le fabricant du BEA. Conclure.

Dans le cadre d'une reconception, nous allons rechercher un matériau plus adapté au cahier des charges du BEA pour des contraintes fixées. Dans une première phase nous ne prendrons en compte que le matériau. Dans une seconde étape nous évaluerons le couple « matériau/section ».

Une fonction essentielle de ce bras est de supporter les chargements en service qui se traduisent par des moments de flexion. Par ailleurs, le taux de charge (coefficient de sécurité) **ne doit pas être inférieur à 4** pour ce moyen de levage de personnels. Dans le cadre d'une conception « éco responsable », le gain en masse est un critère qui doit également être pris en compte. On n'oubliera pas non plus que l'engin est un véhicule de lutte contre l'incendie. Nous allons prendre comme objectifs de choix, une rigidité et une résistance optimales pour une masse propre minimale.

Les caractéristiques d'une section droite du modèle poutre sont :

A : aire de la section droite

I : moment d'inertie par rapport à un axe

d_m : distance maximale de la fibre la plus éloignée par rapport à la fibre neutre

J : constante de torsion de Saint-Venant

$W = \frac{I}{d_m}$: module d'inertie en flexion par rapport à un axe

$Z = \frac{J}{d_m}$: module d'inertie en torsion

Le matériau est caractérisé par :

E : module d'Young

σ_{lim} : contrainte limite en traction

ρ : masse volumique

Nous nous proposons tout d'abord de vérifier le paramètre lié à la flexion dans le cadre de la contrainte de rigidité en liaison avec le critère de réduction de la masse du bras, donc du véhicule. Nous négligeons dans un premier temps les effets de la section et nous la supposons **carrée pleine de coté a**.

On rappelle que la relation générale entre la norme de l'effort F et la flèche δ de la poutre de longueur L est : $F = K\delta$ et caractérise la raideur $K = \frac{\alpha EI}{L^3}$ de la poutre ($K = \frac{48EI}{L^3}$ dans le cas d'une poutre bi-appuyée soumise à une force en son milieu).

Si nous notons δ_0 la flèche maximale admissible. La condition de rigidité s'écrit donc $\delta \leq \delta_0$

Question 23

Dans le cas d'une poutre de section carrée de longueur L soumise à de la flexion, montrer que la condition de rigidité conduit à la relation $m \geq \beta \frac{\rho}{\sqrt{E}}$. Déterminer la valeur de β en fonction des paramètres ci-dessus.

Pour minimiser la masse nous devons donc maximiser le paramètre $\frac{\sqrt{E}}{\rho}$ caractérisant le matériau. Cet indice permet de caractériser la rigidité d'une poutre en flexion. On montre également qu'il caractérise une barre soumise au flambement. L'indice $\frac{\sigma_{lim}^{\frac{2}{3}}}{\rho}$ est utilisé pour la résistance d'une poutre en flexion.

Les Documents Réponses DR2 et DR3 présentent des diagrammes de choix de matériaux. Le premier propose un classement des matériaux par la rigidité en fonction de la densité et le second par la limite élastique en fonction de la densité. Les indices $\frac{\sqrt{E}}{\rho}$ et $\frac{\sigma_{lim}^{\frac{2}{3}}}{\rho}$ du matériau ne doivent pas être inférieurs à ceux du matériau utilisé actuellement pour le bras.

Question 24

Proposer, en traçant les zones répondant aux contraintes précisées ci-dessus, sur les Documents Réponses DR2 et DR3, les matériaux pouvant être utilisés dans l'application. On donnera également le matériau qui apparaît le « meilleur » au sens des objectifs fixés ci-dessus. Conclure.

Afin de vérifier l'aptitude des trois sections et des matériaux à répondre au besoin concernant des critères mécaniques, nous allons définir des paramètres caractérisant ces sections au regard des sollicitations en rigidité et en résistance.

Les trois sections proposées ont été contraintes à contenir un rectangle de dimensions $556 \times 346 \text{ mm}^2$, correspondant à la situation réelle du BEA étudié au niveau de la flèche en liaison avec la tourelle afin de pouvoir contenir les éléments pour actionner le mécanisme.

La méthode de choix du couple « section-matériau » est une méthode d'optimisation sous contraintes prenant simultanément en compte les deux éléments de ce couple. Nous prendrons de nouveau la masse m comme fonction objectif d'optimisation que nous souhaitons minimiser pour des contraintes évidentes de gain de poids dans le processus de conception.

Nous allons définir quatre paramètres (indices de performance) pour réaliser ce choix en fonction du type de sollicitation (flexion ou torsion) d'une part et de la contrainte (rigidité ou résistance) d'autre part.

Les paramètres (encore appelés indices) sont respectivement

- Poutre en flexion optimisée sous la contrainte rigidité : $M_1 = \frac{(E\phi_{\text{rigidité}}^f)^{\frac{1}{2}}}{\rho}$
- Poutre en torsion optimisée sous la contrainte rigidité : $M_2 = \frac{(E\phi_{\text{rigidité}}^t)^{\frac{1}{2}}}{\rho}$
- Poutre en flexion optimisée sous la contrainte résistance : $M_3 = \frac{(\sigma_{lim}\phi_{\text{résistance}}^f)^{\frac{2}{3}}}{\rho}$
- Poutre en torsion optimisée sous la contrainte résistance : $M_4 = \frac{(\sigma_{lim}\phi_{\text{résistance}}^t)^{\frac{2}{3}}}{\rho}$

Les quatre paramètres ϕ dépendent de la forme de la section utilisée.

Dans le cas de la flexion sous la contrainte de rigidité, le nombre sans dimension caractérisant la section est défini par

$$\phi_{\text{rigidité}}^f = \frac{I_{\text{section}}}{I_{\text{disque plein}}}$$

Question 25

Montrer que le paramètre $\phi_{\text{rigidité}}^f$ est tel que $\phi_{\text{rigidité}}^f = \frac{4\pi I_{\text{section}}}{A^2}$

Les valeurs pour les quatre nombres adimensionnels sont respectivement

$$\phi_{\text{rigidité}}^f = \frac{4\pi I}{A^2}, \quad \phi_{\text{rigidité}}^t = \frac{4\pi J}{A^2}, \quad \phi_{\text{résistance}}^f = \frac{4\sqrt{\pi}W}{A^2}, \quad \phi_{\text{résistance}}^t = \frac{2\sqrt{\pi}Z}{A^2}$$

Question 26

En fonction des relations précédentes et du tableau des sections dans le Document Technique DT16, il vous est demandé d'argumenter le choix du couple « matériau-section » qui vous semble le plus adapté au bras télescopique.

Charge critique de flambement du bras

On souhaite connaître le risque de flambement du bras. Pour cela on se place dans la position A de la courbe présentée dans les Documents Techniques DT2 ou DT15 pour une étude simplifiée dans le cadre de la théorie d'Euler. On ne cherche ici qu'à estimer un ordre de grandeur et donc les risques de flambement dans cette position pour laquelle le phénomène de compression est important sur un bras avec une longueur déployée maximale.

Question 27

Proposer une modélisation du problème et présenter la méthode à mettre en œuvre avec un logiciel de calculs par éléments finis pour déterminer la charge critique de flambement.

Le calcul du 1^{er} mode de flambement réalisé avec un logiciel donne deux coefficients de charge critique dans le cas 1 de la prise en compte du poids propre de la structure et dans le cas 2 de sa non prise en compte :

- $\lambda_1 = 23$
- $\lambda_2 = 43$

Question 28

Commenter ces résultats. Donner l'allure du mode propre de flambement. Conclure.

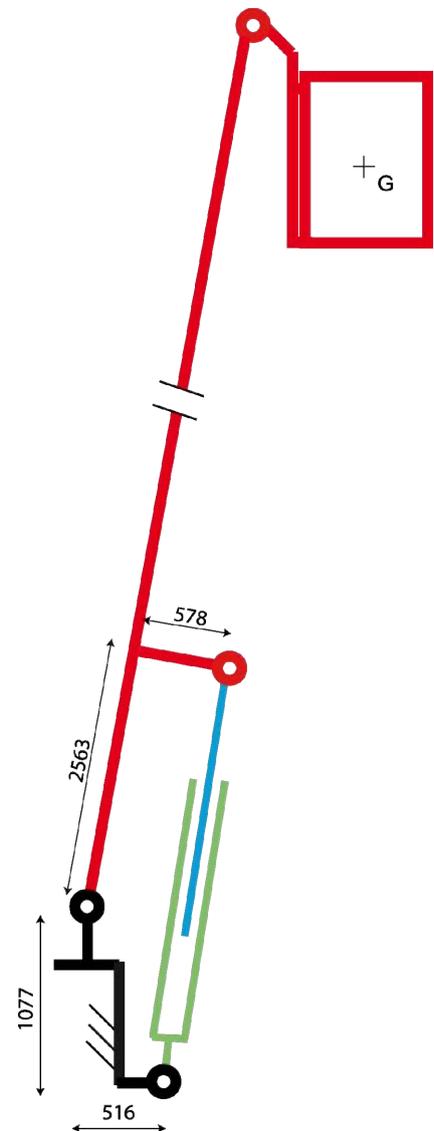
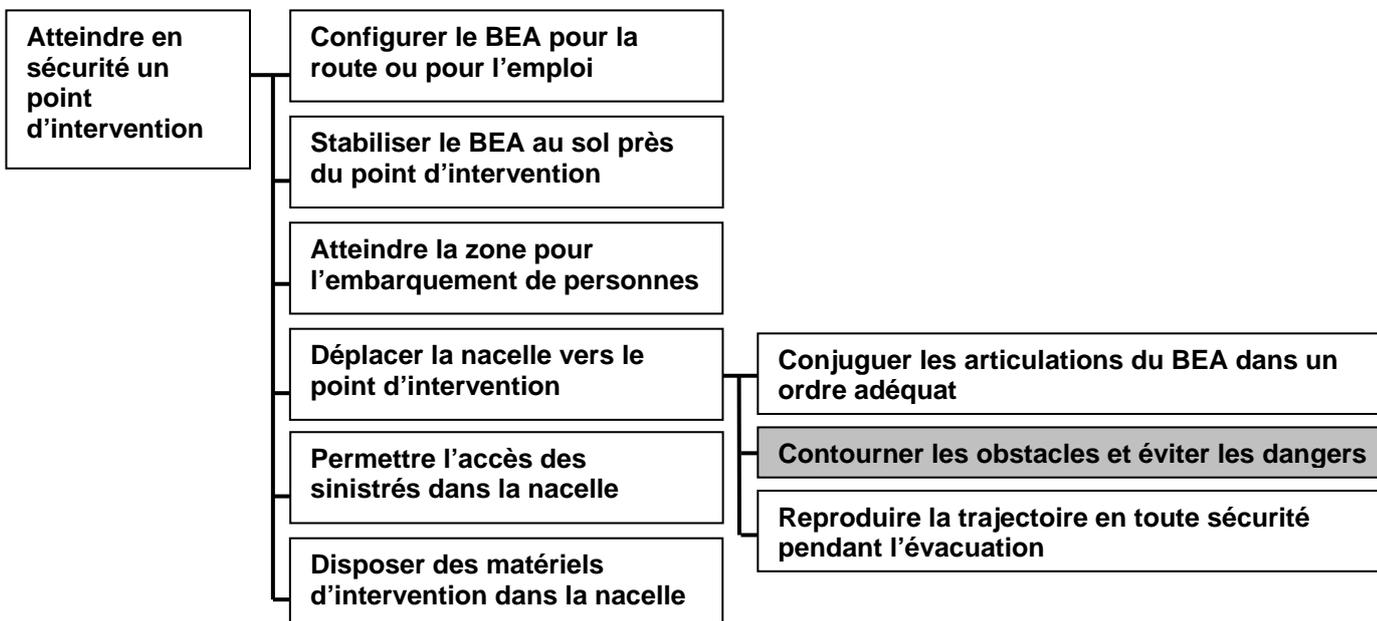


Figure 18 : schéma et données pour l'étude du flambement

Partie 4 : Analyse et conception du bras pendulaire

Objectif : reconcevoir l'articulation bras télescopique - bras pendulaire

Fonction globale du bras élévateur articulé



Contexte

Le mouvement donné à la liaison pivot entre le télescope (bras télescopique) et le bras pendulaire est obtenu par les éléments de la chaîne d'énergie (vérin hydraulique linéaire et effecteur à « quatre barres »). L'effecteur permet une amplitude du mouvement de 180°, les barres devant évoluer dans un espace assez encombrant. L'articulation est conçue de manière décalée afin de loger tout le système de commande de façon compacte en position route.

Problème : afin de pouvoir enjamber au mieux les obstacles tout en évitant les risques de collision du système de commande de mouvement de rotation du bras pendulaire avec un obstacle naturel, le bureau d'études engage la recherche d'une (ou de) solution(s) constructive(s) pour que le système soit moins encombrant.

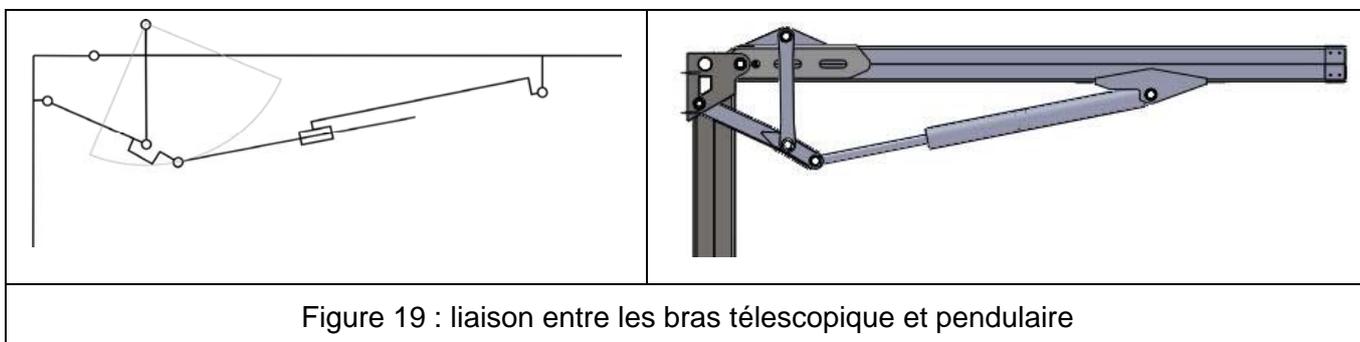


Figure 19 : liaison entre les bras télescopique et pendulaire

Le système « quatre barres » permet un débattement du bras pendulaire de 180°. Le principe dans ce cas est de déplacer un des points d'articulation à l'aide d'un actionneur sans changer la longueur des barres.

Question 29

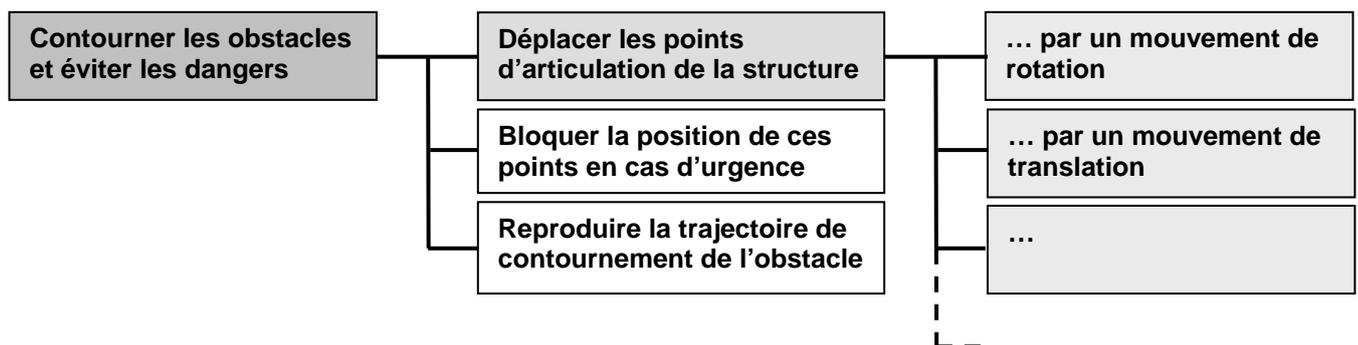
Envisager une modification de la géométrie du système « quatre barres » de telle sorte qu'il soit moins encombrant à l' « intérieur de l'articulation ».

Afin d'explorer toutes les solutions constructives possibles de la fonction technique « contourner les obstacles », le bureau d'études met en place une démarche de recherche structurée de solutions techniques : FAST de recherche de solutions, proposition de solutions constructives des fonctions composantes, choix des solutions selon des critères, prédétermination des composants, conception détaillée avec définition des formes, spécifications par la fabrication.

L'objectif est de proposer une solution différente pour assurer une fonction composante de la fonction technique étudiée. Les contraintes de fonctionnement et les exigences de construction sont :

- l'orientation à 90° de l'axe de la liaison pivot par rapport à la direction de translation du télescope ;
- la compacité du système de commande du mouvement de rotation ;
- l'amplitude du mouvement de rotation de 180° ;
- la compacité et la stabilité du BEA replié pour la position « route » ;
- le bon comportement des conduits d'énergie au cours du mouvement.

Une contrainte de sécurité peut s'ajouter aux précédentes : en cas de rupture d'un constituant critique de la liaison pivot, le bras pendulaire reste solidaire du télescope.



Question 30

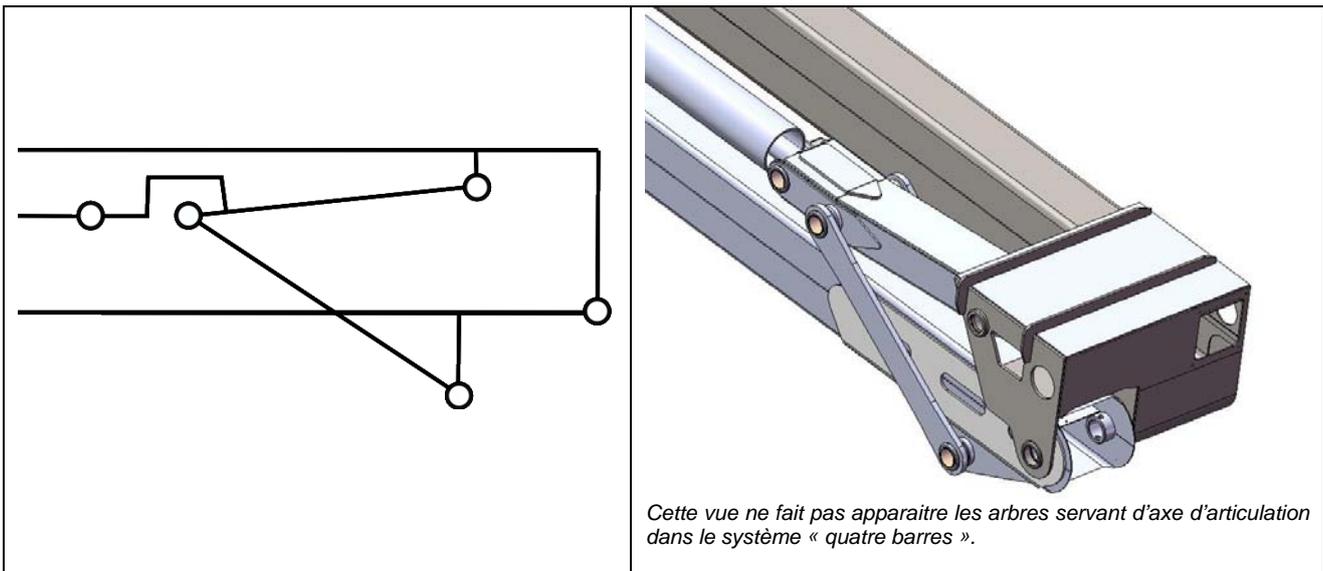
Tracer un diagramme FAST de recherche de solutions par décomposition de la fonction technique composante « **déplacer un point de la structure par un mouvement de rotation** ». L'articulation à étudier est celle qui lie le télescope et le bras pendulaire.

Parmi les fonctions composantes de la fonction technique principale, il y a celle de l'implantation d'un actionneur puissant. Le vérin et le moteur hydraulique se trouvent parmi les composants standards et disponibles dans le réseau de fournisseurs industriels.

Question 31

À partir du diagramme FAST précédent, proposer au moins quatre solutions différentes intégrant la liaison pivot, le système de commande et l' (ou les) actionneur(s). L'une d'entre elles comportera au moins un moteur hydraulique. Chaque solution sera traduite par un schéma technologique et/ou cinématique utilisant les symboles pour garantir la meilleure communication. Quelques symboles sont donnés par les extraits de norme dans le Document Technique DT17. Donner les avantages et les inconvénients pour chaque solution proposée.

Après cette recherche la démarche de conception impose de retenir la solution la plus performante parmi celles proposées. Mais pour la suite et pour les besoins du sujet, on considèrera que la solution retenue est celle décrite ci-après : formes et agencements des différentes pièces.



La forme de la tête du dernier coulisseau est également décrite.

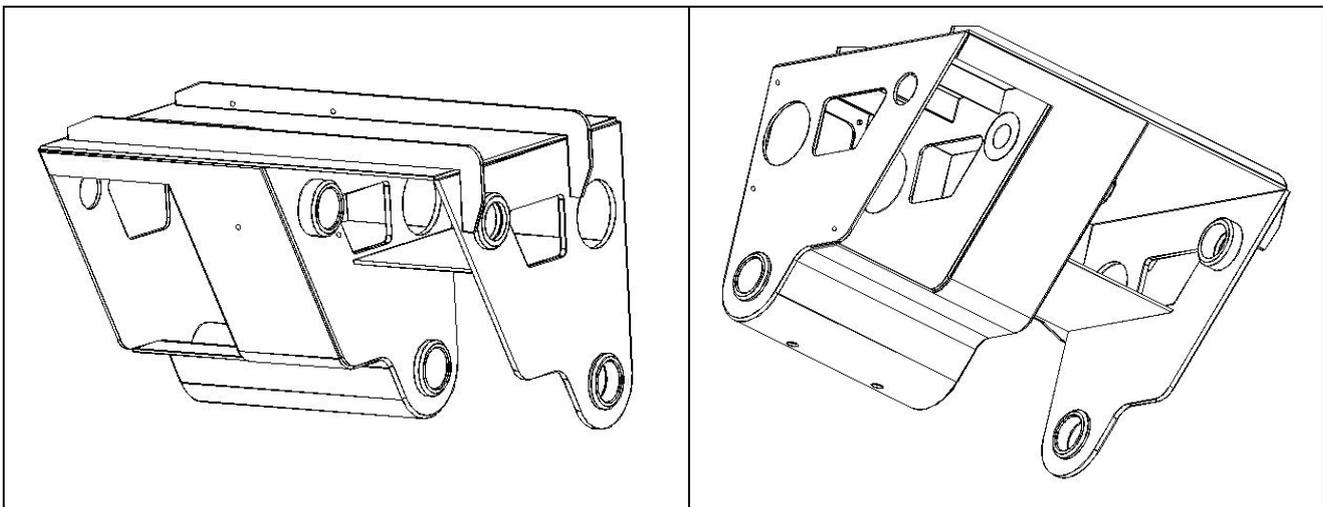


Figure 20 : tête du dernier coulisseau du bras télescopique

Lorsque la solution est retenue, la conception détaillée avec des outils informatiques peut commencer. Le travail de description de la solution constructive se fait à partir d'un squelette fonctionnel servant de structure de base. Ce squelette est représenté par un ensemble des éléments géométriques de type point, droite, cercle et/ou plan. Il peut comporter également des lignes et des surfaces quelconques. Ces éléments sont liés éventuellement par des relations géométriques de position (dimensionnelle et d'orientation) qui permettent de faciliter le travail de conception et maîtriser les futures évolutions du produit.

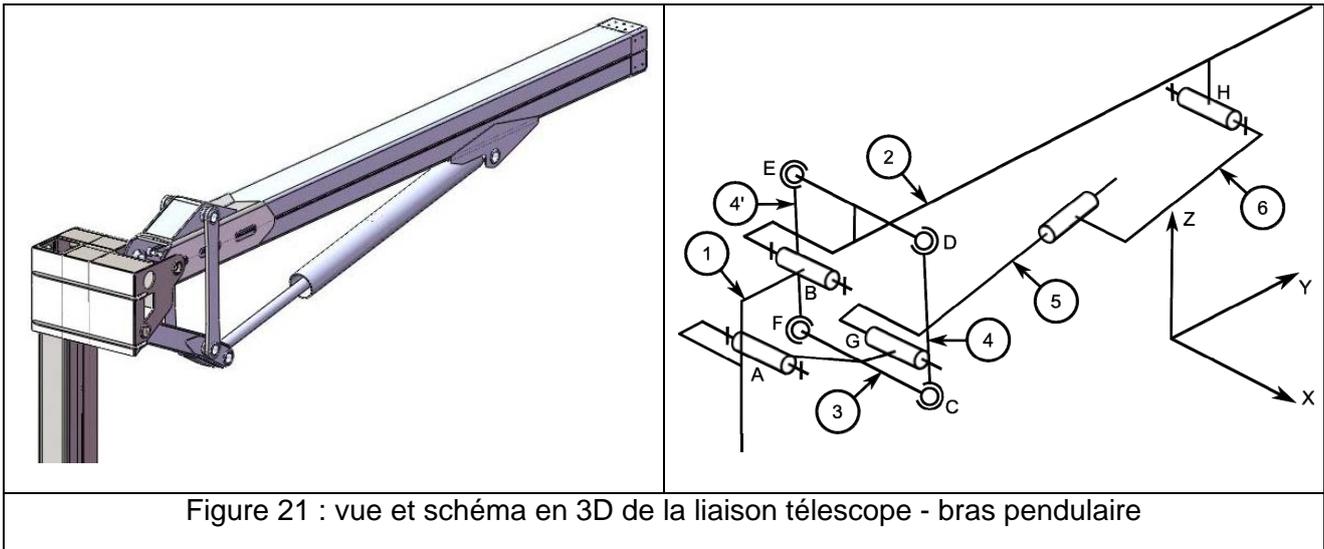
Question 32

Élaborer sur le Document Réponse DR4 le squelette de la solution qui est retenue. La silhouette de cette solution sert de repère pour le travail à effectuer. Un soin particulier sera à apporter à ce travail (respect des lignes fuyantes de perspective, tracé des lignes de rappel des cotes, tracé en perspective).

La spécification des pièces intervenant dans la constitution de l'articulation télescope – bras pendulaire résulte de l'expression des contraintes les plus exigeantes, notamment de fonctionnement.

D'une part, le bon fonctionnement de la liaison pivot dépend fortement de la précision et de la rigidité de l'assemblage des composants. Il est, d'autre part, très sensible aux spécifications géométriques des éléments composant le système « quatre barres » de commande du

mouvement de rotation. Le graphe des liaisons du mécanisme de commande peut faire apparaître un degré d'hyperstaticité impliquant des contraintes géométriques fortes.



Question 33

Repérer sur la silhouette d'une pièce intervenant dans la solution constructive de la fonction technique « Réaliser une liaison pivot télescope - bras pendulaire » les surfaces fonctionnelles et les groupes de surfaces fonctionnelles (Document Réponse DR5). Indiquer sur le tableau d'analyse fonctionnelle (Document Réponse DR6) les exigences géométriques entre les surfaces des pièces. Pour ce faire, développer l'étude qui permet de justifier les contraintes géométriques qui proviennent du degré d'hyperstaticité du système « quatre barres » de commande.

Question 34

Indiquer, sur le Document Réponse DR7, les spécifications géométriques associées à l'analyse des contraintes précédentes.

Nota : les bagues interposées entre les arbres servant d'axe d'articulation et la tête du coulisseau du bras télescopique seront considérées sauf défaut géométrique significatif remettant en cause l'analyse précédente. Seules les formes des zones de tolérance seront notées, pas leurs tailles.

Partie 5 : Sécurité du porteur – synthèse globale du sujet

Objectif : Mettre en évidence ; vérifier et valider les systèmes de sécurité utilisés ; proposer des solutions technologiques de principe de limitation et contrôle de charge ; conclure sur le travail réalisé.

Vérification du « non basculement » du BEA

Le bras élévateur aérien est équipé de quatre stabilisateurs dits « en H » dont les fonctions principales sont de permettre au véhicule d'avoir un polygone de sustentation d'aire importante et d'éviter le contact pneu/sol pendant les opérations aériennes qui pourraient engendrer des phénomènes d'instabilité par les souplesses des pneumatiques et des suspensions.

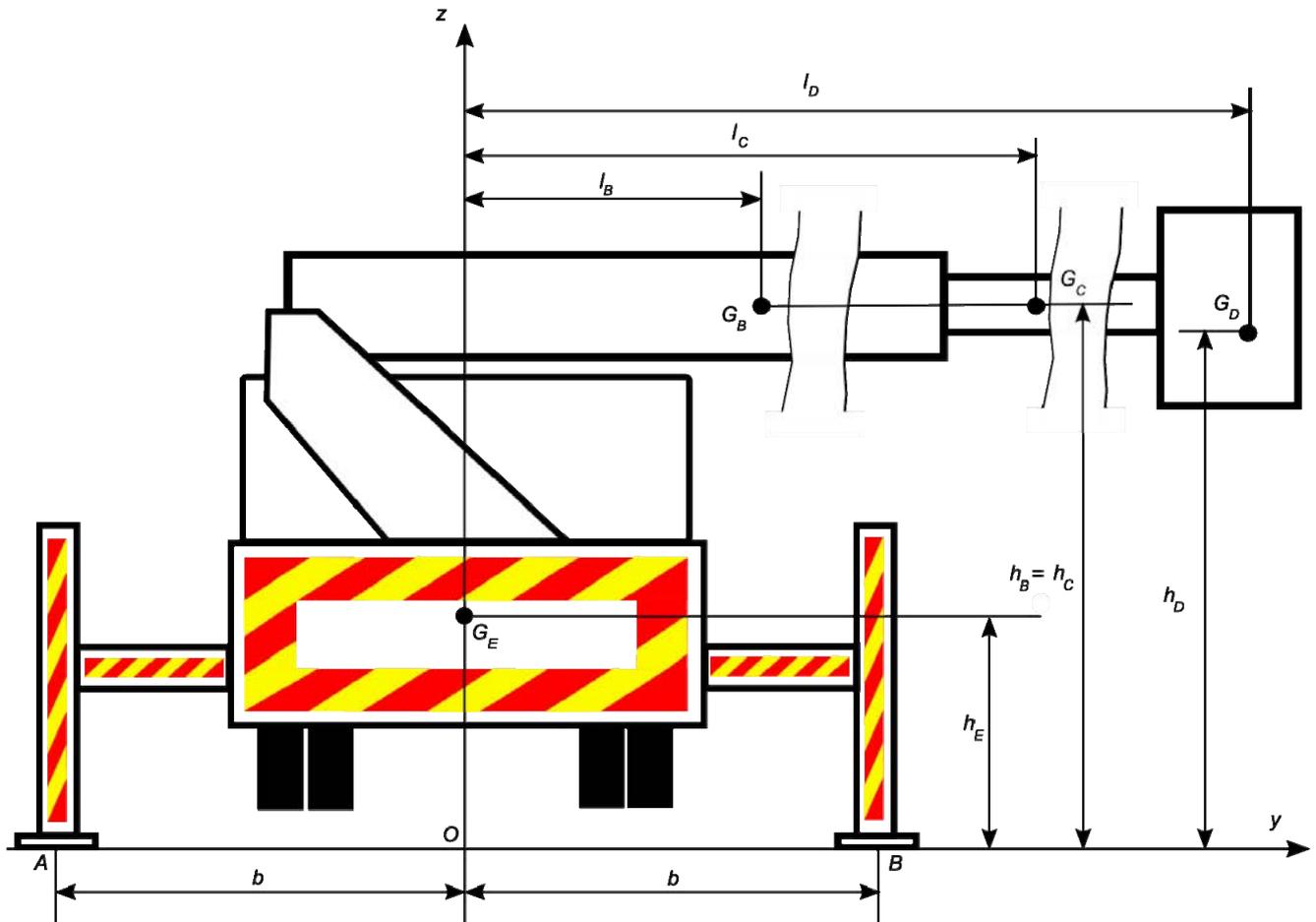


Figure 22 : BEA sur ses stabilisateurs en vue arrière

L'étude sera menée dans le plan (O, \vec{y}, \vec{z}) . Les caractéristiques des modules composant le BEA sont :

module	masse	centre d'inertie
Porteur et tourelle	$m_E = 22560 \text{ kg}$	$\vec{OG}_E = h_E \vec{z}$
Bras	$m_B = 2650 \text{ kg}$	$\vec{OG}_B = l_B \vec{y} + h_B \vec{z}$
Bras pendulaire	$m_C = 525 \text{ kg}$	$\vec{OG}_C = l_C \vec{y} + h_C \vec{z}$
Tourelle	$m_D = 825 \text{ kg}$	$\vec{OG}_D = l_D \vec{y} + h_D \vec{z}$

Dans le plan (O, \vec{y}, \vec{z}) , la position des centres des zones de contact stabilisateurs/sol sont donnés par :

$$\vec{OA} = -b\vec{y} \text{ et } \vec{OB} = b\vec{y}$$

Les valeurs numériques des paramètres dimensionnels sont :

paramètre	valeur en mm
b	2706
$h_B = h_C$	3636
h_D	3636
h_E	2904
l_B	4247
l_C	14699
l_D	18560

Question 35

Vérifier que le BEA ne bascule pas dans les conditions normales d'utilisation.

Maintien de l'horizontalité de la nacelle

Le maintien de l'horizontalité de la nacelle est obtenu par un système vérin/chaîne asservi. Le vérin linéaire et la chaîne actionnent la roue de l'axe de rotation de la nacelle par rapport au coulisseau pendulaire.

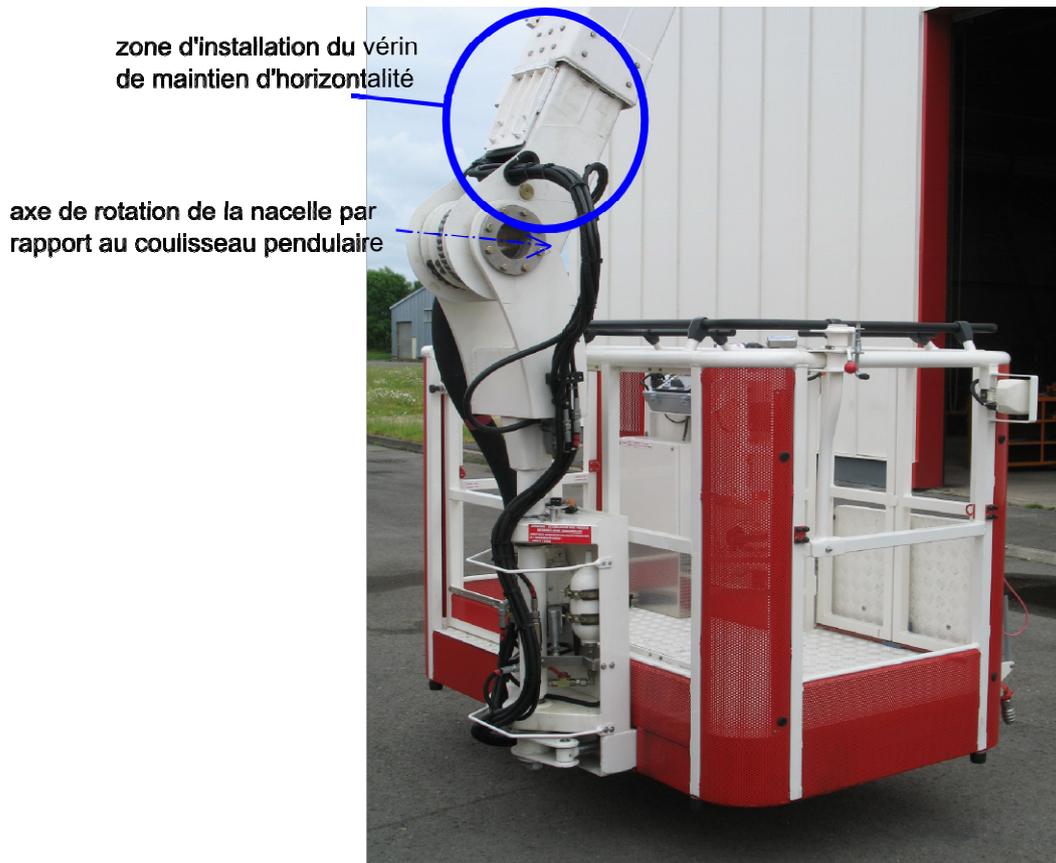


Figure 23 : nacelle : liaison avec le bras pendulaire

Question 36

Proposer un schéma de principe expliquant le fonctionnement du maintien de l'horizontalité du panier de nacelle à l'aide d'un vérin linéaire et d'une chaîne.

Le schéma de la figure 24 présente le circuit hydraulique du maintien de l'horizontalité de la nacelle. Celui-ci est asservi et la figure 25 donne le schéma bloc du dispositif de compensation

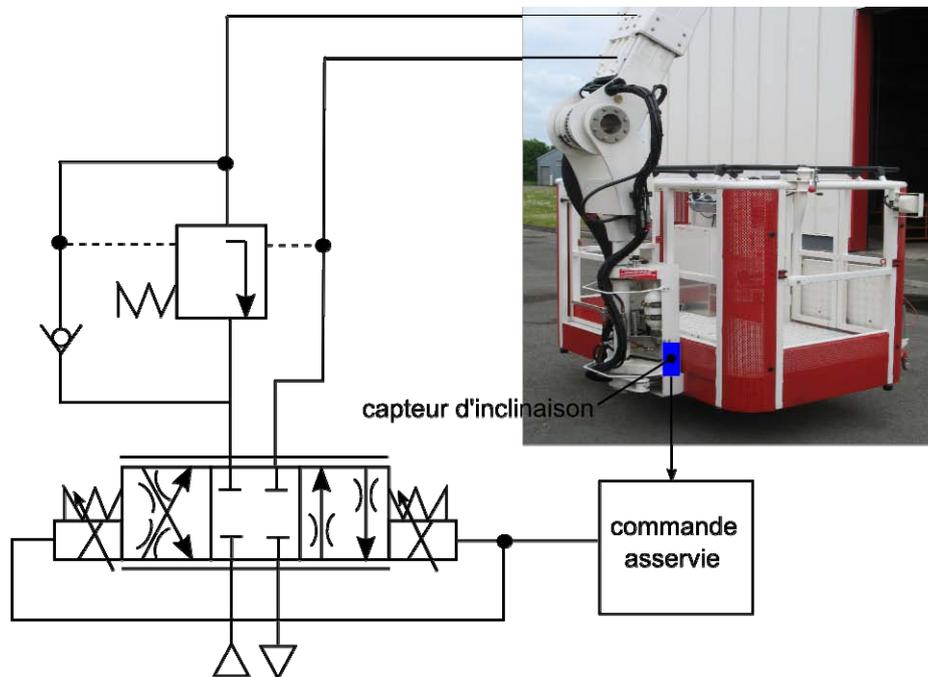


Figure 24 : circuit hydraulique de maintien d'horizontalité

En position horizontale, l'angle de la nacelle est nul $\theta_c(t) = 0$. On souhaite étudier ici l'influence d'une perturbation sur le comportement du panier et la stabilité du mécanisme de compensation.

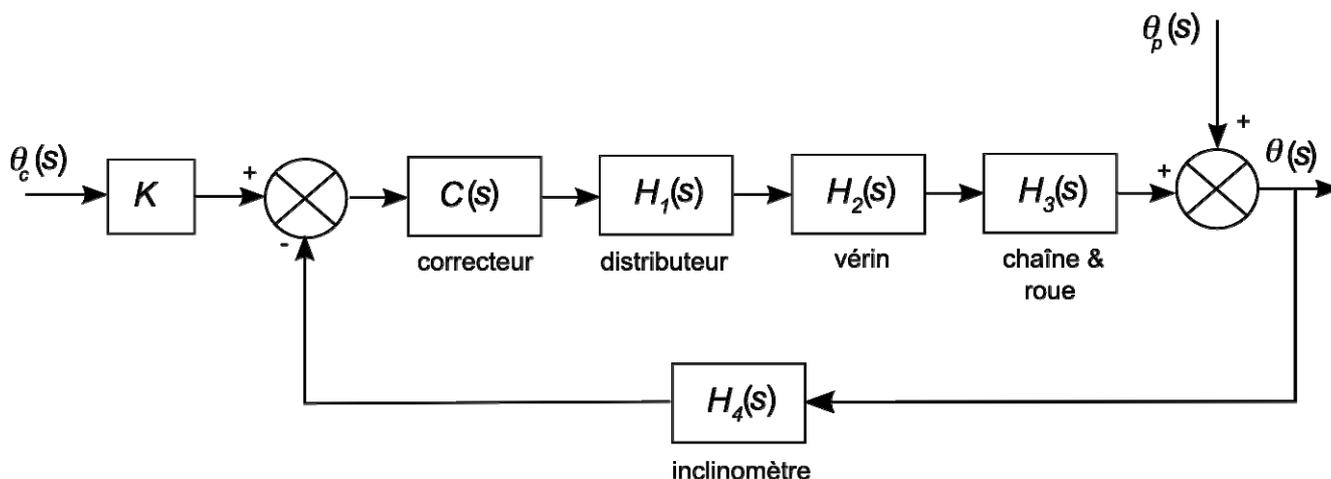


Figure 25 : schéma bloc de l'asservissement du maintien de l'horizontalité

bloc	fonction de transfert	paramètres
	K	$0,1 \text{ V}/^\circ$
correcteur	$C(s)$	
distributeur	$H_1(s) = \frac{K_1}{1 + \tau_1 s}$	$K_1 = 250 \times 10^{-6} \text{ m}^3 / \text{s} / \text{V}$ $\tau_1 = 0,038 \text{ s}$
vérin	$H_2(s)$	Aire piston : 22 cm^2
Chaîne & roue	$H_3(s)$	Diamètre roue : 226 mm
inclinomètre	$H_4(s) = \frac{K_4}{1 + \tau_4 s}$	$K_4 = 0,1 \text{ V}/^\circ$ $\tau_4 = 0,05 \text{ s}$

Le correcteur utilisé sur le BEA est de type proportionnel. On posera $C(s) = A$.

Question 37

Montrer que la fonction de transfert en boucle ouverte du système de compensation est donnée par :

$$H_{BO}(s) = \frac{0,58 \times A}{s(1 + 0,038s)(1 + 0,05s)}$$

Une perturbation appliquée au panier de la nacelle est supposée modélisée par une rampe unitaire $\theta_p(t) = u(t)$ avec $u(t)$ l'échelon de Heaviside.

Question 38

Déterminer la valeur de la correction proportionnelle à appliquer afin que l'erreur de trainage soit inférieure à $0,1^\circ$. Vérifier, dans ce cas, que la stabilité du système est assurée pour ce réglage en. Conclure sur la pertinence de la chaîne d'information.

Limitation et contrôle de la charge maximale supportée par la nacelle

Pour des raisons de sécurité évidentes, la charge dans le panier de la nacelle est limitée et contrôlée. Le manuel d'utilisation du BEA précise que la charge maximale autorisée dans le panier de la nacelle est :

- 500 kg ou 5 personnes lorsque le canon n'est pas en fonctionnement ;
- 320 kg ou 3 personnes lorsque le canon est en fonctionnement.

Question 39

Proposer deux solutions technologiques basées sur des principes différents qui permettent de répondre au besoin indiqué ici. La description (schémas de principe et texte) sera suffisamment précise pour mettre en évidence clairement le fonctionnement du système de limitation et de contrôle de la charge.

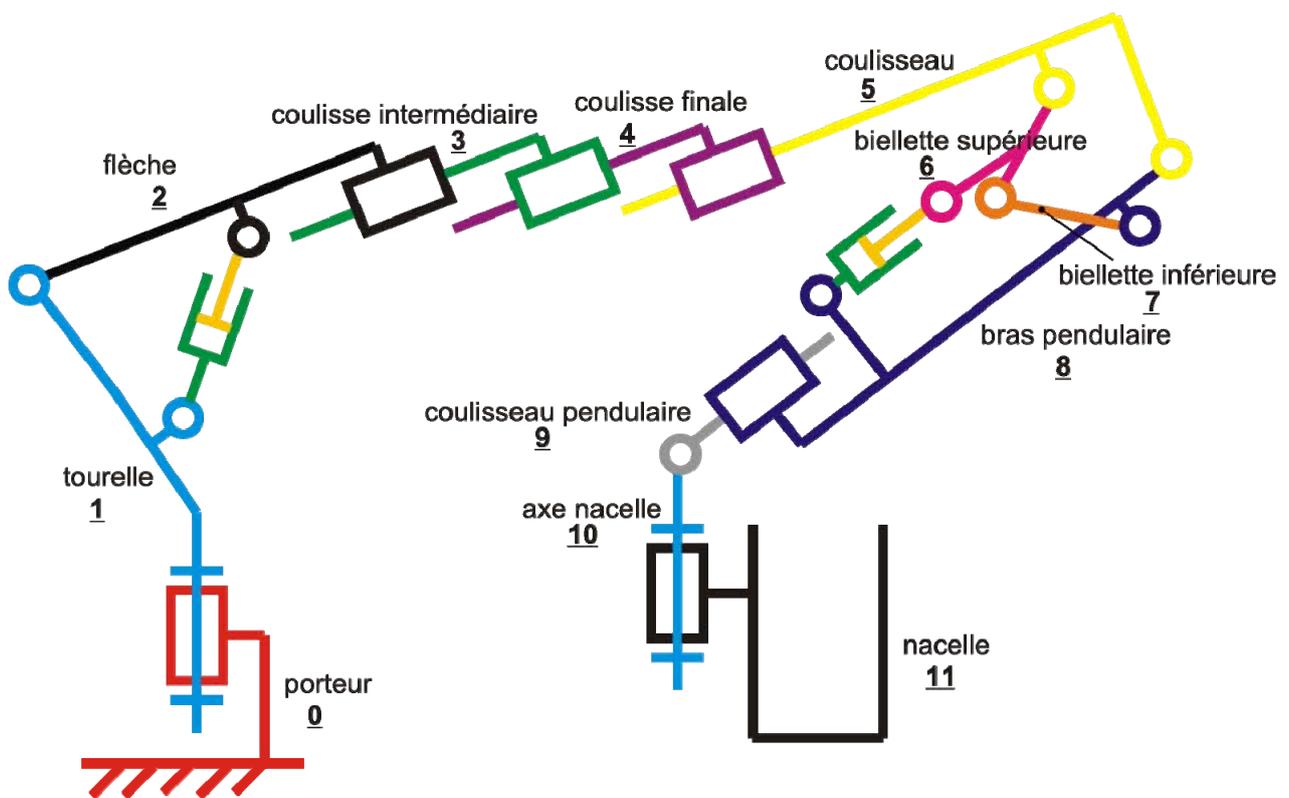
Synthèse globale du sujet

Au terme du travail accompli sur ce Bras Élévateur Aérien, système technique complexe, pour lequel une étude des fonctions importantes réalisées (orienter la tourelle, déployer la tourelle, orienter la nacelle et mettre en sécurité) a permis de mettre en évidence performances et limitations du produit, il semble intéressant de rédiger quelques éléments de synthèse.

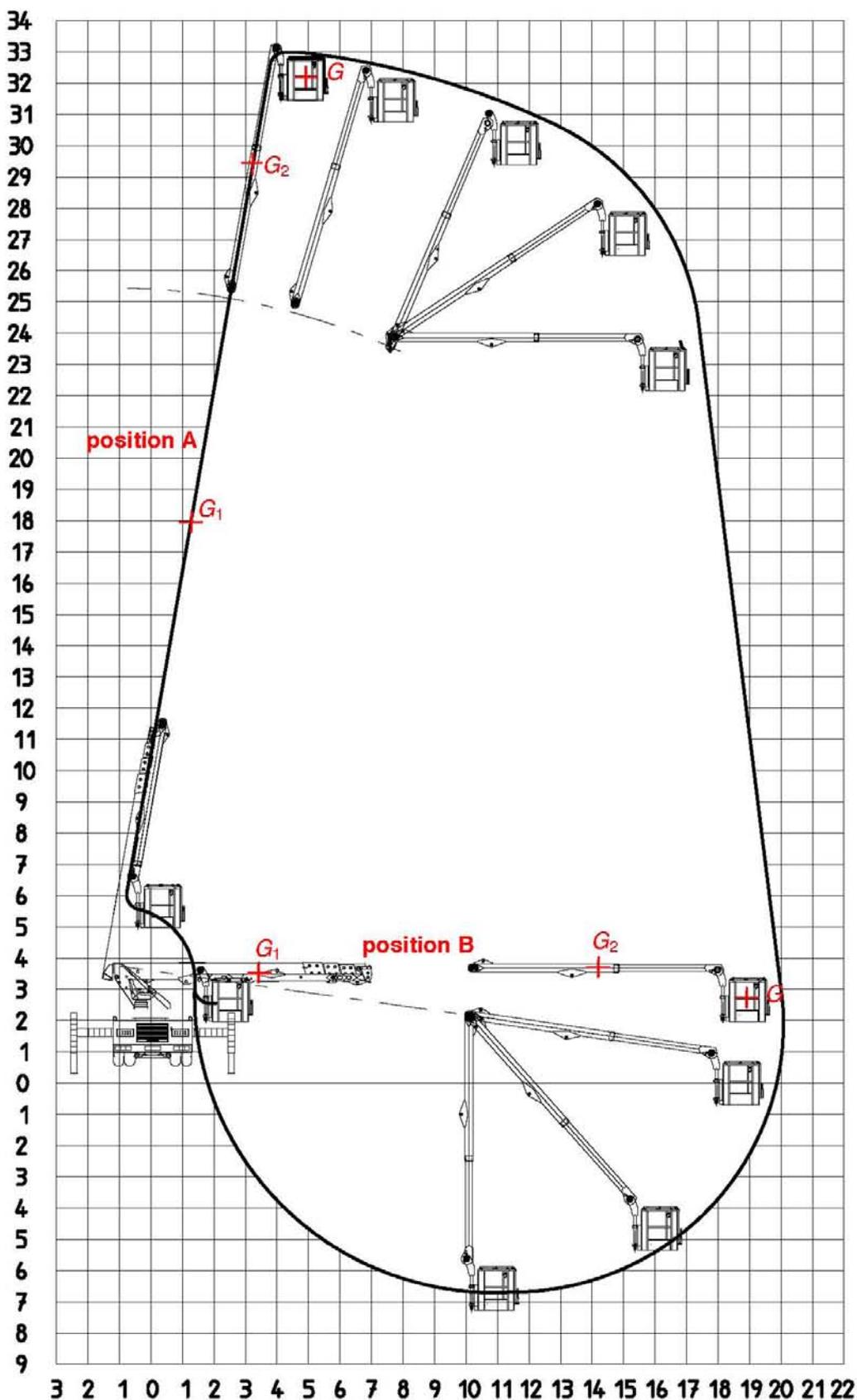
Question 40

Proposer, **en 10 lignes au maximum**, une brève note technique présentant le résultat de votre analyse et de votre conception résumant le travail que vous avez mené sur ce système en guise de conclusion générale.

DOSSIER TECHNIQUE



330 TBI



COURBE 1

S3 - 5P

003900320169029

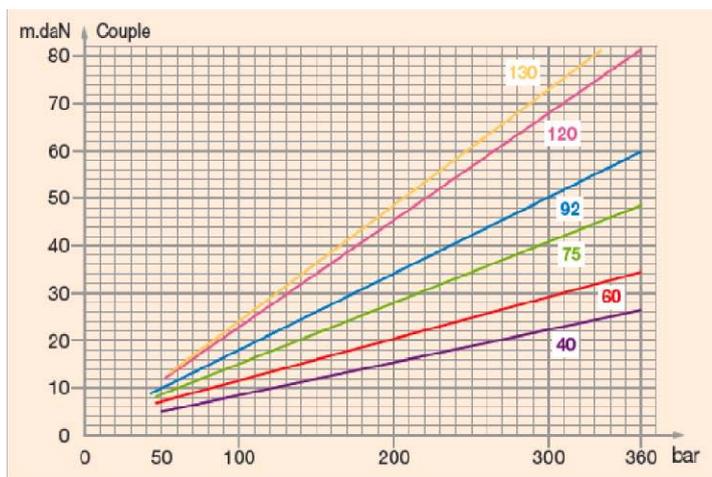


Pompes à cylindrée variable Hydro Leduc TXV

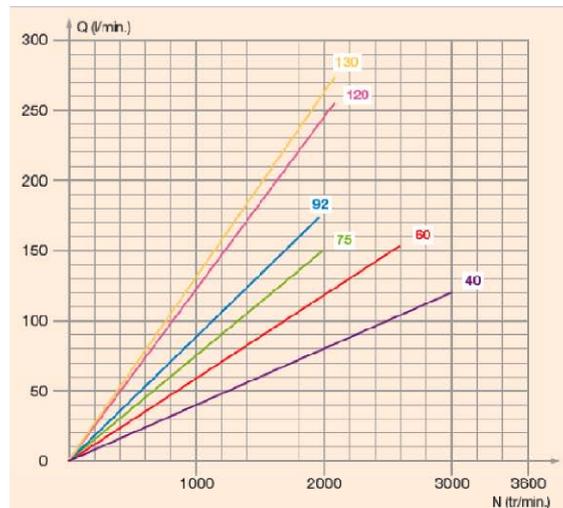
Caractéristiques principales

type de pompe		sens de rotation	cylindrée ⁽¹⁾ maxi (cm ³)	pression maxi de service (bar)	Pression maxi en pointe : 5% du temps (bar)	Pression maxi d'annulation (bar)	Couple à 300 bar (Nm)	Vitesse ⁽²⁾ maxi (tr/min)
TXV 40	0512950 0512955	SH SIH	40	400	420	440	220	3000
TXV 60	0512500 0512505	SH SIH	60	400	420	440	295	2600
TXV 75	0512510 0512515	SH SIH	75	400	420	440	410	2000
TXV 92	0512520 0512525	SH SIH	92	380	400	420	483	1900
TXV 120	0515700 0515705	SH SIH	120	360	380	400	680	2100
TXV 130	0515300 0515515	SH SIH	130	360	380	400	730	2100

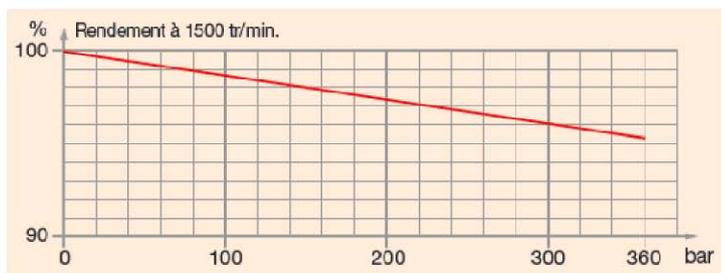
Couple absorbé à cylindrée maximum



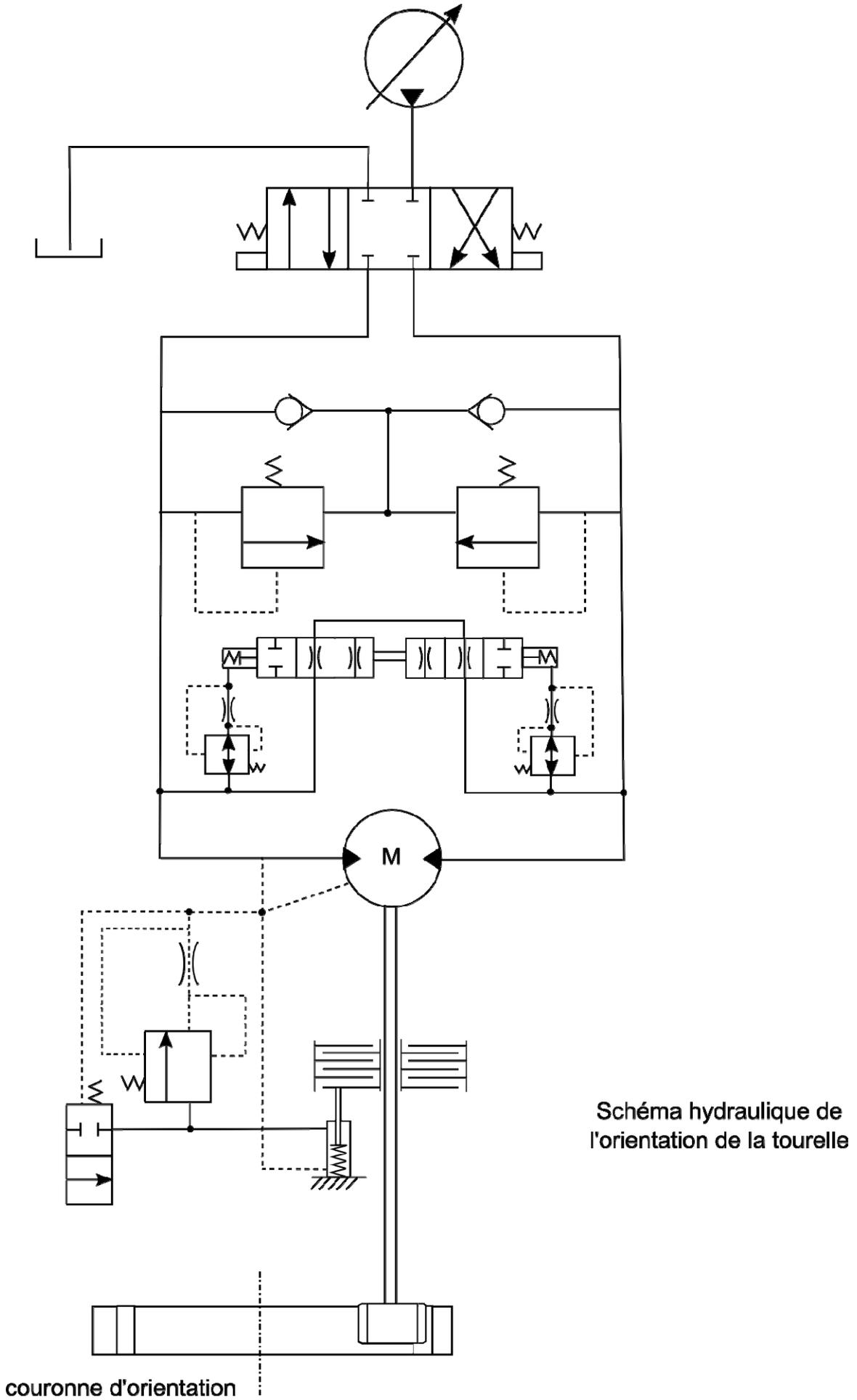
Débit



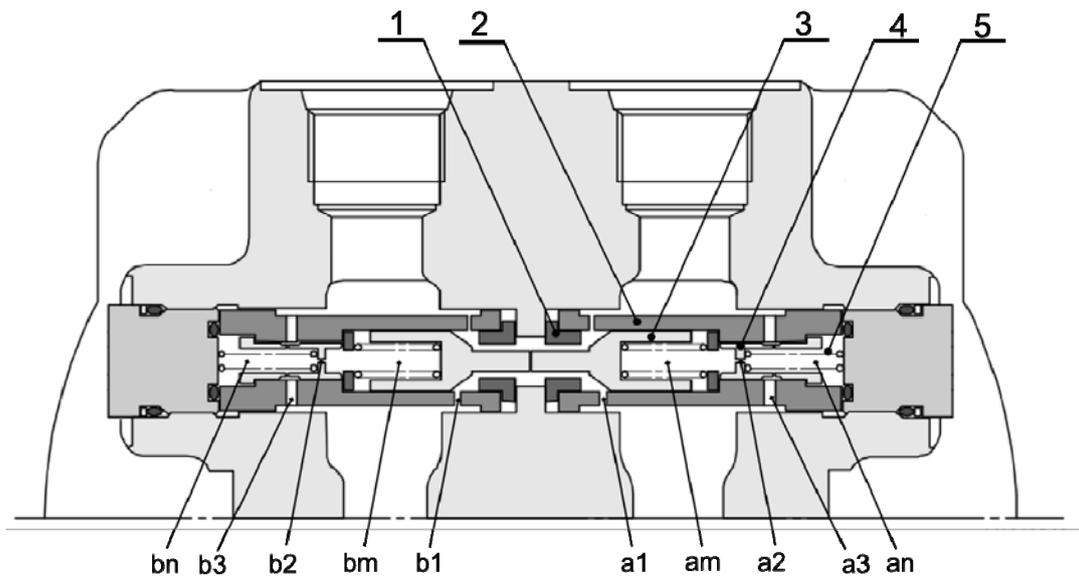
Rendement



- (1) les pompes TXV peuvent être calées pour une cylindrée maximale plus faible
- (2) vitesse supérieure possible selon le débit demandé

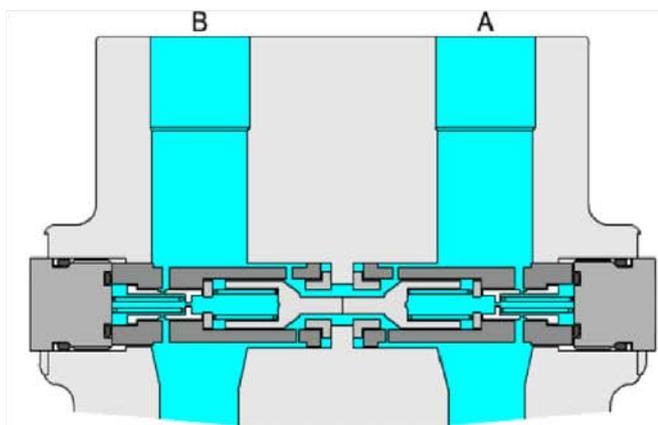


Document Technique DT5 : fonctionnement de la valve anti rebond

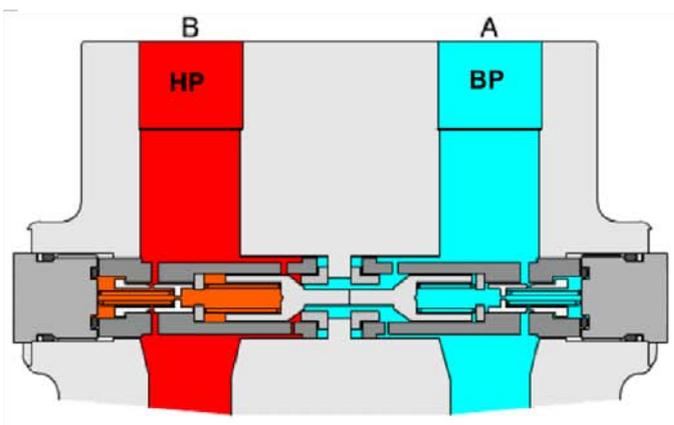


- | | |
|---------------|-------------|
| 1 : siège | 4 : clapet |
| 2 : cartouche | 5 : ressort |
| 3 : clapet | |

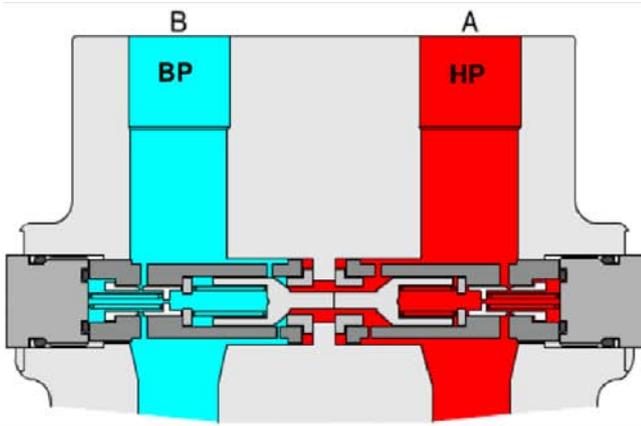
Phase 1 : repos



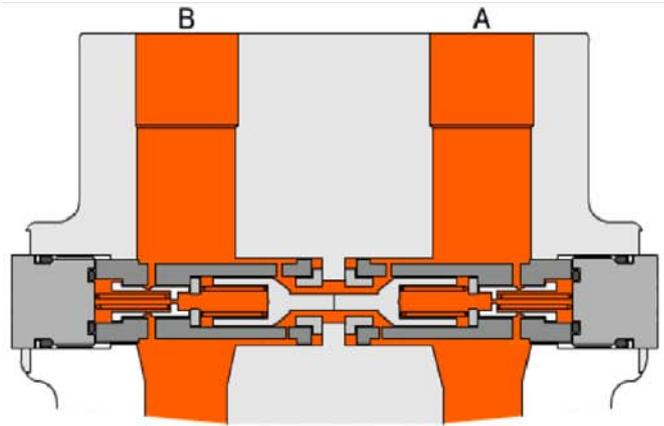
Phase 2 : mouvement d'orientation de la tourelle



Phase 3 : fin du mouvement d'orientation de la tourelle

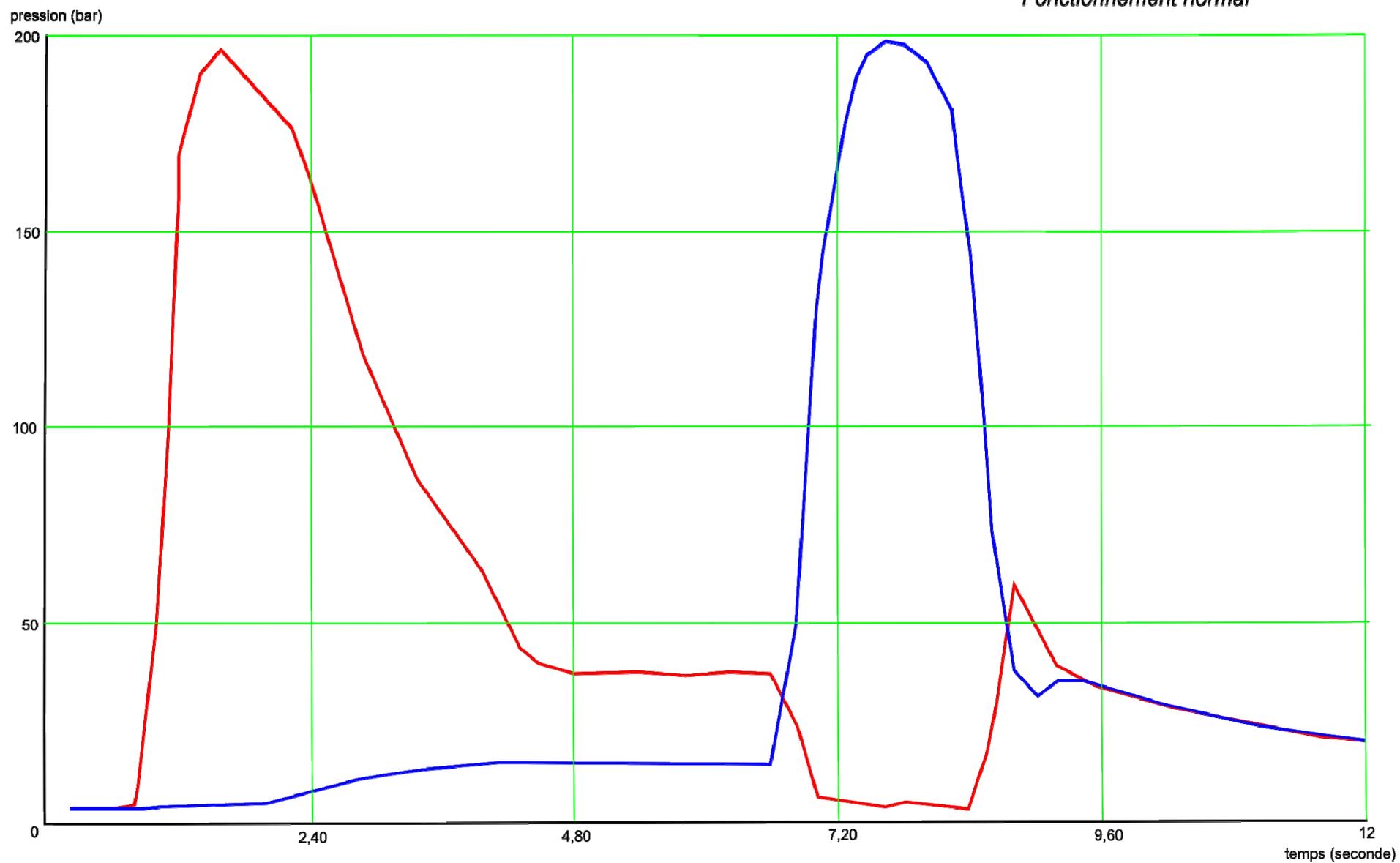


Phase 4 : arrêt de la tourelle



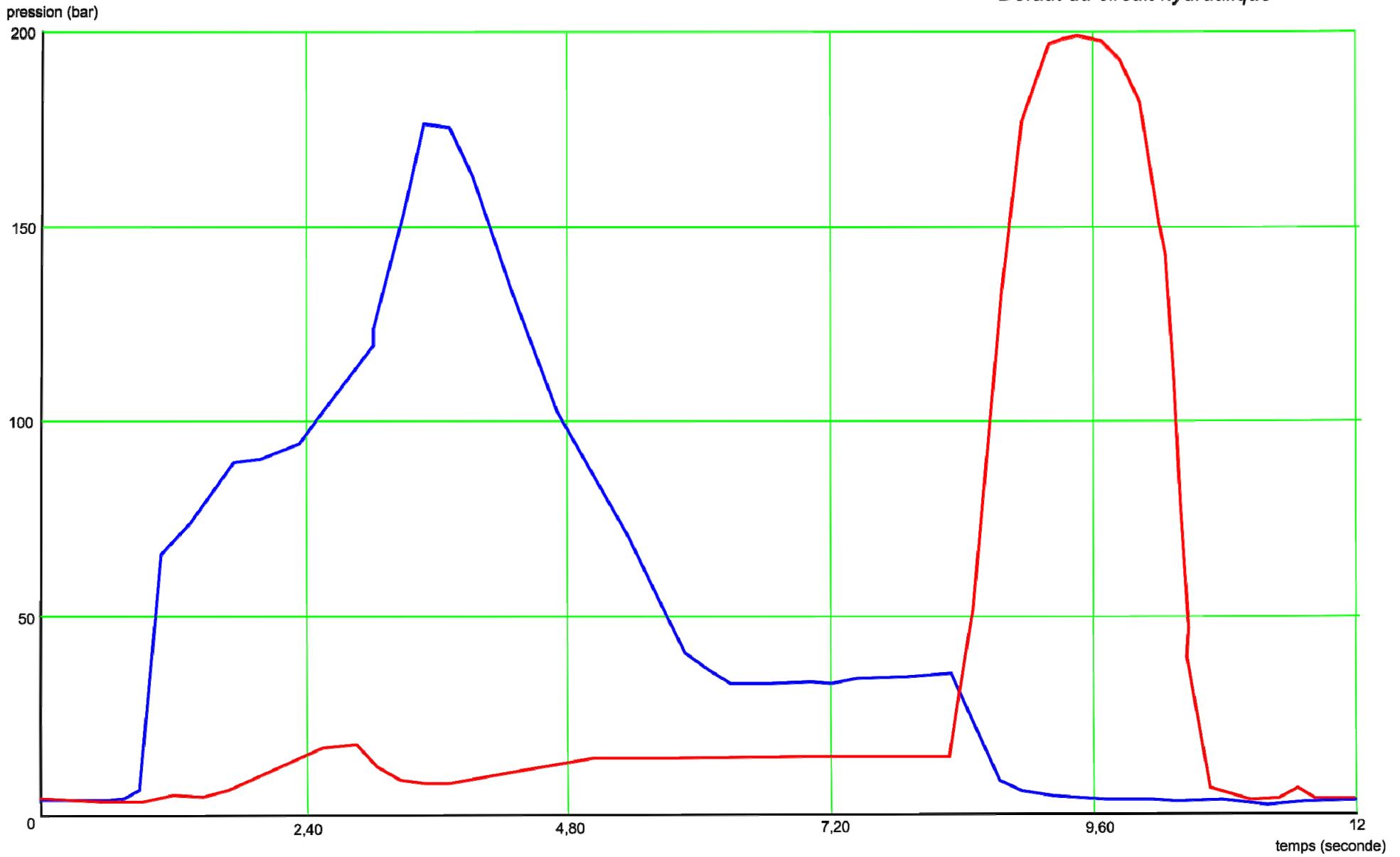
Rotation horaire tourelle

Fonctionnement normal

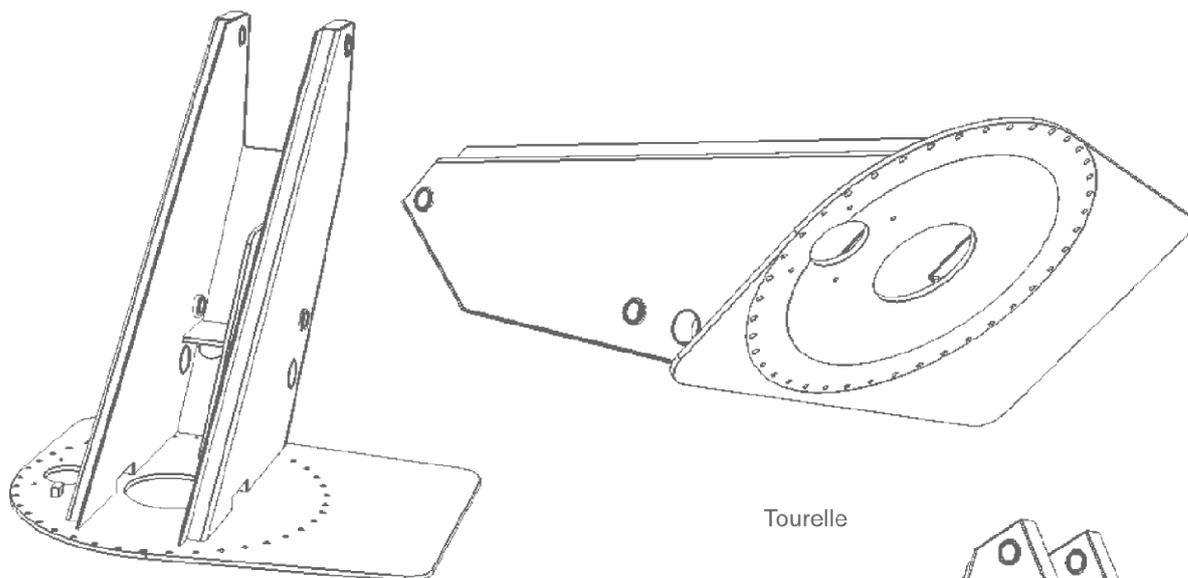


Rotation antihoraire tourelle

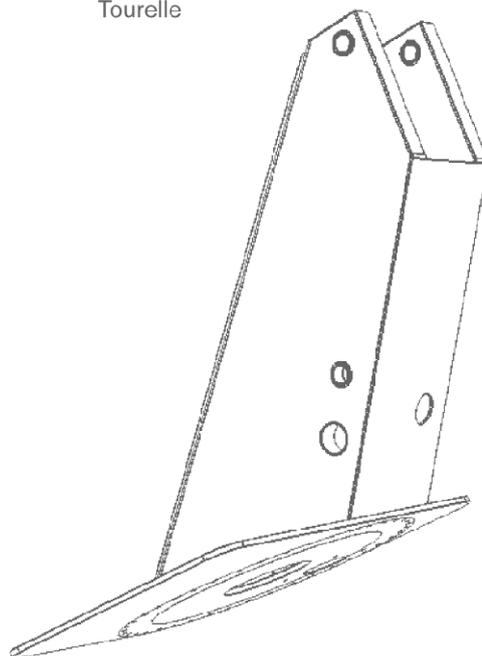
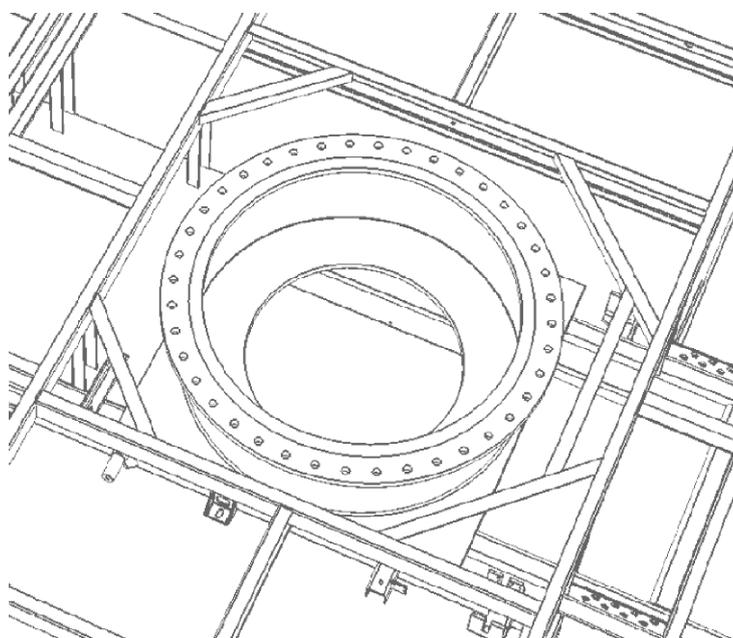
Défaut du circuit hydraulique



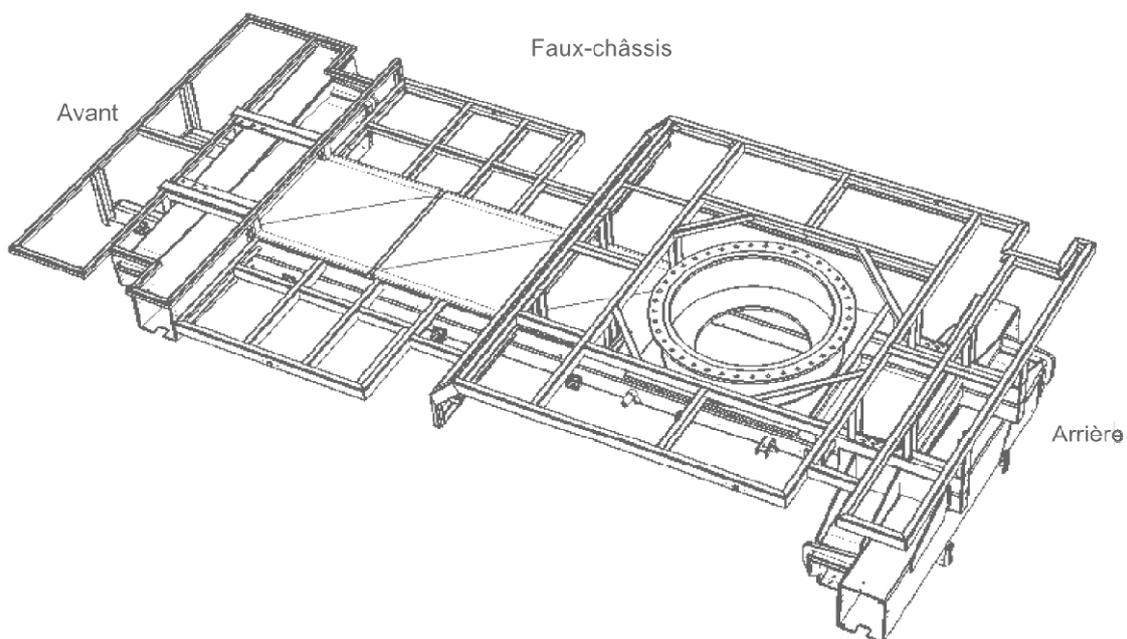
Document Technique DT8 : vues du faux châssis et de la tourelle



Tourelle



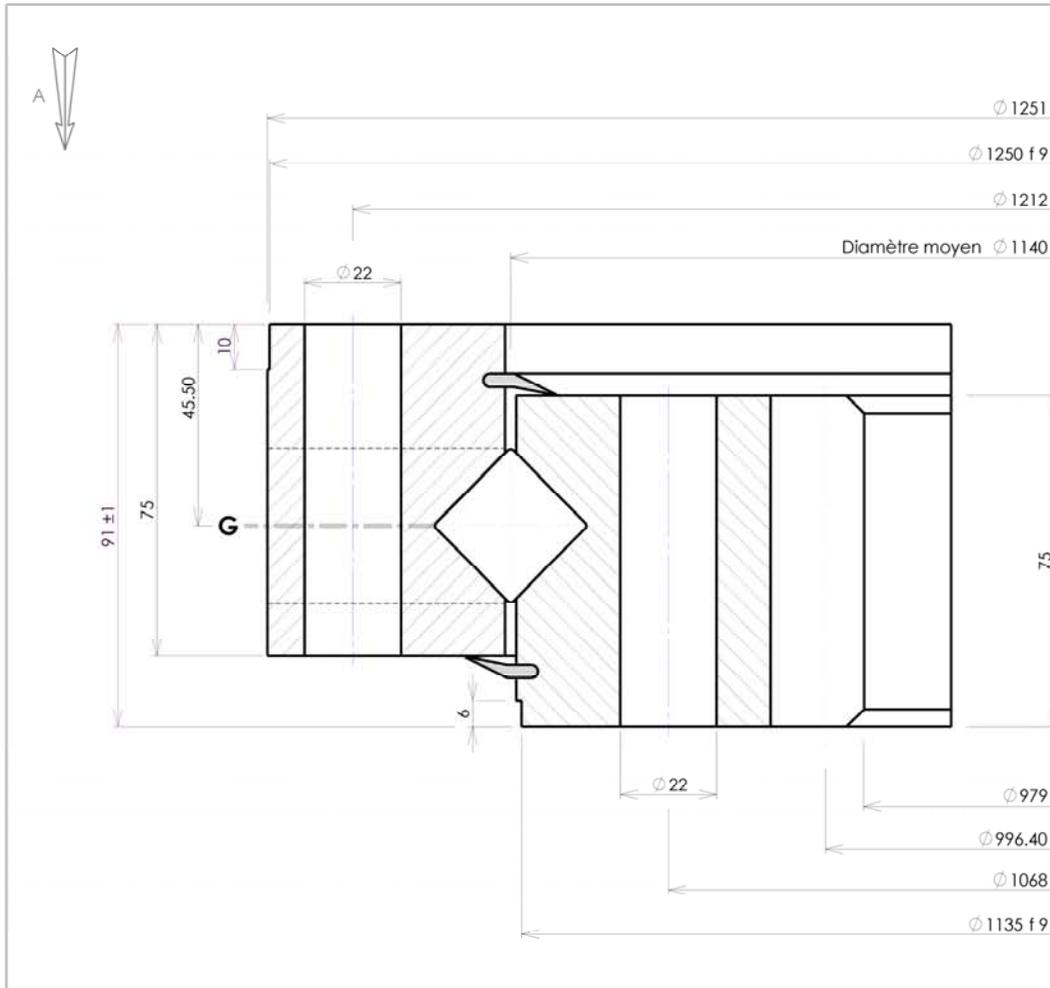
Faux-châssis



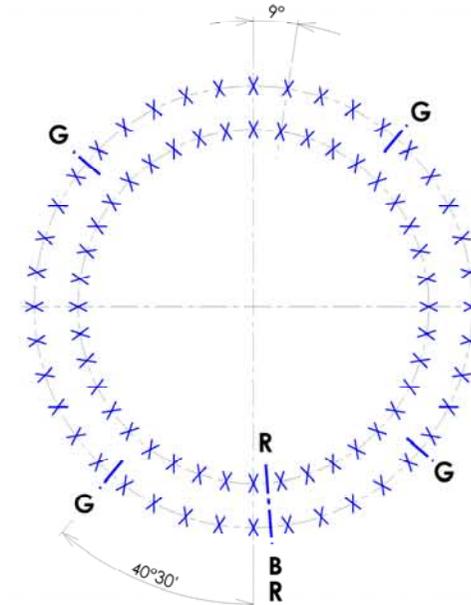
Avant

Arrière

Document Technique DT9 : couronne d'orientation Rollix



Implantation suivant A
 Implantation according to A
 Ansicht nach A



Denture - Gear - Verzahnung	
Droite	
Module 10	Angle de pression 20°
Module - Modul	Pressure angle
Diagonal pitch 99	Engriffsinkel 1.30
Nbr. de dents 12	Troncature - Kapfzung
Zahnezahl	Truncature - Kapfzung
Diamètre primitif 990	
Pitch diameter - Teilkreisdurchmesser	
Départ 2 m 6.400	
Add. mod. 2 m - Profilschiebung 2 m	
356.330	
Measurement on teeth	
Zahnmessweite bei Zähnen	
356.030	
Faux rond au diamètre primitif - Run out on P.D.	
Rundlauffehler am Teilkreis	
Non trempé 0.51	Tempée 0.66
No hardened	Hardened
Ungehärtet	Gehärtet

Tolérances générales suivant IT-ETR-061	
General tolerances according to IT-ETR-061	
Allgemeine Toleranzen nach IT-ETR-061	
B.E. 40	Trous de fixation 22
O.R. 40	Mounting holes
A.R. 40	Befestigungsbohrungen
X	
B.L. 40	Trous de fixation 22
I.R. 40	Mounting holes
L.R. 40	Befestigungsbohrungen
G	
B.E. 4	Trous de graisseurs M 10 x 1.00
O.R. 4	Grease holes
A.R. 4	Schmierbohrungen
G	
B.L. 4	Trous de graisseurs M 10 x 1.00
I.R. 4	Grease holes
L.R. 4	Schmierbohrungen
B	
R	

Des. JPS	Date. 03/05/1996	Ver. J.P.S.	Date. 07/05/96
Ech. 1			
A 03/05/1996 Industrialisation		JPS Visa	
Ind Date		Nature - Change - Art	

Masse estimée 239 kg
 Gewicht ca 239 lbs
 Estimated weight

Cette couronne brevetée DUO-ROL-X est notre propriété. Ce plan ne peut être communiqué ni réimprimé sans l'autorisation écrite de ROLLIX-DEFONTAINE.

Information confidential proprietary of ROLLIX-DEFONTAINE. Any person excepted is required to accept same information in confidence and agrees to make no disclosures or use thereof except as authorized by ROLLIX-DEFONTAINE.

Diese patentierte Drehverbindung DUO-ROL-X ist unser Eigentum. Diese Zeichnung darf nicht ohne schriftliche Genehmigung von ROLLIX-DEFONTAINE weitergegeben werden.

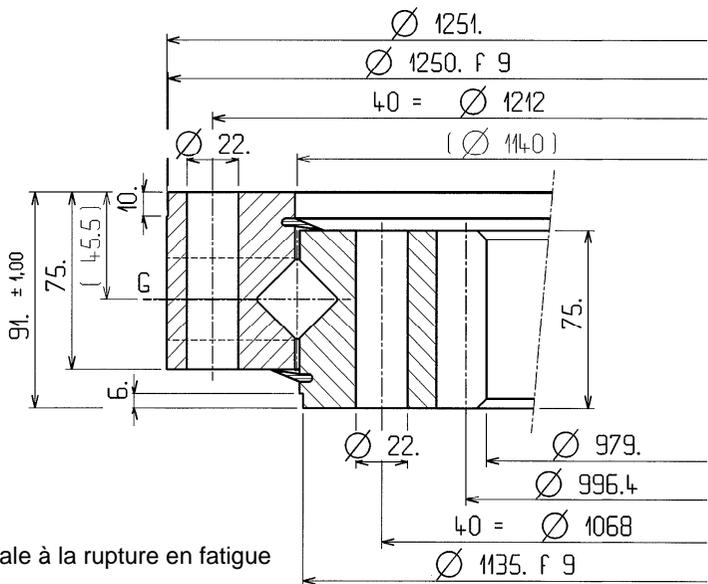
N° 07-1140-13

Indice A

Siège social : 3 rue Louis Renault
 B.P. 329 - 44803 ST HERBLAIN CEDEX
 Tel. 02.40.67.89.89 Télécopie 02.40.67.89.03

#ETR 910 indice 3

07-1140-13

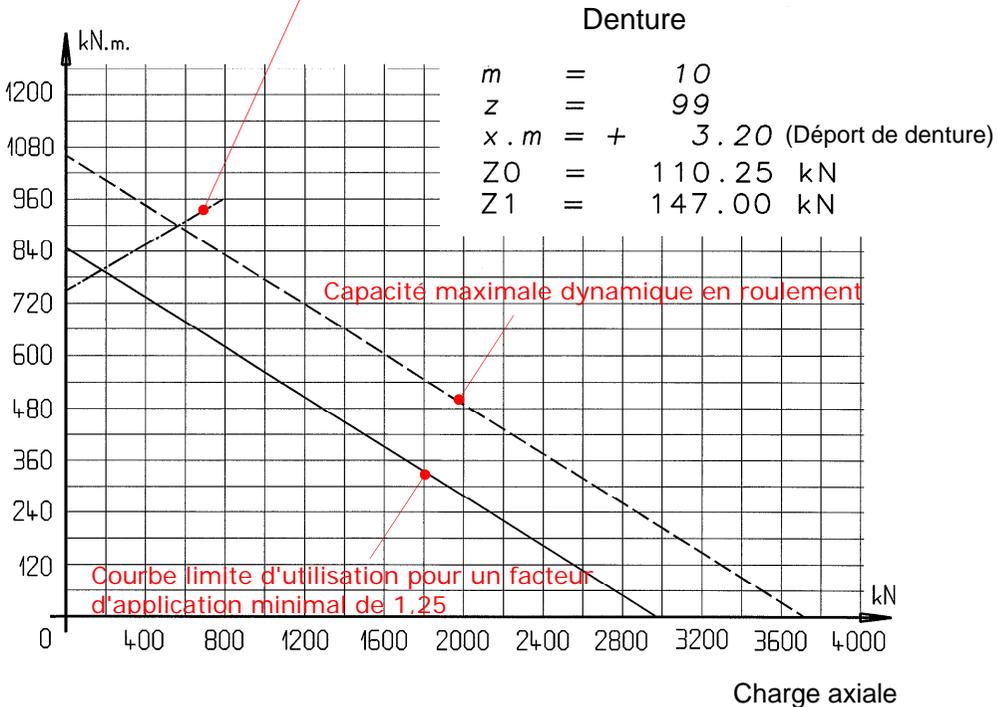


Z : Résistance maximale à la rupture en fatigue
 0 : non traitée
 1 : trempe localisée

Masse approximative 238. kg

Moment de renversement

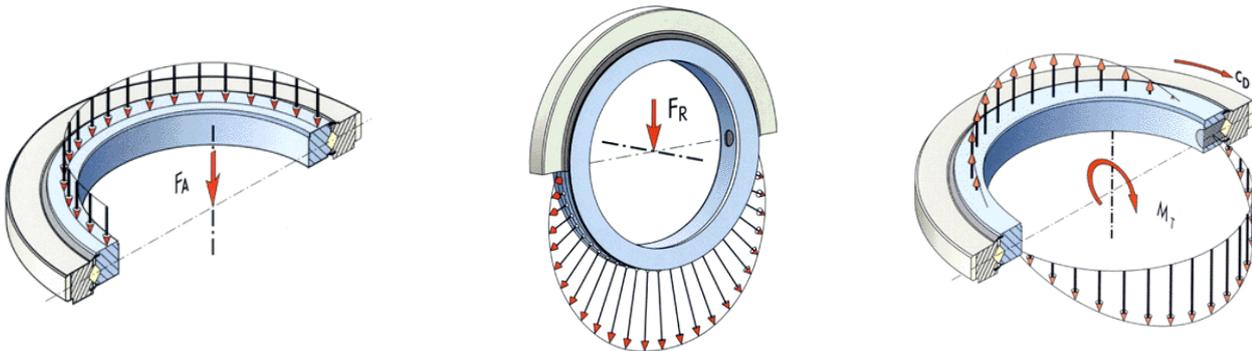
Limite de fixation pour une charge posée en utilisant une boulonnerie classe 10.9



Définition des charges

La couronne d'orientation, assurant la liaison d'un élément mobile avec une embase fixe, doit posséder la capacité de transmettre les efforts du mobile vers l'embase. La définition convenable de la capacité adaptée nécessite la connaissance précise des efforts mis en jeu, réellement appliqués sur la couronne, incluant les effets dus aux masses et aux inerties des charges utiles et des structures. Il importe de distinguer les charges fixes et les charges variables ainsi que les effets dus aux charges dynamiques, ces deux dernières constituant les sollicitations en « fatigue ». La connaissance de la direction des efforts vis à vis de l'axe de la couronne d'orientation est nécessaire à l'établissement du torseur actif. On distingue donc :

- LES CHARGES AXIALES dont la direction est parallèle à l'axe de rotation de la couronne d'orientation. On nommera FA la résultante de ces charges.



- LES CHARGES RADIALES contenues dans les plans perpendiculaires à l'axe de rotation. On nommera FR la résultante de ces charges.
- LES MOMENTS DE RENVERSEMENT (basculement): dans des plans parallèles à l'axe de rotation. On nommera MT le moment résultant rapporté au plan contenant l'axe de rotation.
- LE COUPLE DE PIVOTEMENT CD commande la rotation de la couronne d'orientation.

Pour le calcul, la résultante des charges radiales FR est transposée en charge axiale équivalente à l'aide d'un facteur KR comme suit :

Pour les couronnes standards

$$\text{Si } FR/FA < 0,25 \text{ alors } KR = 0,5$$

$$\text{Si } 0,25 < FR/FA < 1 \text{ alors } KR = 1,5$$

$$\text{Si } FR/FA > 1 \text{ alors } KR = 24$$

Pour les séries légères et bagues pleines, $KR = 3,225$

La charge équivalente F_{eq} à utiliser pour le calcul s'obtient par la formule :

- Pour les couronnes horizontales : axe de rotation vertical $F_{eq} = FA + KR \times FR$
- Pour les couronnes verticales : axe de rotation horizontal $F_{eq} = FA + 1,2 \times KR \times FR$

Sélection de la couronne en fonction de sa capacité

La capacité de charge d'une couronne d'orientation est calculée selon ses performances en fonction :

- de son enveloppe géométrique ;
- de la nature des matériaux constituant les bagues ;
- des traitements thermiques réalisés ;
- de la nature, du nombre et de la dimension des corps roulants ;
- des paramètres de contact des corps roulants.

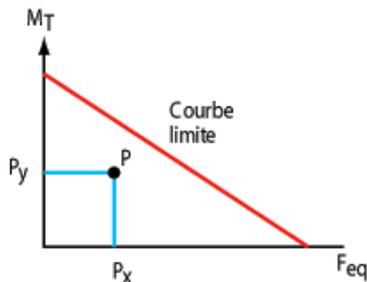
La courbe de capacité maximale admissible (courbe limite d'utilisation pour un facteur d'application minimal de 1,25) est tracée sur un graphique dont l'axe des abscisses porte la charge axiale équivalente et l'axe des ordonnées le moment de renversement. Par simplification, elle est représentée par une droite appelée « COURBE LIMITE ».

Le dimensionnement de la couronne s'effectue en comparant le point représentatif des chargements par rapport à cette courbe. Ce point appelé « point d'application » a pour coordonnées :

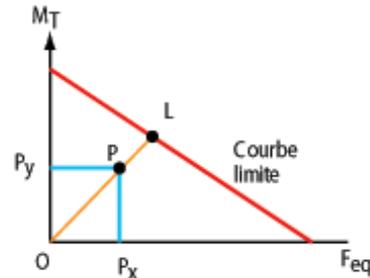
- sur l'axe horizontal : $P_x = F_{eq} \times KA \times KU \times KS$;
- sur l'axe vertical : $P_y = MT \times KA \times KU \times KS$.

Dans notre cas, le constructeur donne $KA = 1,5$, $KU = 1$ et $KS = 1$.

Dans tous les cas, le point d'application P doit se trouver au-dessous de la courbe limite (Voir croquis 1 ci-dessous)



Croquis 1



Croquis 2

Durée de service

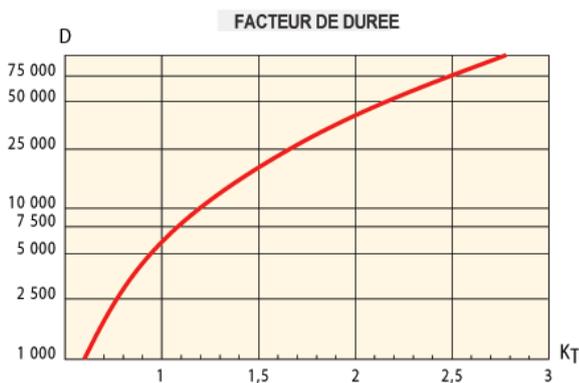
De nombreux facteurs extérieurs à la couronne exercent une influence très importante sur sa durée de service.

On peut citer entre autres :

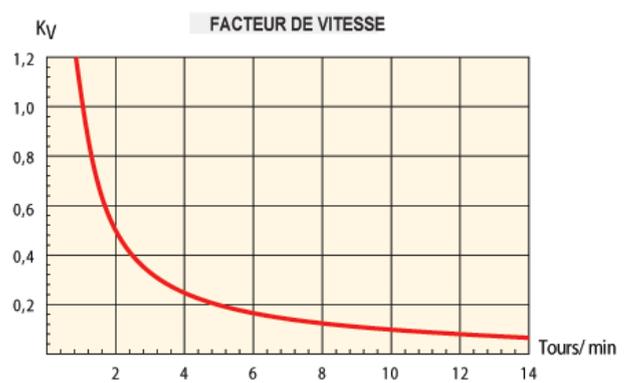
- la qualité géométrique des supports ;
- la déformation des structures sous les charges ;
- les conditions climatiques et l'environnement ;
- la qualité de la maintenance en service ;
- les conditions d'utilisation : l'exposition répétée à des chocs, des vibrations ou des mouvements brusques ou saccadés peut réduire notablement la durée prévue. (Voir croquis 2 ci-dessus)

Une estimation de la durée de service théorique pourra être obtenue en comparant la capacité utilisée par rapport à la limite : appelons KT le nombre $KT = OL/OP$.

Une estimation de la durée de service D (h), peut être obtenue en utilisant le graphique (voir croquis 3)



Croquis 3



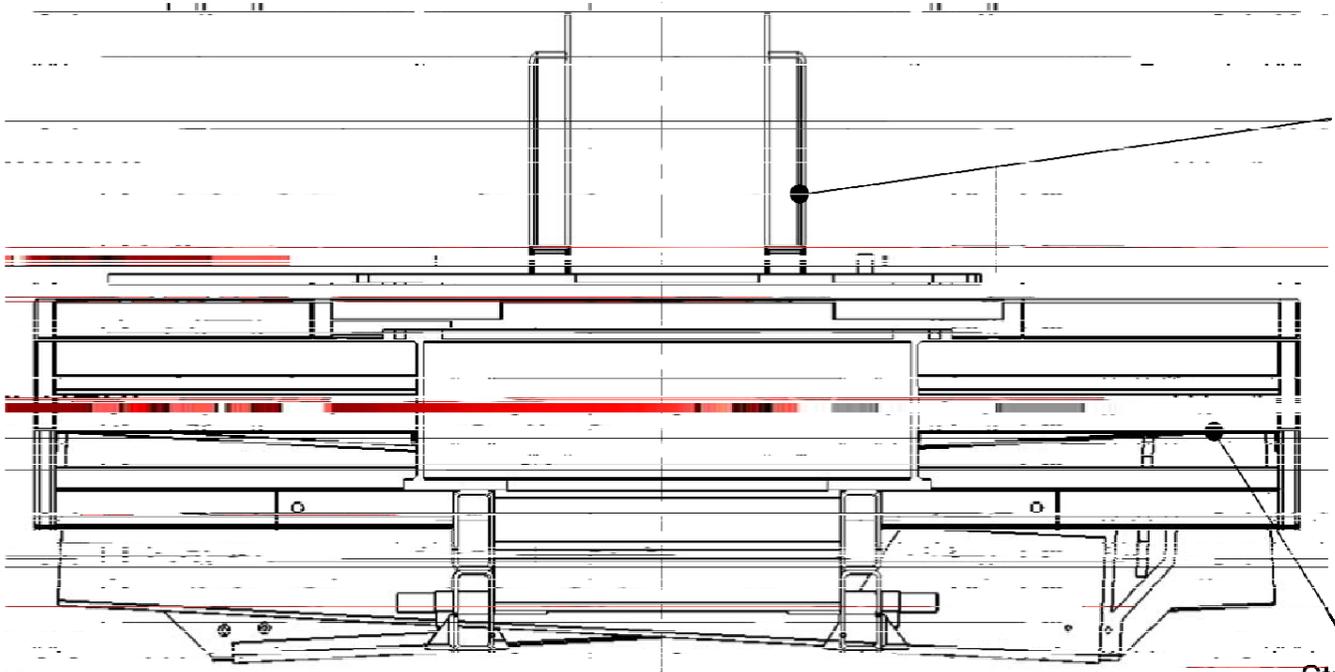
Croquis 4

La durée de service D , estimée dans le graphique (voir croquis 4) est valable seulement pour les applications dont la vitesse de rotation est lente : 1 tour/minute. Lorsque la vitesse est différente, il faut multiplier la valeur obtenue par le facteur de vitesse KV selon le graphique (voir croquis 4).

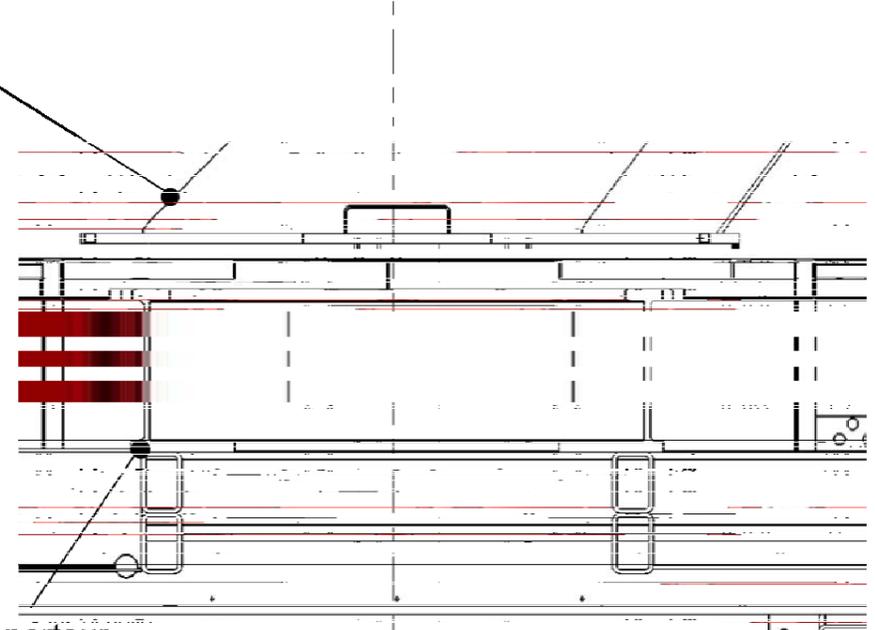
$$D(n) = KV \times D$$

Pour les applications dont les mouvements de rotation sont alternatifs, on prendra :

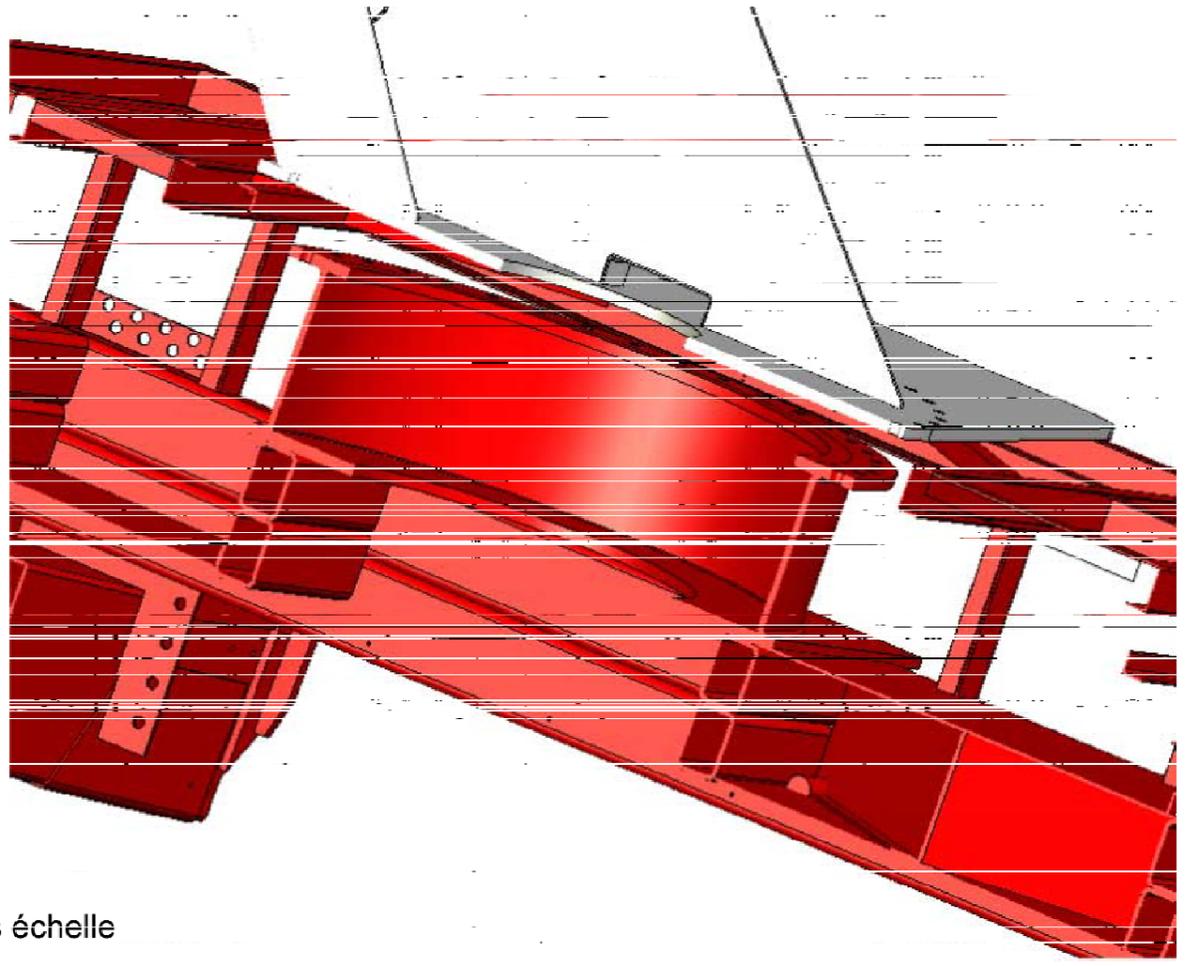
$$n_{moy} = 0,6 \times n_{rel}$$



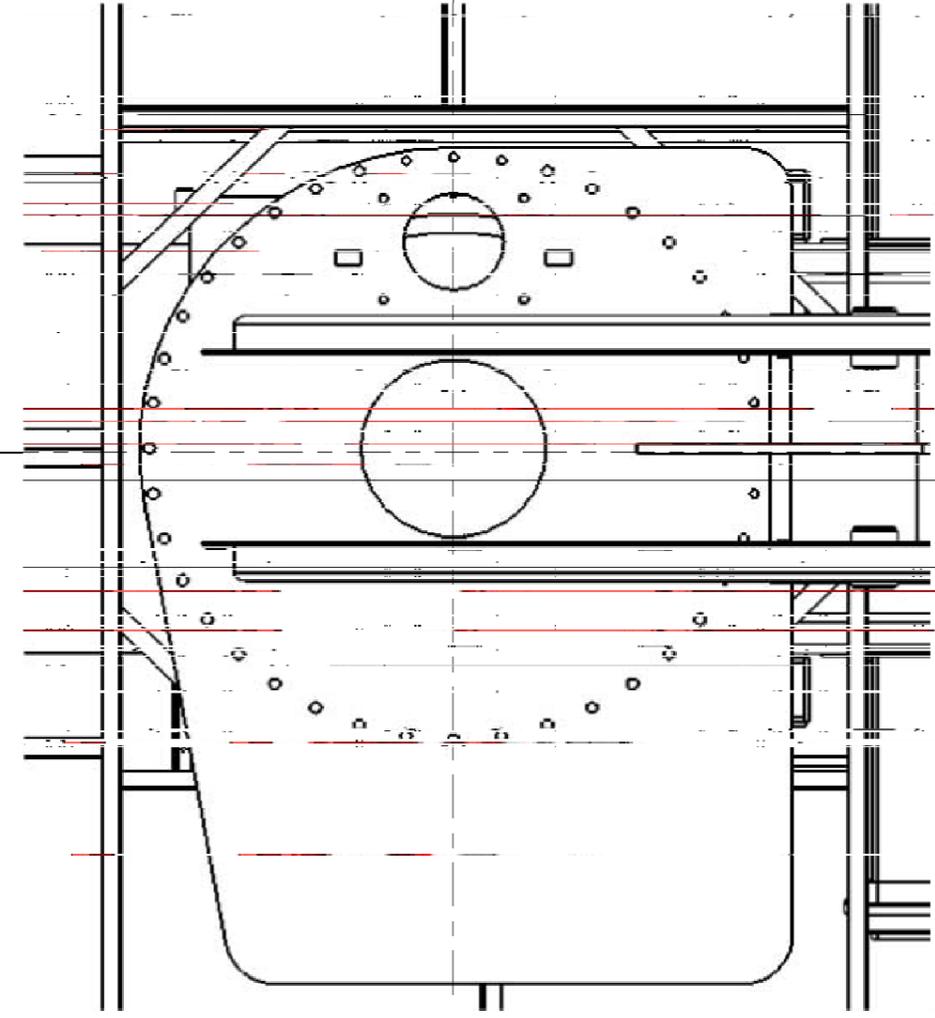
Tourelle

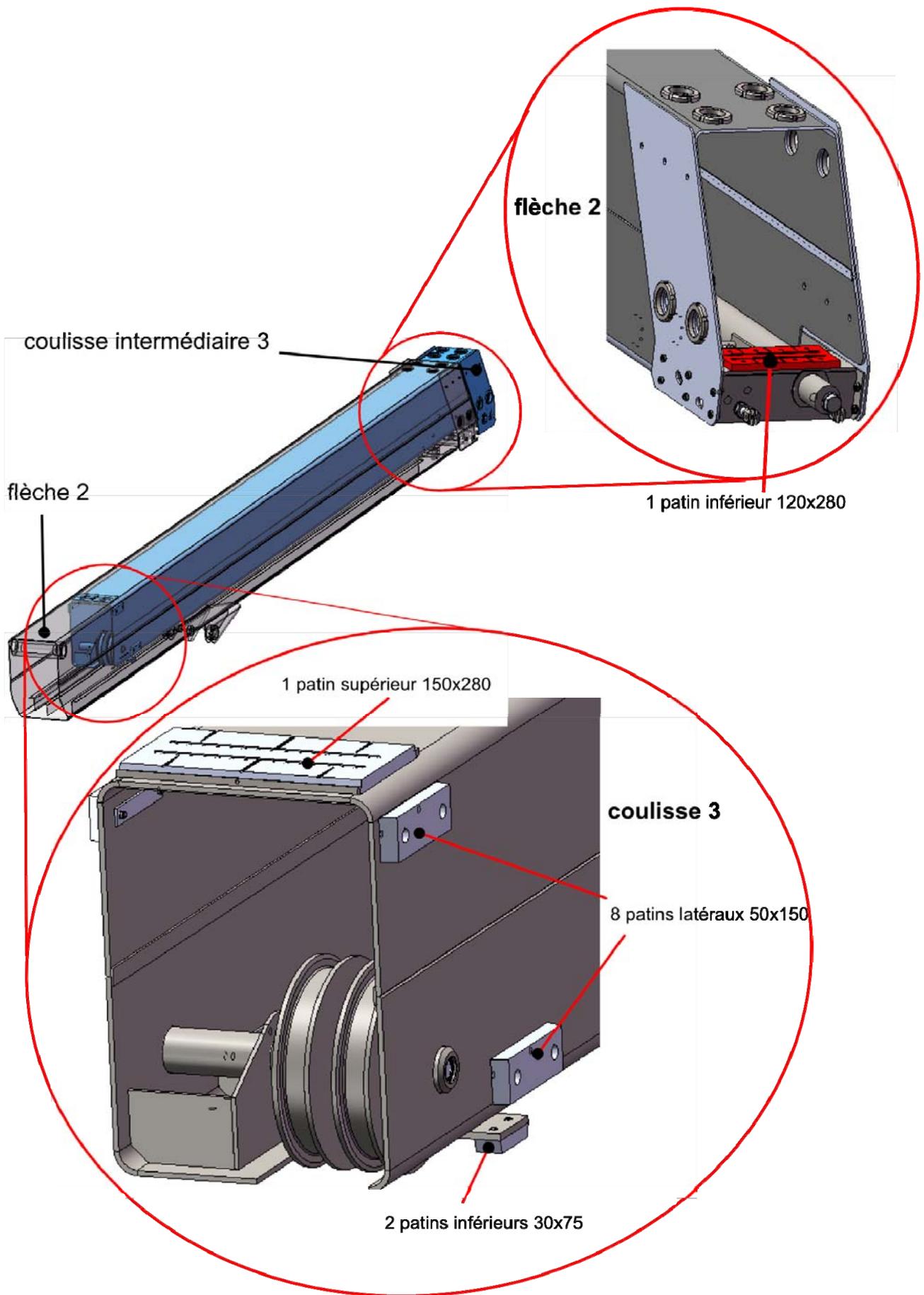


Structure du porteur

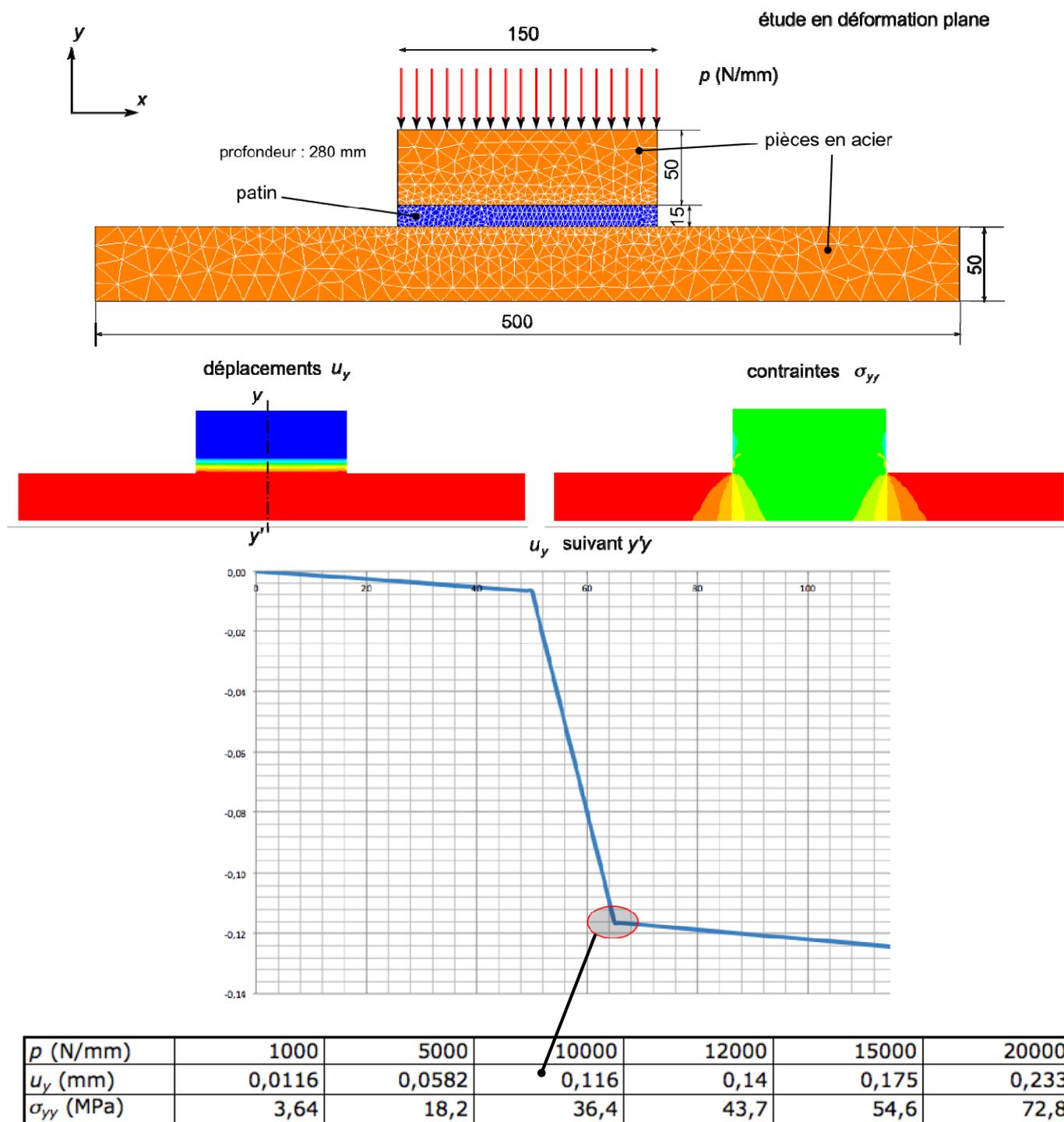


Sans échelle





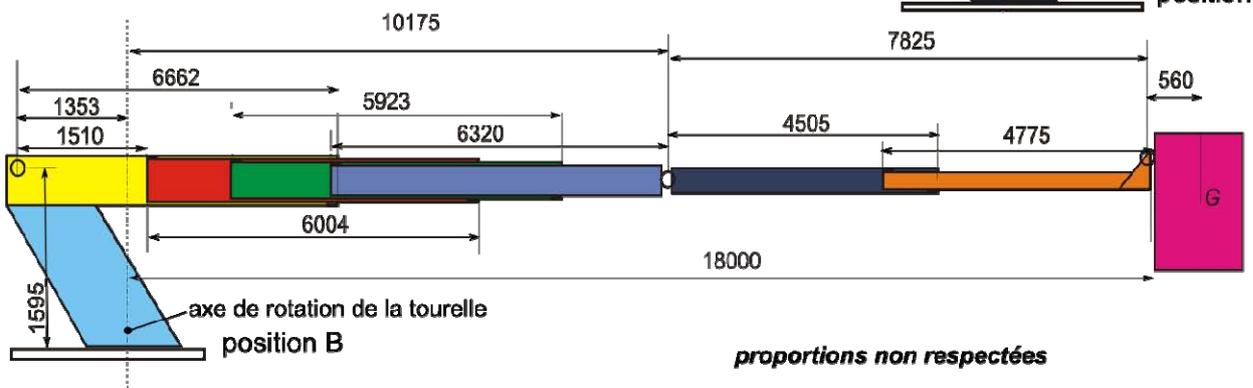
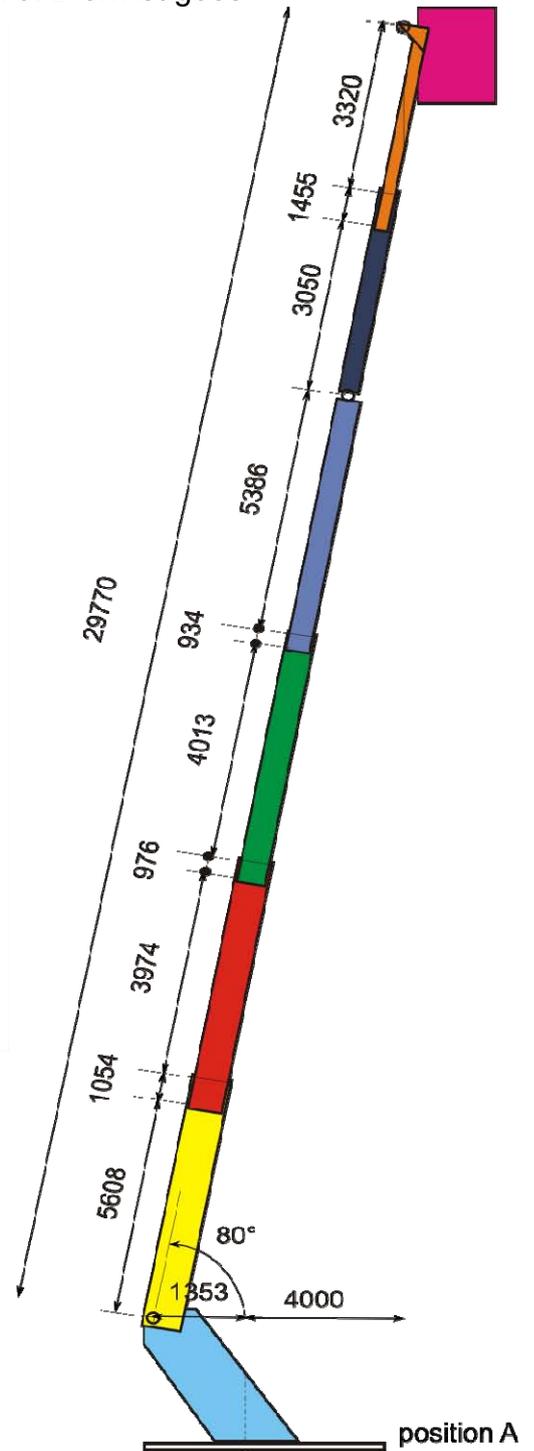
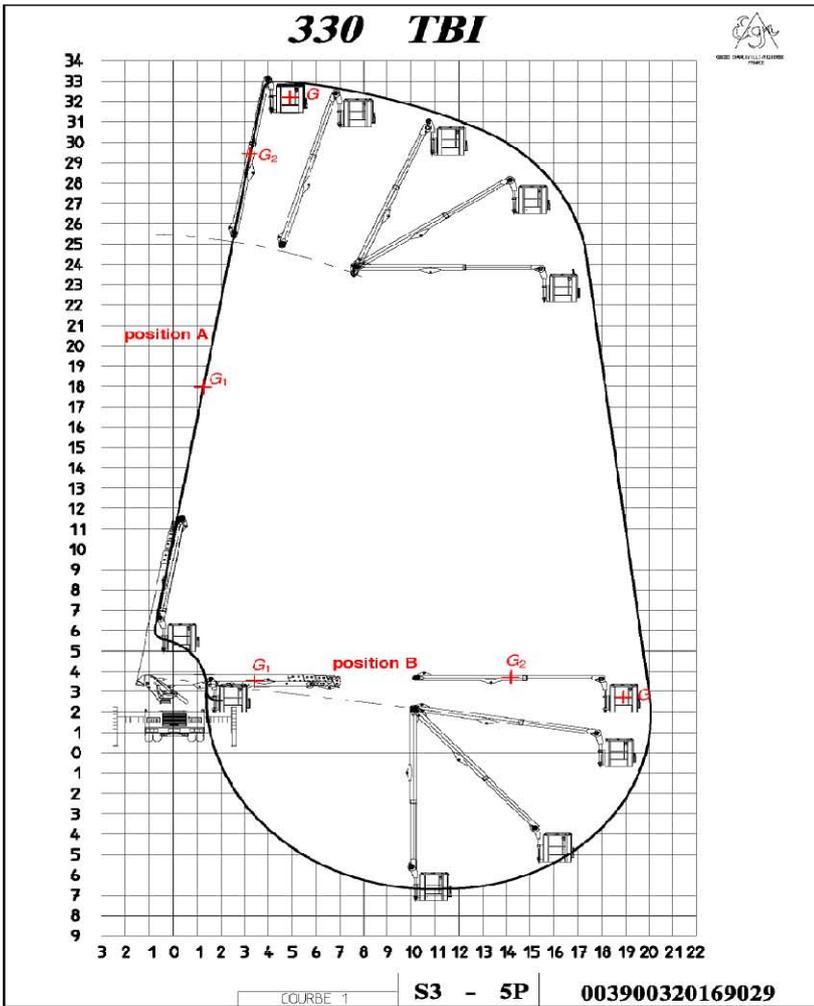
Document Technique DT14 : essai numérique de compression d'un patin en Ertalyte®



Caractéristiques utiles de l'ertalyte

Module d'élasticité : 3700 MPa
 Seuil d'écoulement plastique : 90 MPa
 Facteur de frottement avec acier (à sec) : 0,25-0,35
 Facteur de frottement avec acier (lubrifié) : 0,05-0,12
 Point de fusion : 255°C

Document Technique DT15 : schémas des deux positions A et B envisagées



proportions non respectées

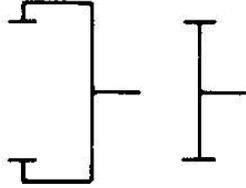
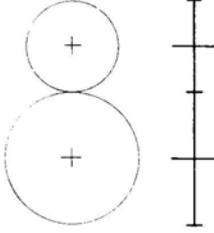
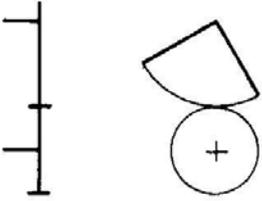
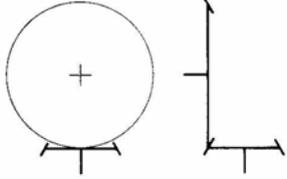
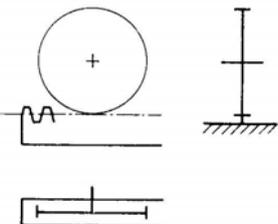
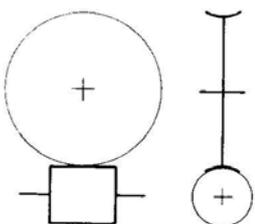
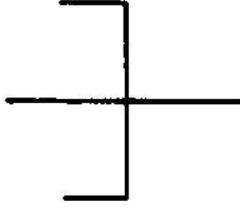
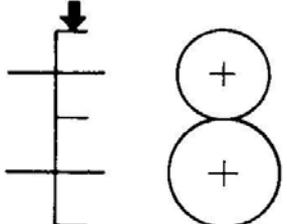
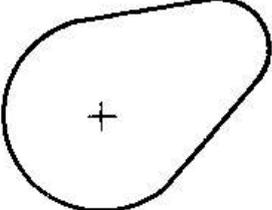
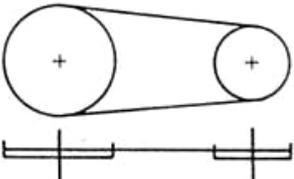
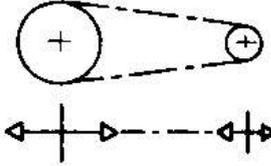
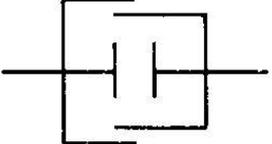
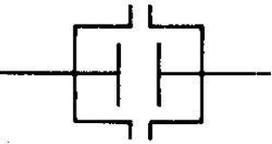
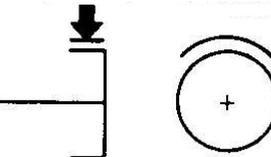
Document Technique DT16 : sections du bras télescopique

Forme seule	sections	1	2	3	Forme et matériau	acier	aluminium	verre/epoxy
aire A (mm ²)		1,101840E+04	1,323820E+04	1,373570E+04	module d'Young E (MPa)	210000	80000	30000
inertie axiale I (mm ⁴)		5,288810E+08	8,016950E+08	8,332480E+08	masse volumique ρ (kg/m ³)	7850	2750	2080
constante de torsion J (mm ⁴)		5,683460E+08	1,249920E+09	1,504560E+09	résistance σ_{lim} (MPa)	690	300	300
distance maxi dm (mm)		2,900000E+02	3,250000E+02	3,850000E+02	$\sqrt{E/\rho}$	5,17	5,39	3,80
module axial $W = I/dm$		1,823728E+06	2,466754E+06	2,164281E+06				
module central $Z = J/dm$		1,959814E+06	3,845908E+06	3,907948E+06				
	sections	1	2	3	sections	1	2	3
		Rigidité			acier	Rigidité		
	<i>flexion</i>				<i>flexion</i>			
nombre phi_f_E		54,74	57,49	55,50	indice M1	0,432	0,443	0,435
	<i>torsion</i>				<i>torsion</i>			
nombre phi_t_E		29,41	44,81	50,11	indice M2	0,317	0,391	0,413
		Résistance				Résistance		
	<i>flexion</i>				<i>flexion</i>			
nombre phi_f_R		11,18	11,48	9,53	indice M3	0,050	0,051	0,045
	<i>torsion</i>				<i>torsion</i>			
nombre phi_t_R		6,01	8,95	8,61	indice M4	0,033	0,043	0,042
					aluminium	Rigidité		
					<i>flexion</i>			
					indice M1	0,761	0,780	0,766
					<i>torsion</i>			
					indice M2	0,558	0,689	0,728
						Résistance		
					<i>flexion</i>			
					indice M3	0,081	0,083	0,073
					<i>torsion</i>			
					indice M4	0,054	0,070	0,068
					verre/epoxy	Rigidité		
					<i>flexion</i>			
					indice M1	0,616	0,631	0,620
					<i>torsion</i>			
					indice M2	0,452	0,557	0,589
						Résistance		
					<i>flexion</i>			
					indice M3	0,108	0,110	0,097
					<i>torsion</i>			
					indice M4	0,071	0,093	0,090

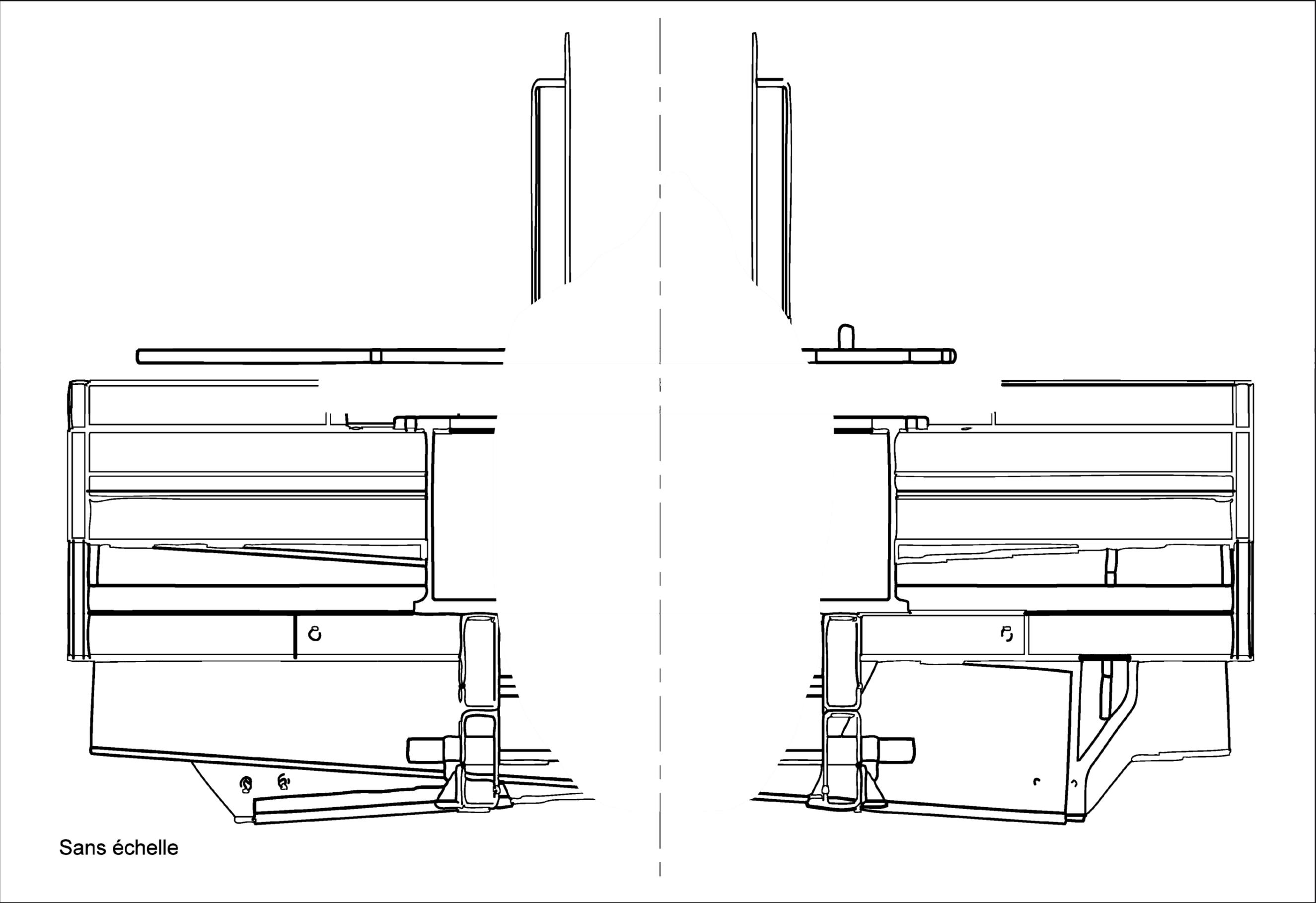
1

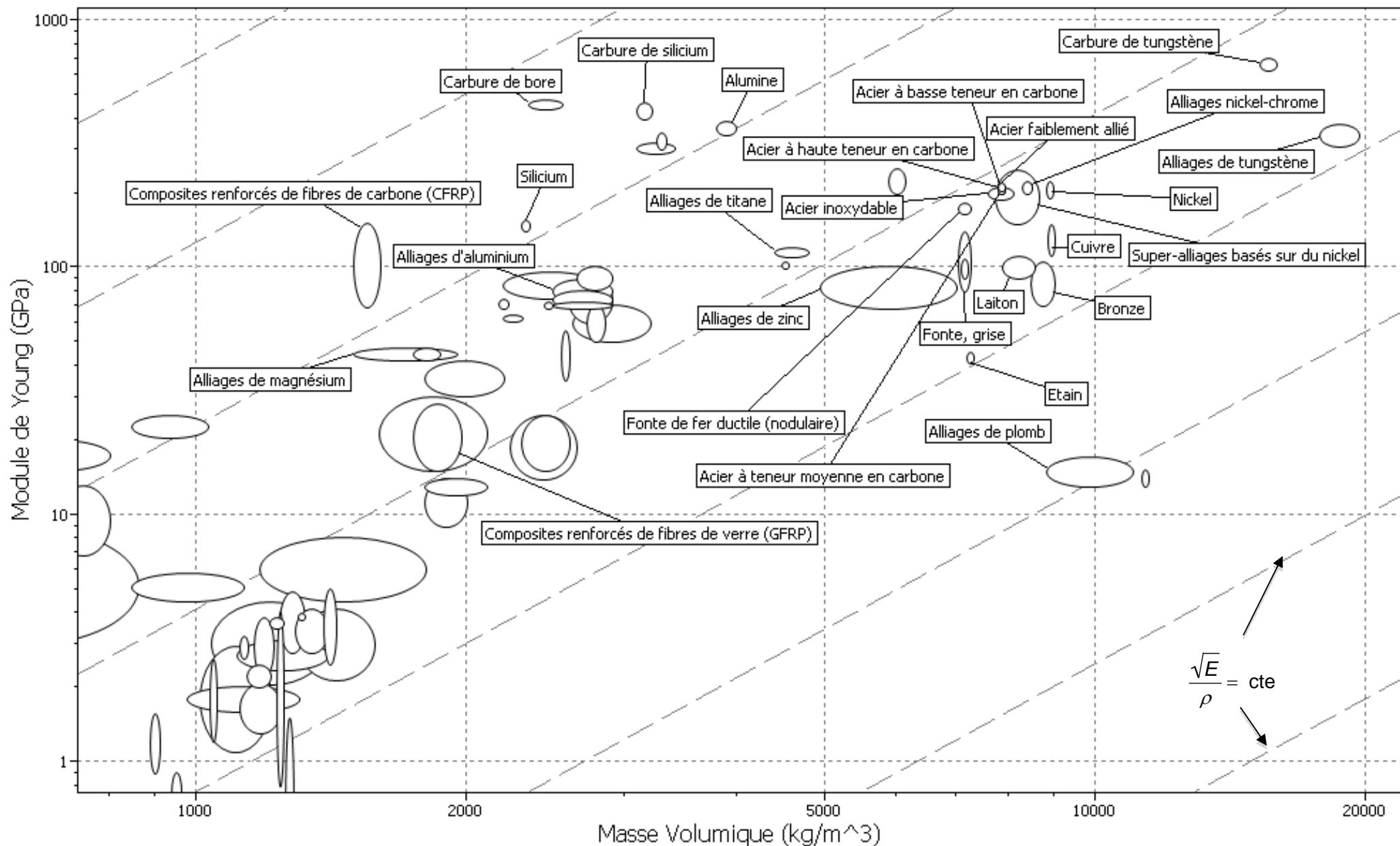
2

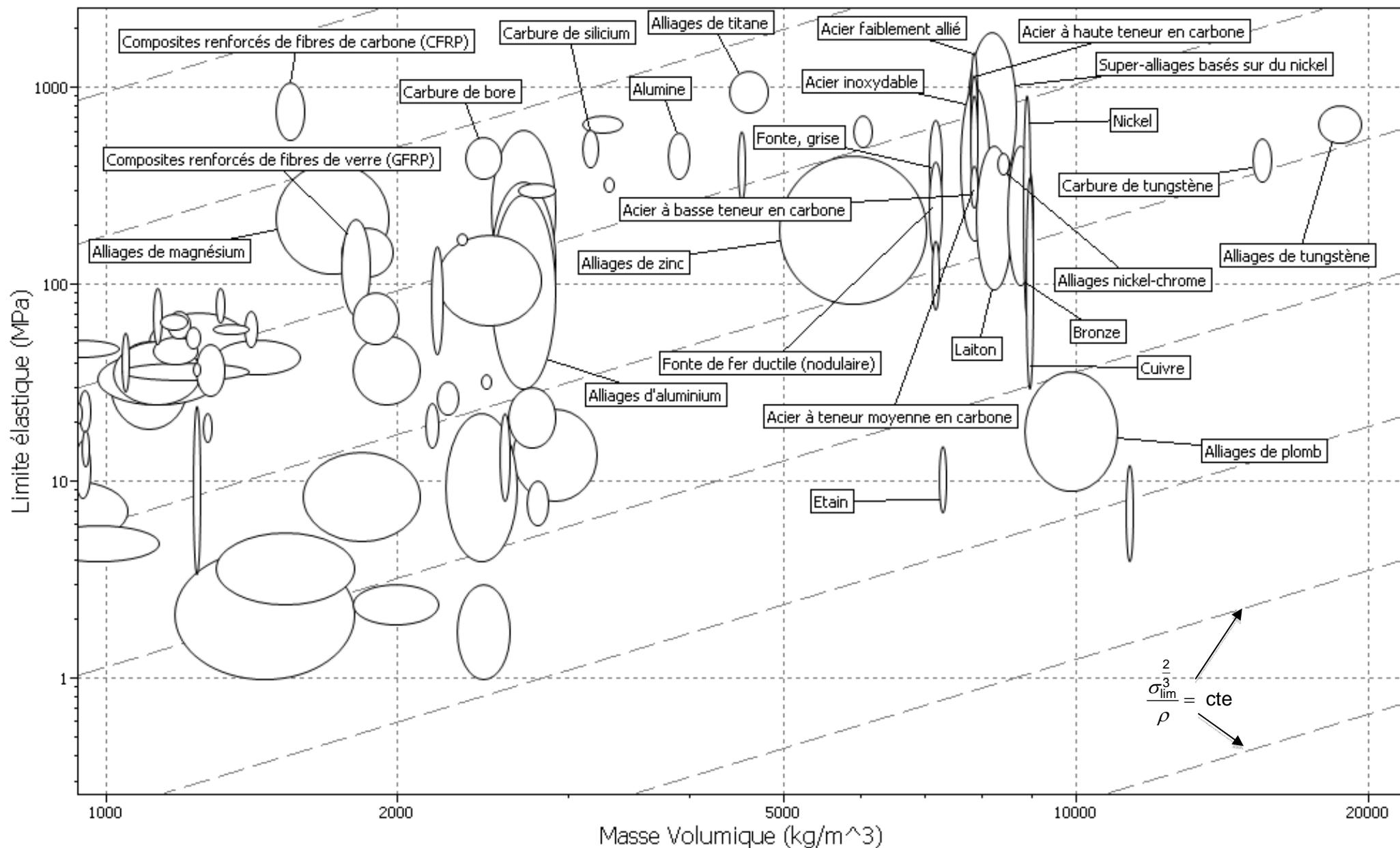
3

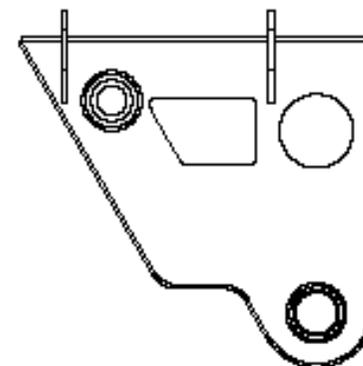
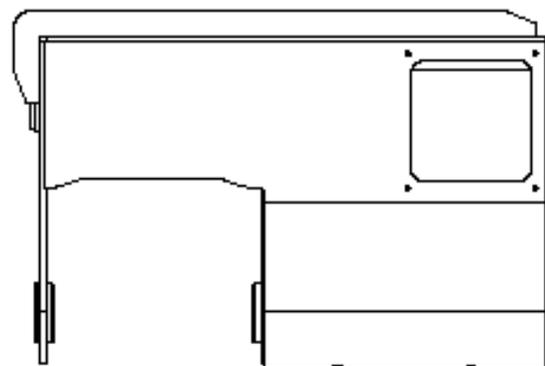
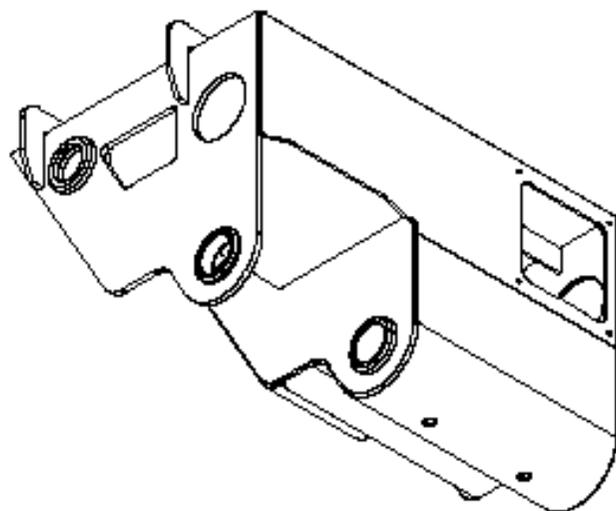
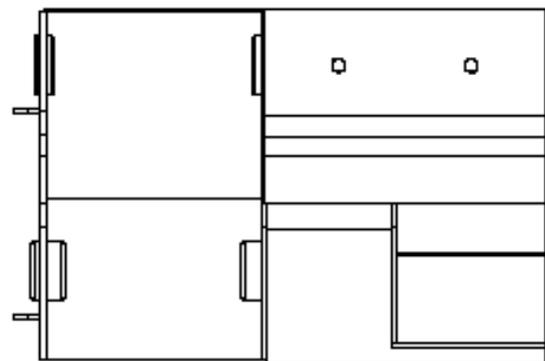
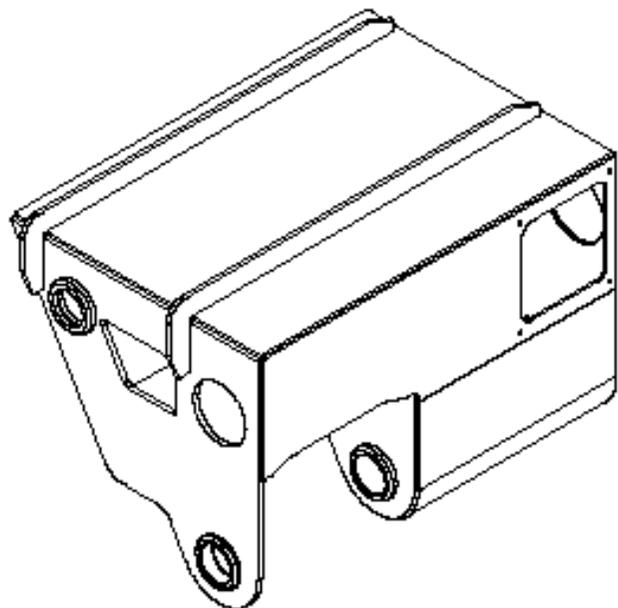
			
Roues dentées cylindriques	Engrenage parallèle	Secteur denté	Engrenage conique
			
Crémaillère	Engrenage à roue tangente creuse	Roue à friction cylindrique	Transmission par friction
			
Came à action radiale	Transmission par courroie	Transmission par chaîne	accouplement
			
Embrayage	Coupleur	Frein	

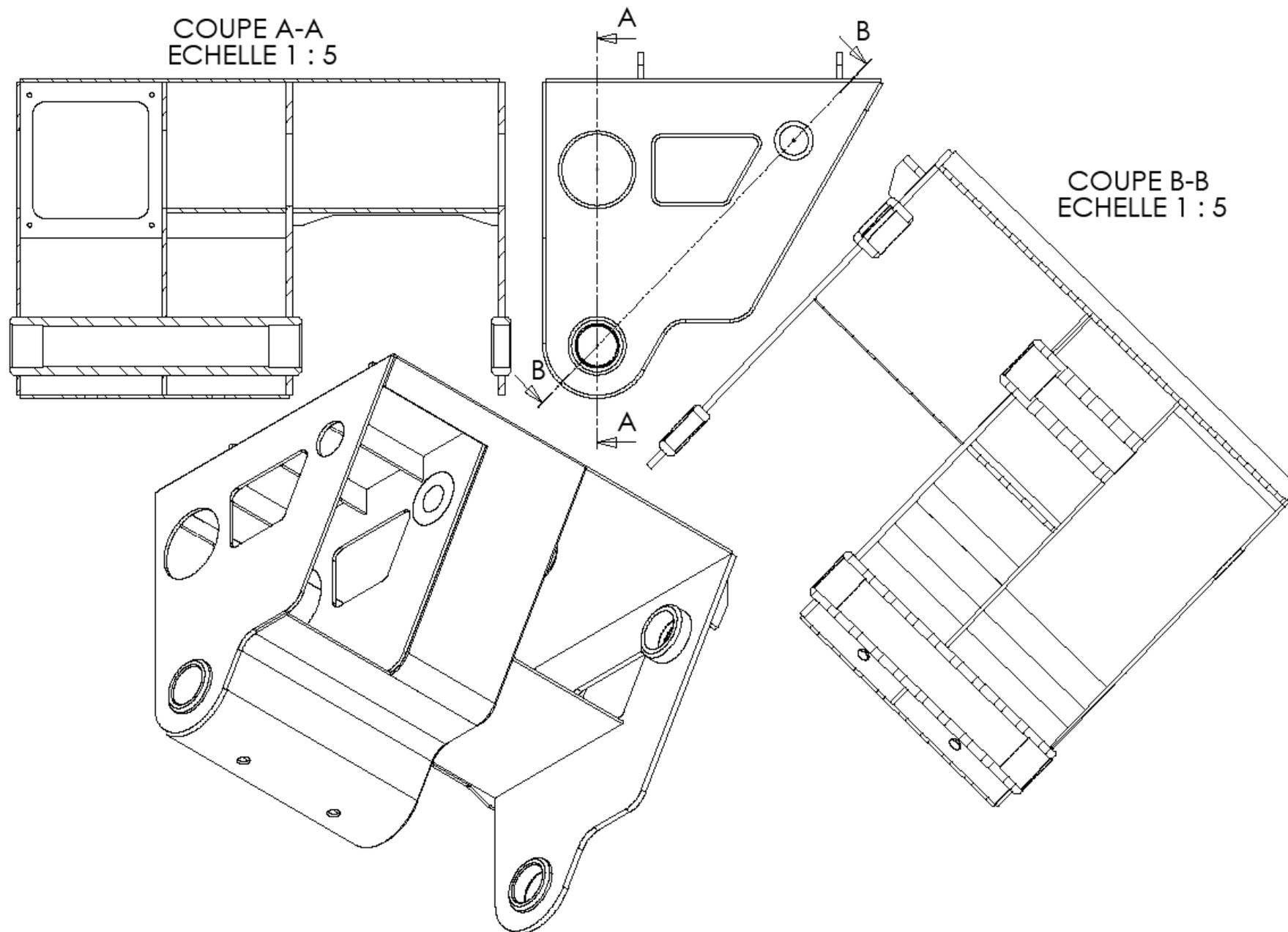
DOSSIER RÉPONSES



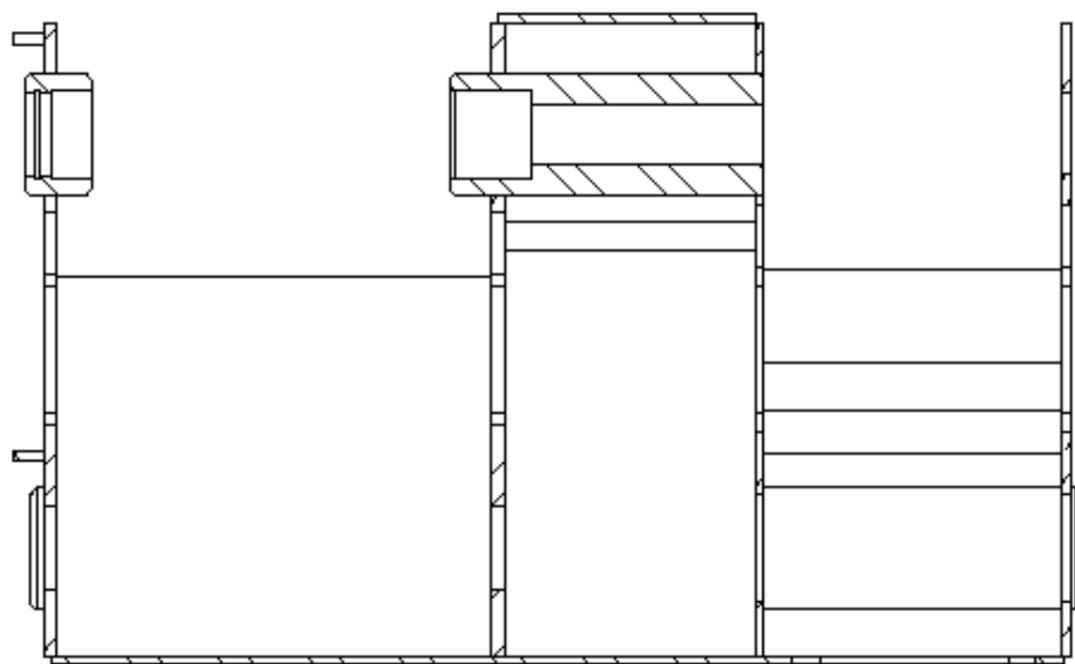
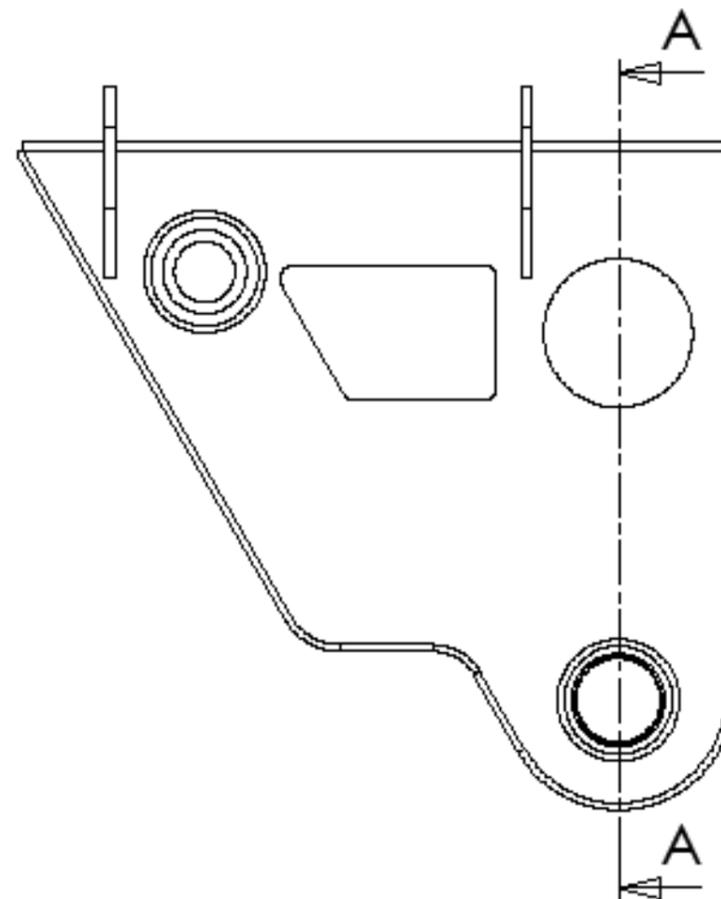
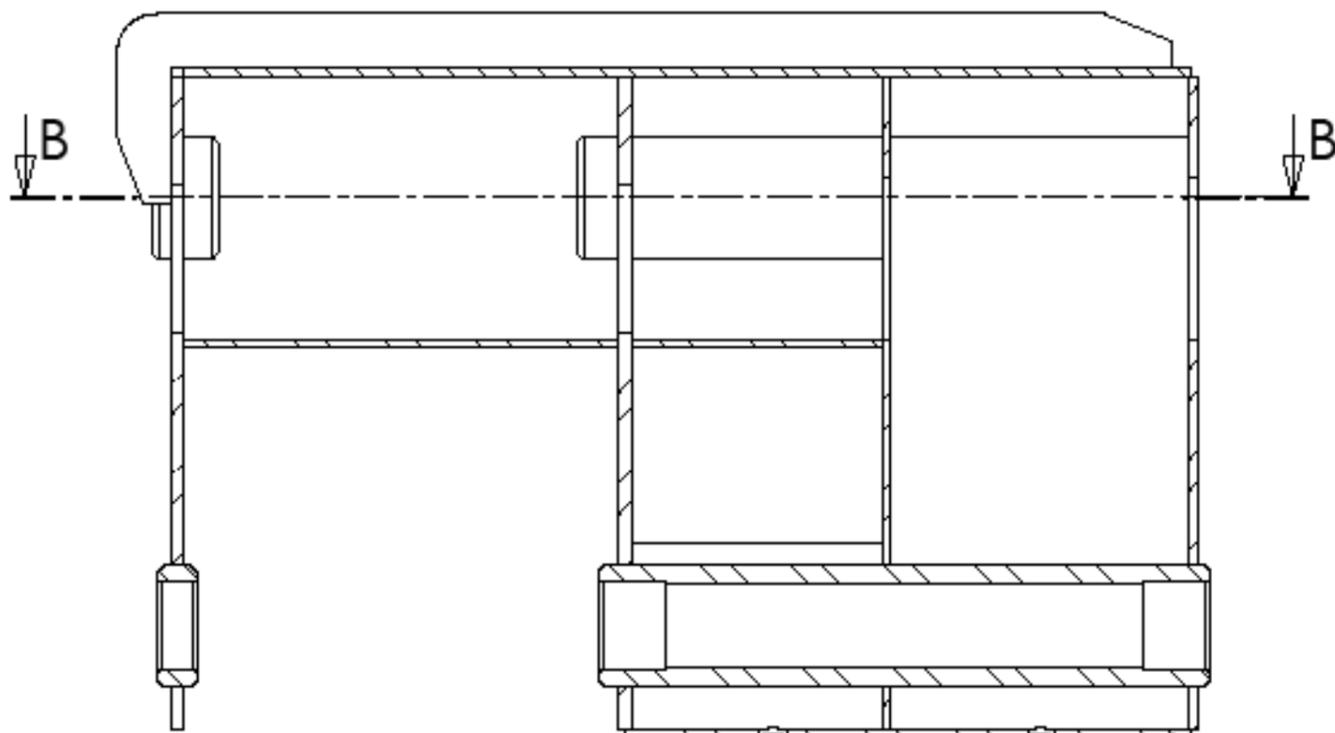




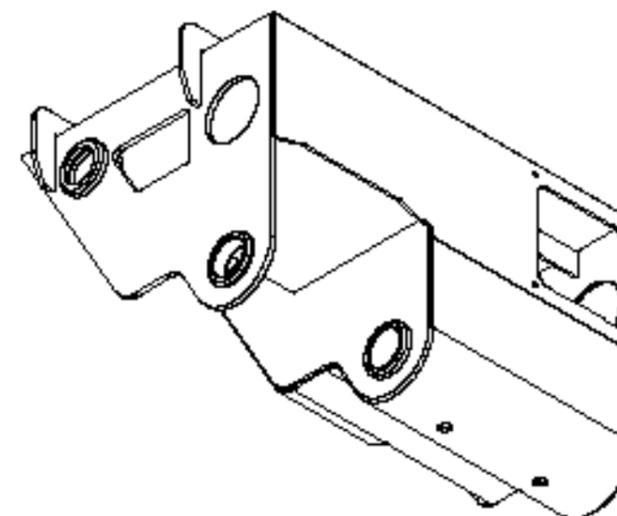




COUPE A-A
ECHELLE 1 : 5



COUPE B-B
ECHELLE 1 : 5



ECHELLE 1 : 10

UNLESS OTHERWISE SPECIFIED: DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS SURFACE FINISH: TOLERANCES: LINEAR: ANGULAR:				FINISH:	DEBUR AND BREAK SHARP EDGES	DO NOT SCALE DRAWING	REVISION
NAME	SIGNATURE	DATE				TITLE:	
DRAWN							
CHEK							
APPVD							
MFG							
QA							
MATERIAL:					TETE 1 coulisseau dessin à coter		A3
WEIGHT:					SCALE:1:1		SHEET 1 OF 1

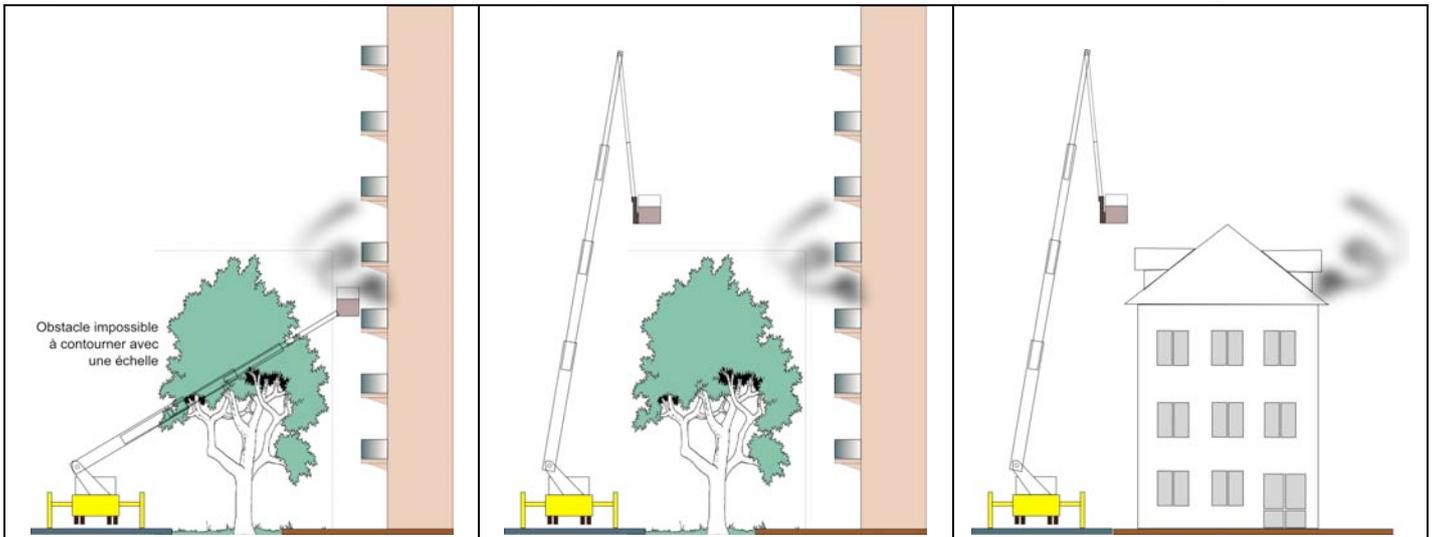
Partie 1 : Analyse globale du bras élévateur aérien

Objectif : construire un argumentaire de choix d'un véhicule de sauvetage.

Question 1

À l'aide du graphique ci-dessus qui représente la portée transversale maximale d'un BEA, présenter plusieurs situations comprenant obstacles (arbre, toit, mur,...) et/ou dangers (lignes électriques...) qui justifient l'utilité d'un tel engin pour atteindre le point d'intervention (balcon d'immeuble, fenêtre de toit...) au plus près.

L'EPA (échelle pivotante automatique) est un engin qui accède au point d'intervention en ligne droite et de ce fait, son emploi peut être compromis par un obstacle (rangée d'arbres). Le BEA (bras élévateur aérien) qui possède une articulation (rotation) supplémentaire peut intervenir dans des cas plus nombreux en enjambant un obstacle pour atteindre le point d'observation, d'attaque du feu ou de sauvetage.



Question 2

Proposer, avec un outil de description adapté, plusieurs exemples d'ordonnancement possible de manœuvre des éléments principaux de BEA (rotation R_t de la tourelle/châssis, élévation R_e et translation T_e du bras télescopique, rotation R_b et translation T_b du bras pendulaire) pour atteindre le point d'intervention depuis le point de fixation de l'engin. En dégager un qui a une durée d'accès court.

Pour accéder au point du sinistre, l'échelior effectue divers mouvements séquentiels (non simultanés). Il y a au moins deux possibilités qui peuvent être décrites comme ci-dessous. Les seules variantes dans les deux ordonnancements sont les étapes 2, 3, 4 et 5. Donc seules les valeurs de durée de ces trois étapes marqueront la différence.

Étant donné les valeurs des caractéristiques cinématiques des mouvements et des distances et angles parcourus, on peut estimer les durées suivantes en utilisant :

$$t = \frac{L}{V} \text{ et } t = \frac{\theta}{\Omega}$$

Considérant que la hauteur de l'obstacle est la même dans les 2 situations (le temps d'accès de l'extrémité du télescope est fixé à X_s), la différence entre les 2 ordonnancements de mouvements est de 13 s environ $[(40 + X) - (27 + X)]$; ce qui représente environ une réduction de 33 %.

On constate que les mouvements de rotation sont pénalisants.

		ordre	Mt	Tps
Séquence 1		1	Re	
		2	Rb	15s
		3	Rt	15s
		4	Te	Xs
		5	Rb	10s
		6	Tb	
Séquence 2		1	Re	
		2	Rt	15s
		3	Te	X+6s
		4	Rb	5s
		5	Te	6s
		6	Tb	

Question 3

Vérifier que la plateforme peut recevoir cinq personnes au point de vue de ses dimensions et au regard de la norme. Proposer, en vous appuyant sur les dessins de nacelle ci-dessus, une configuration défavorable de la charge supportée par la nacelle et définir son modèle global.

On distingue deux types de charges supportées par la nacelle :

- ponctuelle de 90 daN due à une personne embarquée ;
- uniformément répartie sur une surface de 0,5 m² environ (25 % de la surface du plancher de la nacelle de 1 m x 2 m).

Selon la norme, les calculs doivent se faire dans la configuration la plus défavorable. Pour cela, il faut considérer :

- la masse maximale supportée par la nacelle est de 500 daN selon le constructeur de BEA ;
- il y a forcément une personne embarquée, l'échelier ;
- une personne embarquée occupe une surface au sol d'environ 0,3 m² (au minimum dans le cas où la personne est située dans un angle de la nacelle) ou 0,8 m² (au maximum dans le cas où la personne est en plein milieu de la nacelle) ;
- l'équipement portable embarqué, occupant une petite surface au sol, peut représenter donc une charge globale très importante.

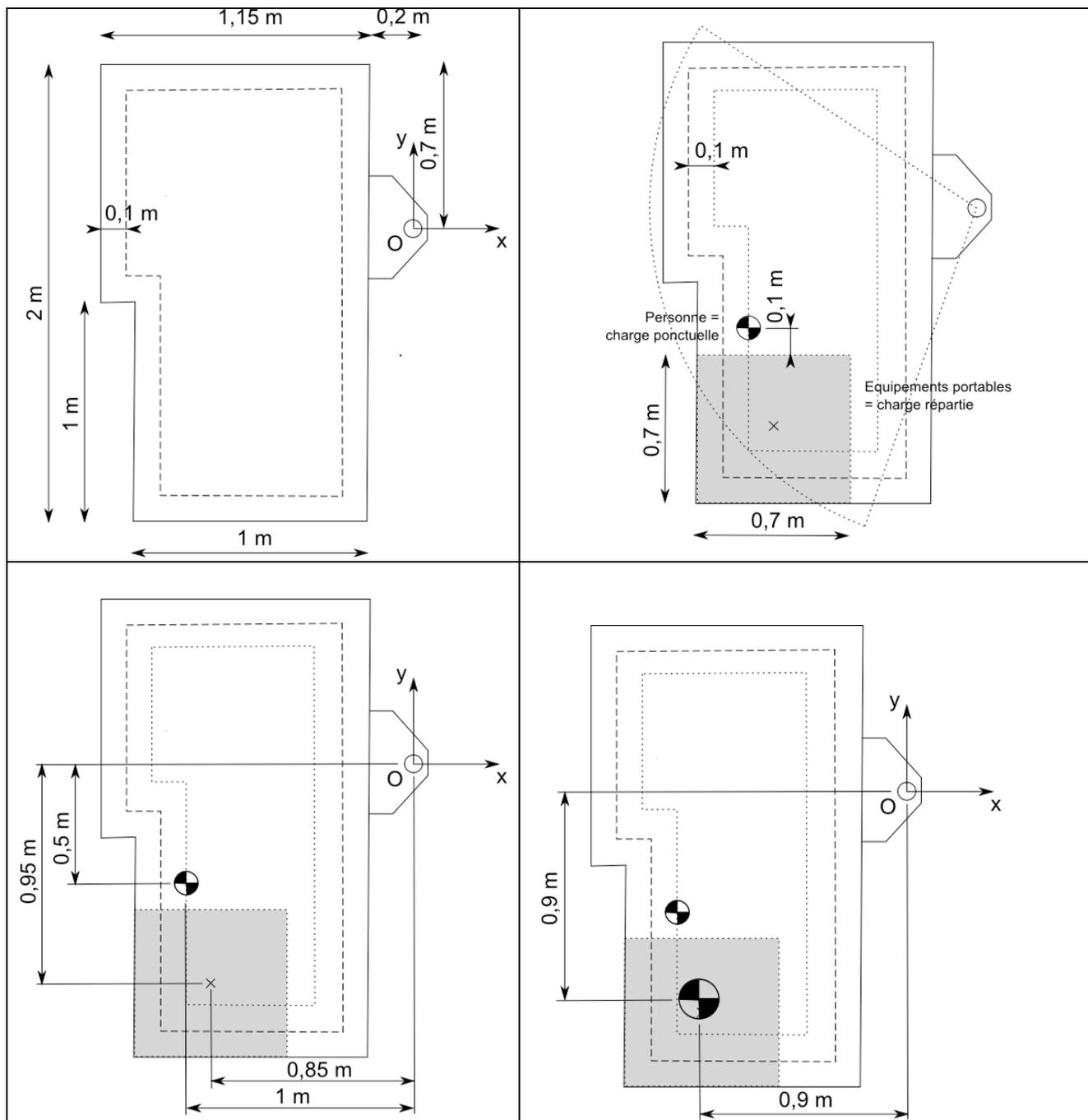
En conclusion, la configuration la plus défavorable sera définie par les charges et leurs points d'application qui devront être les plus éloignés possible de l'axe d'articulation situé en O (voir figure ci-dessous) :

- une seule personne (l'échelier) embarquée de masse de 90 kg placée dans le coin le plus éloigné du point O et proche du poste de commande embarqué ;
- une charge uniformément répartie due à l'équipement portable de 410 daN répartie sur 0,5 m² :

La position (X_c, Y_c) de la charge équivalente C est donnée par la formule du barycentre :

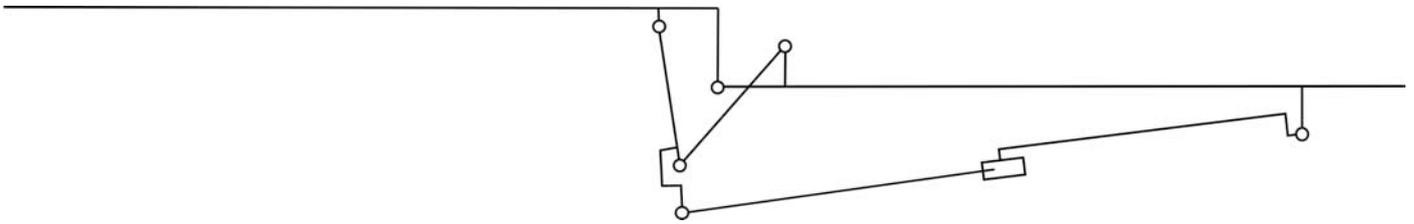
$$X_c = \frac{1}{(M_{Pg} + M_{Eg})} \times (-1 \cdot M_{Pg} - 0,85 \cdot M_{Eg}) ; \text{AN} : X_c = 0,877 \text{ m} \approx 0,9 \text{ m}$$

$$Y_c = \frac{1}{(M_{Pg} + M_{Eg})} \times (-0,5 \cdot M_{Pg} - 0,95 \cdot M_{Eg}) ; \text{AN} ; Y_c = 0,869 \text{ m} \approx 0,9 \text{ m}$$

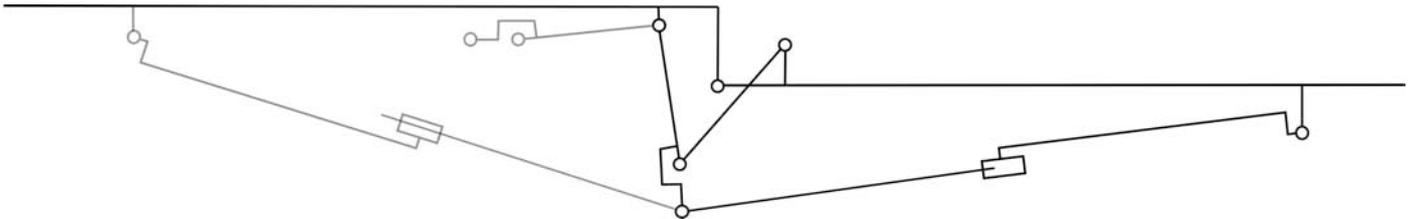


Question 4

Représenter, à l'aide d'un schéma cinématique, la position du bras pendulaire donnée par le débattement maximum et en déduire la longueur utile de la tige du vérin. Représenter sur ce même schéma cinématique un autre vérin dont le point d'ancrage serait fixé sur le dernier élément du télescope et conclure sur l'intérêt et les conséquences d'une telle solution constructive. (Citer le phénomène que l'on peut craindre pour un vérin de cette longueur)



Considérant tout d'abord la position extrême du bras (alignement avec le télescope), le point d'ancrage du fut du vérin est donc connu. Le tracé des trajectoires des points centres des articulations permet de déterminer la position des deux barres du système d'articulation. La position du point d'attache de l'extrémité de la tige du vérin étant alors connue, la longueur du vérin tige sortie peut être déterminée à l'aide de l'indication faite sur la longueur du même vérin tige rentrée.



L'analyse d'une implantation différente d'un vérin identique dont le point d'ancrage serait sur le dernier élément du télescope, amène aux conclusions suivantes :

- la sortie de la tige du vérin est plus faible de X mm ;
- le vérin à implanter alors pourrait être plus court que l'autre de X mm ;
- la longueur du vérin peut être encore optimisée en changeant la position du point d'attache de la tige.

En conclusion, les avantages d'une telle solution constructive sont :

- masse embarquée plus faible ;
- poids du vérin placé plus favorablement dans l'ensemble du système ;
- phénomène de flambage moins contraignant ;
- réduction de la longueur des canalisations pour le circuit énergétique ;
- ...

Les conséquences sont :

- modifier la structure des poutres télescopiques en ouvrant leur section rectangulaire afin de laisser un passage au point d'ancrage de l'extrémité du fut du vérin ;
- ou inverser les éléments du télescope pour pouvoir fixer la chape de l'extrémité du fut du vérin sans changer la géométrie des poutres télescopiques ;
- ...

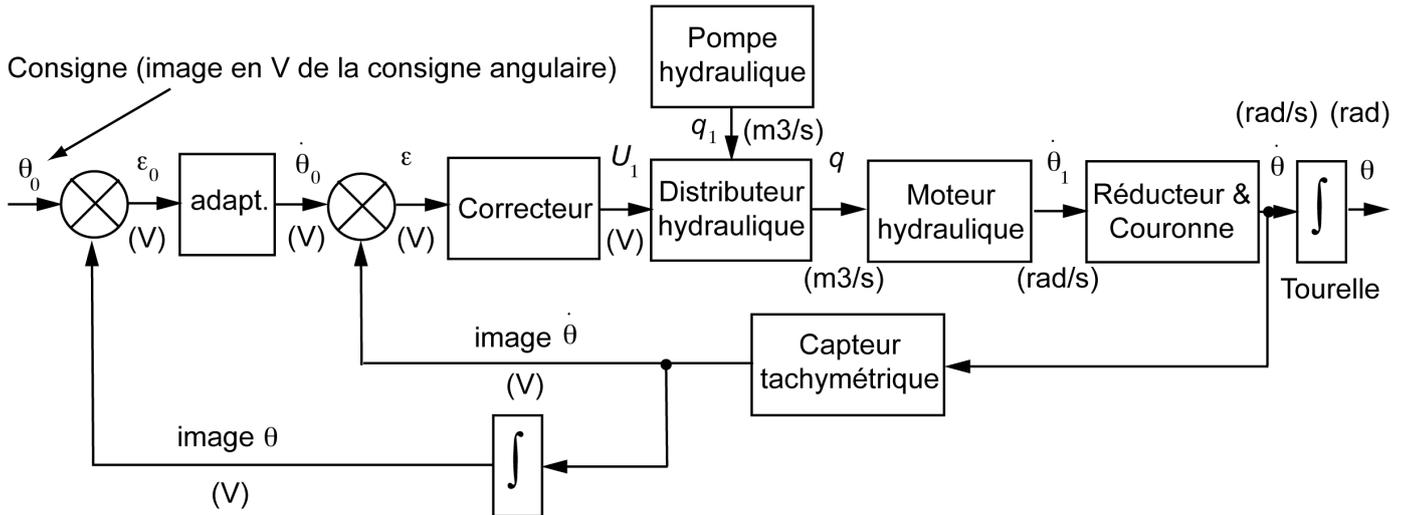
Partie 2 : Analyse et conception de l'orientation de la tourelle

Objectif : choisir l'actionneur hydraulique ; choisir la couronne d'orientation ; réaliser l'interfaçage tourelle/support.

Question 5

Proposer, sous forme de schéma bloc, le principe de la réalisation de ces asservissements. Les blocs seront les noms des solutions technologiques utilisées (voir ci-dessus). Les informations transférées entre les blocs seront indiquées sous forme de paramètres dont la signification et les unités seront précisées.

Le schéma bloc ci-après présente le principe des asservissements de position et de vitesse de la rotation de la tourelle du BEA. La consigne est l'image électrique de la valeur angulaire demandée.



Question 6

À l'aide des éléments présentés ci-dessus, calculer la puissance nécessaire sur l'axe de la tourelle afin de procéder par la suite au choix de l'actionneur. En déduire le couple nécessaire au niveau de l'axe de la tourelle.

Notons $S = \{A, B, C, D\}$ le système étudié et S_i ou S_j un des quatre sous-ensembles **A**, **B**, **C** ou **D**. Afin de déterminer la puissance nécessaire sur l'axe de la tourelle, nous pouvons utiliser le théorème de l'énergie/puissance :

$$\frac{dT(S/R_0)}{dt} = P(\bar{S} \rightarrow S) + P(S_i \leftrightarrow S_j)$$

On a, puisque les sous-ensembles de S n'ont pas de mouvement relatif entre eux,

$$P(\bar{S} \rightarrow S) = \{ \text{vent} \rightarrow S \} \otimes V(S/R_0) + \{ \text{moteur} \rightarrow S \} \otimes V(S/R_0) + \underbrace{\{ \text{pesanteur} \rightarrow S \} \otimes V(S/R_0)}_{=0}$$

De plus, d'après la définition d'une liaison parfaite, la puissance des actions réciproques dans les liaisons est nulle pour tous les mouvements laissés libres. On a donc ici

$$P(S_i \leftrightarrow S_j) = 0, \quad \forall (i, j)$$

Calculons les énergies cinétiques des différents éléments de S . On a

$$T(S/R_0) = T(A/R_0) + T(B/R_0) + T(C/R_0) + T(D/R_0)$$

avec

$$2T(X/R_0) = \underbrace{m_X \vec{v}^2(G_X/R_0)}_{m_X y_X^2 \dot{\theta}^2} + \underbrace{\vec{\omega}(X/R_0) \cdot I(G_X, X) \vec{\omega}(X/R_0)}_{C_X \dot{\theta}^2}, \quad X = A, B, C \text{ ou } D$$

y_X étant l'ordonnée du centre d'inertie G_X et C_X l'élément (3,3) de la matrice d'inertie de X .

L'application du théorème de l'énergie/puissance donne donc :

$$P(\text{moteur} \rightarrow S) = \sum_X [(m_X y_X^2 + C_X) \dot{\theta} \ddot{\theta}] + P(\text{vent} \rightarrow S)$$

$$\text{avec } P(\text{vent} \rightarrow S) = \int_{\text{surface}} \vec{p}(M) \cdot \vec{v}(M/R_0) dS = \vec{v}(G/R_0) \cdot \int_{\text{surface}} \vec{p}(M) dS + \underbrace{\vec{\omega}(S/R_0) \cdot \int_{\text{surface}} \vec{GM} \wedge \vec{p}(M) dS}_{=0}$$

Numériquement

Puissances	Valeurs numériques
Solide A	$(1550 \times 0,152^2 + 603) \frac{2\pi}{60} \frac{2\pi}{60 \times 3} = 2,33 \text{ W}$
Solide B	$(2650 \times 4,247^2 + 13346) \frac{2\pi}{60} \frac{2\pi}{60 \times 3} = 223,5 \text{ W}$
Solide C	$(525 \times 14,699^2 + 2842) \frac{2\pi}{60} \frac{2\pi}{60 \times 3} = 425 \text{ W}$
Solide D	$(825 \times 18,56^2 + 347) \frac{2\pi}{60} \frac{2\pi}{60 \times 3} = 1040,1 \text{ W}$
Action du vent	$100(1 \times 1,3 \times 0,5 + 18 \times 0,5 \times 10 + 1 \times 1,1 \times 19,5) \times \frac{2\pi}{60} = 1173,9 \text{ W}$
Total	2865 W

On en déduit la valeur du couple nécessaire sur l'axe pour le taux de rotation $\dot{\theta} = \frac{2\pi}{60} \approx 0,105 \text{ rad/s}$

$$C_{\text{axe}} = \frac{P(\vec{S} \rightarrow S)}{\dot{\theta}} = \frac{2865}{0,105} = 27,29 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Limites dues aux éléments de la chaîne d'énergie de l'actionneur hydraulique en régime établi

Limites dues au distributeur hydraulique

Question 7

Déterminer, pour une valeur de U imposée, la valeur de la pression différentielle pour laquelle la puissance transmissible par le distributeur est maximale. En déduire la puissance maximale théorique transmissible par le distributeur pour $U = U_0$. Vérifier que celle-ci peut être atteinte par le préactionneur choisi.

La puissance transmissible par le distributeur est définie par

$$P_{\text{distributeur}} = \Delta p \times q = \Delta p \times \frac{q_0}{\sqrt{p_0}} \frac{U}{U_0} \sqrt{p_u - \Delta p \text{sgn}(U)}$$

La pression différentielle pour laquelle la puissance transmissible par le distributeur est maximale est alors obtenue par

$$\frac{dP_{\text{distributeur}}}{d\Delta p} = \frac{q_0}{\sqrt{p_0}} \frac{U}{U_0} \sqrt{p_u - \Delta p \operatorname{sgn}(U)} + \Delta p \times \frac{-\operatorname{sgn}(U) \frac{q_0}{\sqrt{p_0}} \frac{U}{U_0}}{2\sqrt{p_u - \Delta p \operatorname{sgn}(U)}} = 0$$

Le calcul donne alors

$$\Delta p = \frac{2}{3} p_u$$

On en déduit la puissance maximale théorique transmissible par le distributeur

$$P_{\max} = \frac{2q_0}{3\sqrt{3p_0}} p_u^{\frac{3}{2}}$$

Numériquement, on trouve

$$P_{\max} = \frac{2 \times \frac{90 \times 10^{-3}}{60}}{3\sqrt{3 \times 130 \times 10^5}} \times (315 \times 10^5)^{\frac{3}{2}} = 27,64 \text{ kW}$$

pour

$$\Delta p = \frac{2}{3} \times 315 = 210 \text{ bar}$$

Pour cette valeur, le débit théorique vaut

$$q = 90 \frac{\sqrt{(315 - 210)}}{\sqrt{130}} = 80,9 \text{ L/min}$$

La courbe (q, p) du distributeur définit la zone de son utilisation. Le point $(80,9 ; 210)$ est bien situé dans cette zone.

Question 8

Proposer une définition du rendement du distributeur et donner sa valeur numérique pour la puissance maximale transmissible par le distributeur.

Le rendement du distributeur est défini par $\eta_d = \frac{P_{\text{sortie}}}{P_{\text{entrée}}} = \frac{\Delta p \times q}{p_u \times q} = \frac{\Delta p}{p_u}$. Sa valeur numérique vaut ici, pour la puissance maximale transmissible

$$\eta_d = \frac{\Delta p}{p_u} = 66\%$$

Nous supposons que le rendement du distributeur est constant et égal à $\eta_d = 66\%$.

Limites dues au moteur hydraulique et au réducteur – vérification de la pompe

Question 9

Indiquer des ordres de grandeur pour les rendements suivants : couronne, réducteur épicycloïdal, mécanique d'une pompe hydraulique, volumétrique d'une pompe hydraulique. En déduire la valeur de l'ordre de grandeur de la puissance nécessaire à l'entrée de la pompe. Vérifier à l'aide du Document Technique DT3 que le modèle utilisé est convenable du point de la puissance disponible.

Proposons des ordres de grandeur pour les rendements des éléments considérés

	η
Couronne	97 %
Réducteur	96 %
Pompe hydraulique (mécanique)	80 %
Pompe hydraulique (hydraulique)	90 %

Le rendement de la chaîne de transmission vaut donc $\eta_g = 66 \times 97 \times 96 \times 80 \times 90 = 44\%$

La puissance nécessaire à l'entrée de la pompe peut être évaluée à

$$P_{\text{entrée pompe}} = \frac{P(\bar{S} \rightarrow S)}{\eta_g} = \frac{2865}{0,44} \approx 6500 \text{ W}$$

La pompe HYDRO-LEDUC TXV 120 présente les caractéristiques maximales suivantes :

$$C_{\text{max}} = 680 \text{ Nm et } N_{\text{max}} = 2100 \text{ tr/min}$$

La puissance maximale, pour ces valeurs, vaut : $P_{\text{max}} = 680 \times \frac{\pi \times 2100}{30} \approx 150 \text{ kW}$.

La puissance disponible à la pompe est donc plus de vingt fois celle nécessaire pour entraîner le BEA avec les contraintes proposées.

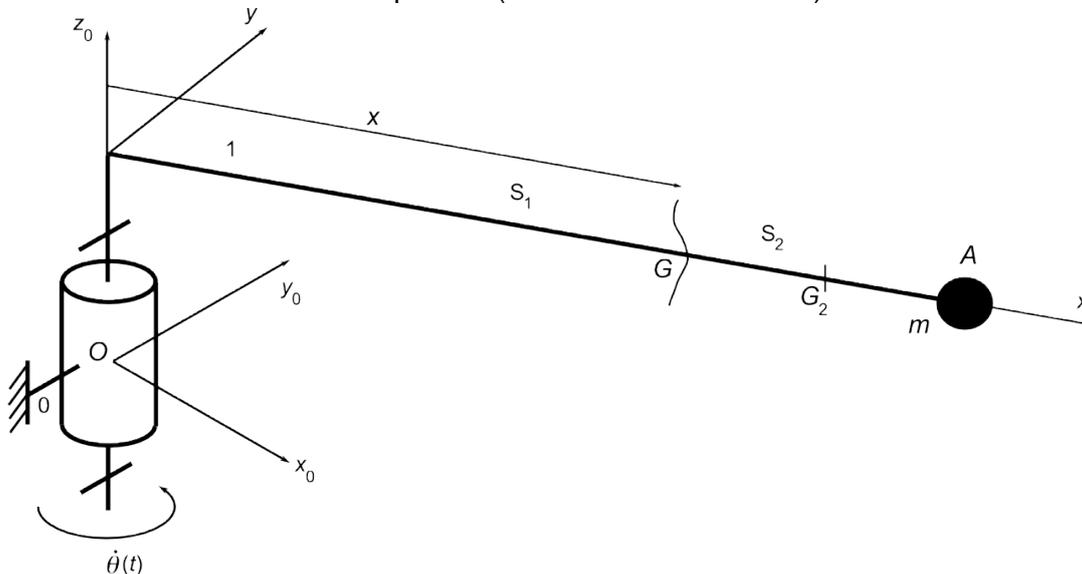
Arrêt de l'orientation du bras élévateur aérien

Effet des vibrations du bras pendant la phase d'arrêt de la rotation de la tourelle

Question 10

Proposer un modèle simple pour étudier le comportement du bras télescopique pendant la phase d'arrêt de la tourelle. Un schéma sera précisé ainsi que toutes les hypothèses de calcul et la mise en équations. **Il ne vous est pas demandé de les résoudre.**

Il est possible de modéliser le BEA par une poutre longue (modèle de Bernoulli) de longueur L à masse distribuée (masse linéique μ) sur laquelle est positionnée en bout une masse ponctuelle correspondant à la nacelle chargée. La section est supposée constante de type rectangulaire creuse d'aire A . Cette poutre est en liaison pivot à l'autre extrémité avec le porteur (voir schéma ci-dessous).



Notons 0 le porteur et 1 le BEA. Les actions mécaniques extérieures à la poutre sont :

- Action de liaison : $\{0 \rightarrow 1\}$
- Action de la pesanteur sur 1 modélisée localement par $\vec{p}(x) = -\mu g \vec{z}_0$
- Action de la pesanteur sur la nacelle : $\{\text{pesanteur} \rightarrow \text{nacelle}\} = \underset{A}{\{-mg \vec{z}_0, 0\}}$

En isolant la partie aval d'une coupure à l'abscisse x de la poutre 1, l'application du Principe Fondamental de la Dynamique donne localement

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \vec{R}(x,t)}{\partial x} + \vec{p}(x) = \mu \vec{a}(x,t) \\ \frac{\partial \vec{M}(x,t)}{\partial x} + \vec{x} \wedge \vec{R}(x,t) + \vec{\gamma}(x,t) = \underbrace{\mu I(x)}_{\substack{\text{négligeable} \\ \text{pour une poutre} \\ \text{de Bernoulli}}} \frac{\partial^2 \vec{\theta}(x,t)}{\partial t^2} \end{array} \right.$$

Pour ne prendre en compte que la flexion autour de l'axe (O, \vec{z}_0) , nous projetons l'équation de moment suivant cet axe et l'équation de la résultante suivant (O, \vec{y}) . On obtient ici

$$\frac{\partial M_z}{\partial x} - T_y = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial T_y(x)}{\partial x} = \mu A \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}$$

L'équation de la déformée de la poutre est donnée par $M_z = EI_z \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2}$

L'équation de liaison cinématique (hypothèse de Bernoulli) s'écrit $\frac{\partial v(x)}{\partial x} = \theta(x)$

L'équation de mouvement devient alors

$$EI_z \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + \mu A \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = 0$$

Ordre de grandeur de la fréquence fondamentale des vibrations : 1 Hz

Amplitude des vibrations associées : 0,4 m

Question 11

Analyser et commenter ce résultat. Le cas échéant, si une évolution est envisagée, la présenter succinctement

La fréquence fondamentale des vibrations est faible (vibration mécanique). Remarquons que la fréquence de rotation du BEA est 60 fois plus faible $\left(f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{60} \text{ Hz} \right)$: pas de risque d'entrée en résonance entre ces deux vibrations. La souplesse du bras expose l'extrémité à une amplitude de 80 cm, ce qui est loin d'être négligeable. Il serait envisageable d'augmenter la rigidité du bras en choisissant une section permettant un accroissement de l'inertie.

Effet de l'anti rebond présent dans le circuit hydraulique d'orientation de la tourelle

Question 12

Expliquer le fonctionnement du système anti rebond et en quoi il réalise la fonction souhaitée pour l'ensemble de la tourelle.

- phase 1 : phase neutre en situation de repos (les branches A et B communiquent) ;
- phase 2 : phase d'alimentation de l'orientation (1 branche HP, 1 branche BP). Les branches sont isolées ;
- phase 3 : phase d'arrêt du mouvement (1 branche HP, 1 branche BP, les branches viennent de s'inverser). Les branches demeurent isolées ;
- phase 4 : instant d'arrêt tourelle (2 branches qui communiquent et sont à pression identique).

En l'absence de ce système, la tourelle aurait tendance à rebondir, car la branche qui dissipe la puissance hydraulique, au moment de l'arrêt conserverait le niveau de pression défini par les limiteurs de pression. Ce niveau de pression tendrait à ce moment à faire partir la tourelle en sens inverse. Cela aurait pour conséquence une moindre précision et un moindre confort.

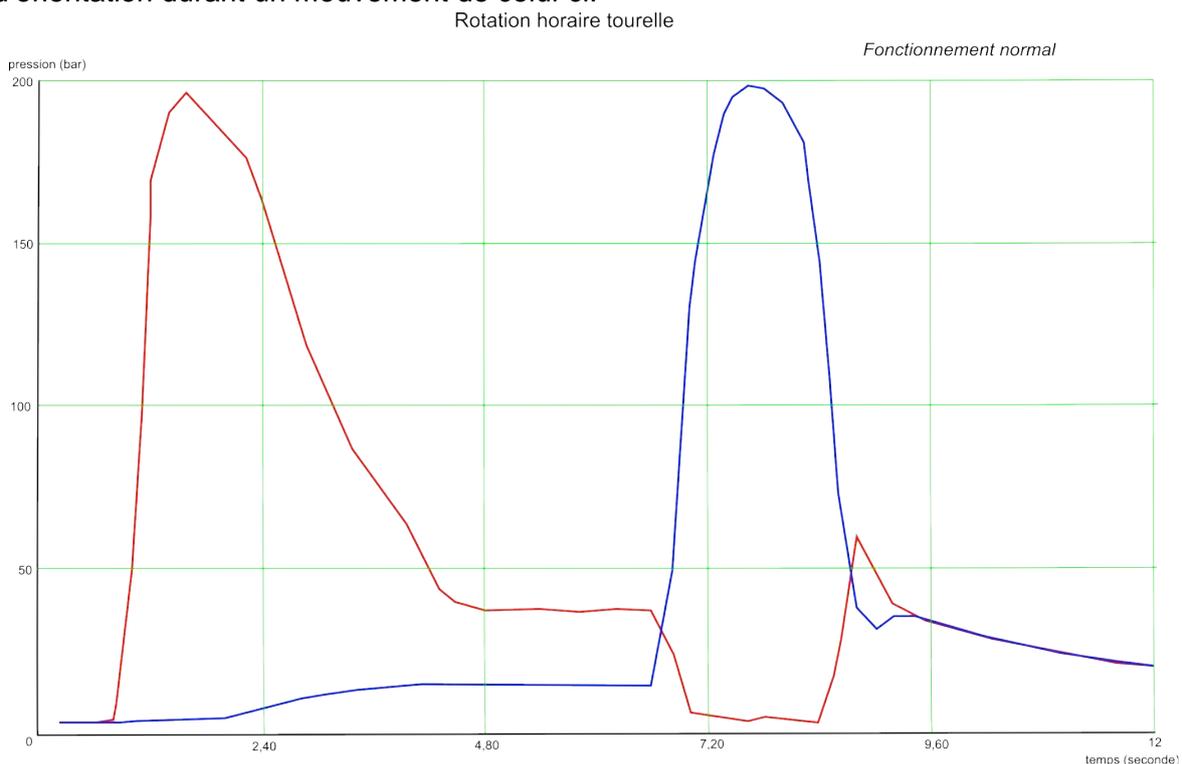
Rôle des valves anti rebond : au moment de l'arrêt de la tourelle, le débit s'annule et l'ultime montée en pression se manifeste. Or, au moment de l'arrêt, les valves anti rebond sont ouvertes, la pression maintenue dans la branche de puissance est écroulée et, faute de débit, elle ne pourra se recréer. On vient donc d'éviter une situation de rebond.

S'il y a eu situation de rebond, les branches de puissance ont inversé leur pression et le processus se réitère, jusqu'à annulation de tout mouvement et toute pression. Grâce à ces valves anti rebond, la pression ultime de la branche de puissance, au moment de l'arrêt de la tourelle, s'égalise et s'annule avec celle de la branche opposée au travers d'une fuite calibrée minime.

Question 13

Expliquer en quoi le phénomène de rebond est annihilé par le système des deux valves. Expliquer ensuite pourquoi dans le sens antihoraire (défaut) le phénomène de rebond apparaît.

Les 2 courbes (rouge et bleue) sont celles de la pression dans les 2 branches de puissance alimentant le moteur d'orientation durant un mouvement de celui-ci.



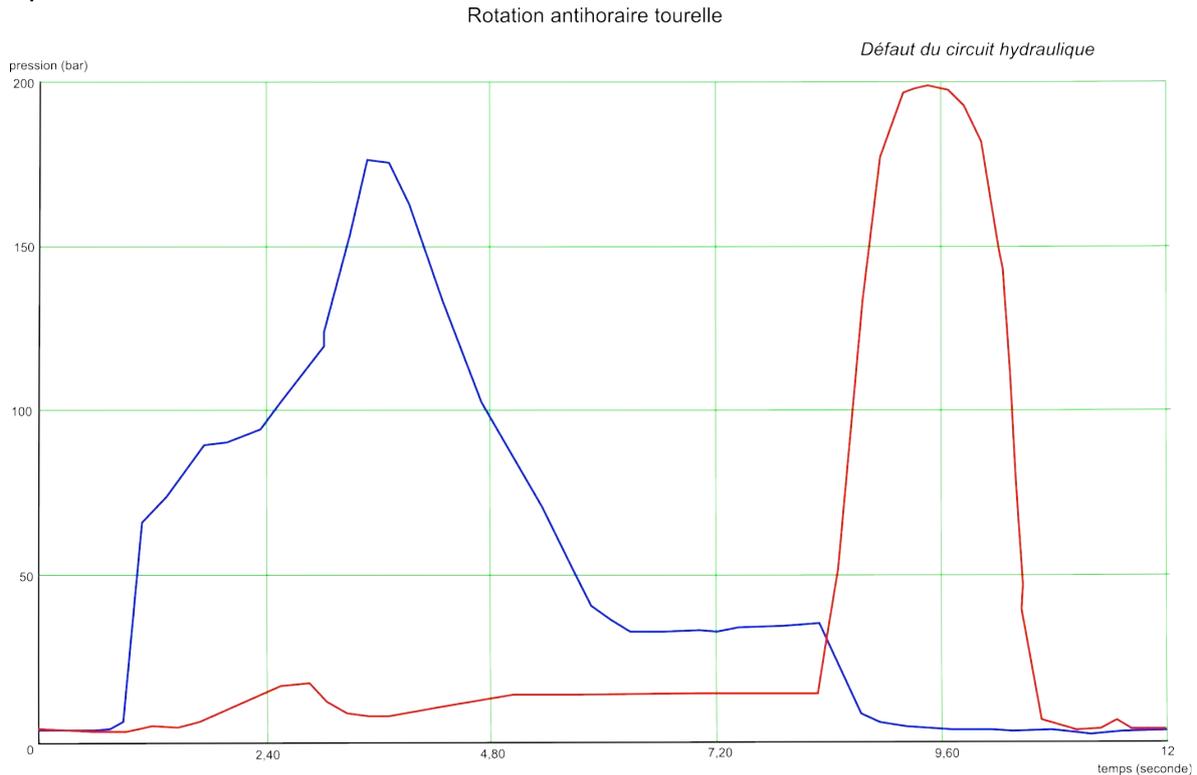
La phase accélération initiale de la tourelle a lieu pour $1 \text{ s} \leq t \leq 4 \text{ s}$. Le niveau de pression sur la branche BP est porté à une valeur constante (car débit établi), en raison de la perte de charge au travers du distributeur sur la ligne de retour. Le mouvement d'orientation entre en régime permanent pour $4 \text{ s} \leq t \leq 7 \text{ s}$. Une pression d'environ 40 bar est suffisante à assurer le mouvement permanent.

À $t = 7 \text{ s}$, la commande du mouvement cesse brutalement. Les pressions s'inversent et la nouvelle HP peut très rapidement atteindre environ 200 bar (seuil d'ouverture des limiteurs de pression).

Au moment de l'arrêt de la tourelle, à $t = 8,5 \text{ s}$ environ, la pression HP décroît rapidement, alors que la pression BP va augmenter pour rejoindre ce même niveau de pression (environ 25 bar). On voit très clairement l'action des valves anti rebond qui établissent la communication entre branches.

Par la suite, après $t = 9,5 \text{ s}$, les 2 branches sont à pression strictement identique.

Un relevé a été effectué sur le BEA dans l'autre sens de rotation, qui manifestait un défaut de rebond. En effet, uniquement dans un sens de rotation, au moment de l'arrêt, la tourelle était renvoyée dans le sens opposé à petite vitesse.



Au moment de l'arrêt, la pression brutalement retombe à 0, c'est-à-dire au niveau de la branche opposée. Il n'y a aucun transfert vers la branche opposée et le phénomène de rebond n'est pas annihilé.

Analyse et conception de l'installation de la tourelle sur le support

Actions mécaniques transmises par la tourelle au porteur

Question 14

Afin de valider le choix de la couronne d'orientation en phase statique, déterminer le torseur des actions mécaniques au niveau de la liaison entre la tourelle et le faux châssis dans la position B du Document Technique DT2. On ne prendra en compte que les éléments utiles du Tableau 1 (ci-avant). L'action du vent n'est pas considérée ici.

Les actions mécaniques à prendre en compte sont les actions de la pesanteur sur les éléments identifiés dans le Tableau 1

$$\{\text{pesanteur} \rightarrow \mathbf{A}\}_{G_A} = \{-m_A g \vec{z}_0, 0\}$$

$$\{\text{pesanteur} \rightarrow \mathbf{B}\}_{G_B} = \{-m_B g \vec{z}_0, 0\}$$

$$\{\text{pesanteur} \rightarrow \mathbf{C}\}_{G_C} = \{-m_C g \vec{z}_0, 0\}$$

$$\{\text{pesanteur} \rightarrow \mathbf{D}\}_{G_D} = \{-m_D g \vec{z}_0, 0\}$$

$$\{\text{porteur} \rightarrow \text{tourelle}\}_O = \{\vec{R}, \vec{M}(O)\}$$

L'application du Principe Fondamental de la Statique en O , centre de la liaison pivot entre le bras et le porteur, donne

$${}_O \left\{ \vec{R} - (m_A + m_B + m_C + m_D) g \vec{z}_0, \vec{M}(O) + \vec{OG}_A \wedge -m_A g \vec{z}_0 + \vec{OG}_B \wedge -m_B g \vec{z}_0 + \vec{OG}_C \wedge -m_C g \vec{z}_0 + \vec{OG}_D \wedge -m_D g \vec{z}_0 \right\} = 0$$

Numériquement, on obtient

$$\{\text{porteur} \rightarrow \text{tourelle}\}_O = \{54445 \vec{z}_0, -334010 \vec{x}\} \text{ unités SI}$$

Choix de la couronne d'orientation

Question 15

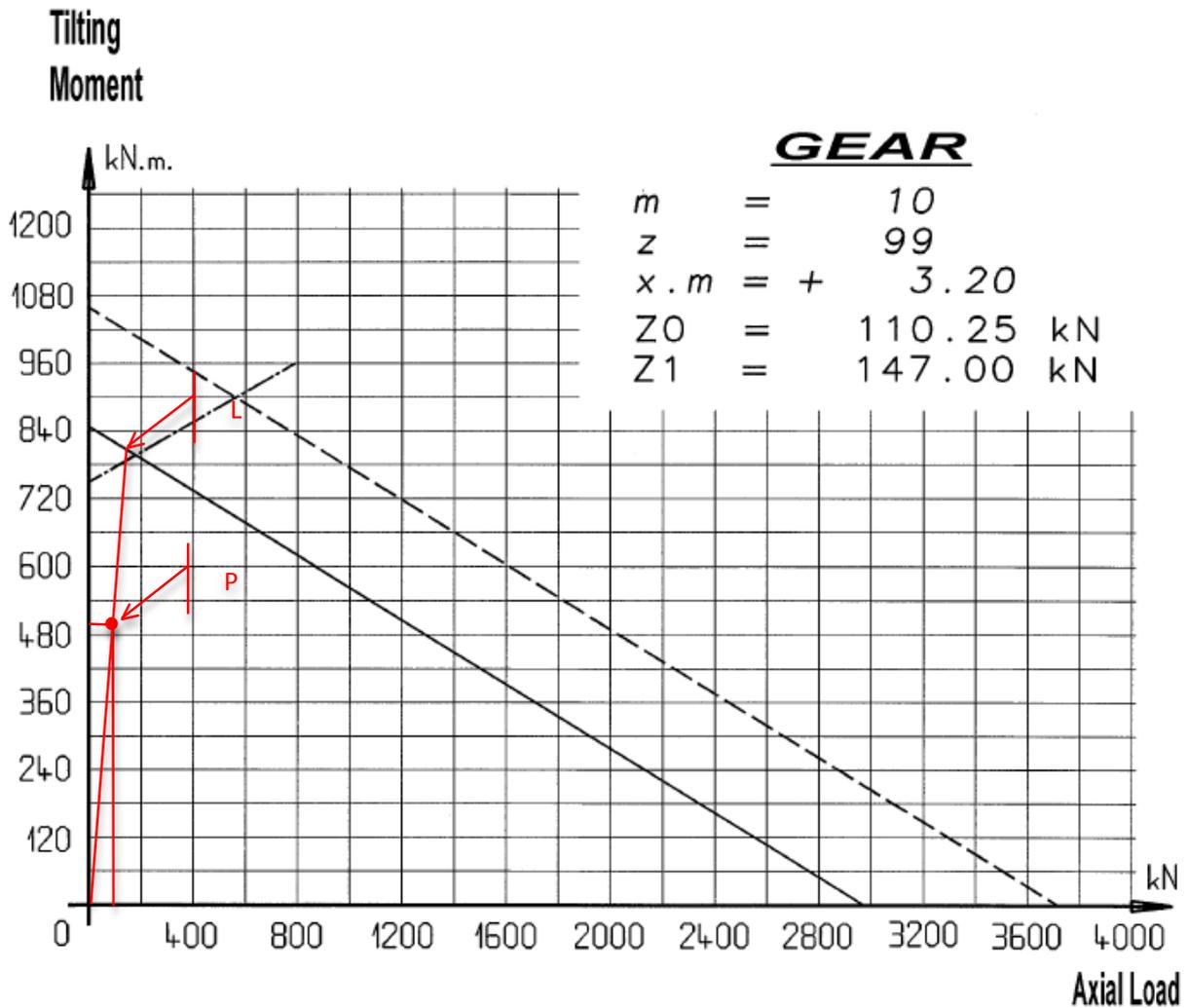
Vérifier à partir du calcul précédent et des deux documents techniques venant d'être cités, que la couronne choisie convient pour ce qui concerne la capacité de charge. Estimer également la durée de service pour une rotation de la tourelle de 1 tour/minute (valeur estimée par le fabricant).

Puisqu'il n'y a pas d'effort radial sur la couronne, on a $F_{eq} = 54445 \text{ N}$. Les coordonnées (P_x, P_y) du point P dans le plan (F_{eq}, M_T) sont données par le constructeur de la couronne :

$$P_x = F_{eq} \times KA \times KU \times KS = 54445 \times 1,5 = 81668 \text{ N}$$

$$P_y = M_T \times KA \times KU \times KS = 334010 \times 1,5 = 501015 \text{ Nm}$$

Nous vérifions bien (voir graphe ci-après) que la couronne choisie est compatible avec les actions mécaniques subies. Pour le calcul de la durée de service, déterminons graphiquement le facteur $KT = OL/OP \approx 1,6$. À partir du croquis 3 du Document Technique DT, on trouve alors $D = 24000 \text{ h}$.



Proposition de solution pour réaliser l'interfaçage faux châssis/tourelle du BEA

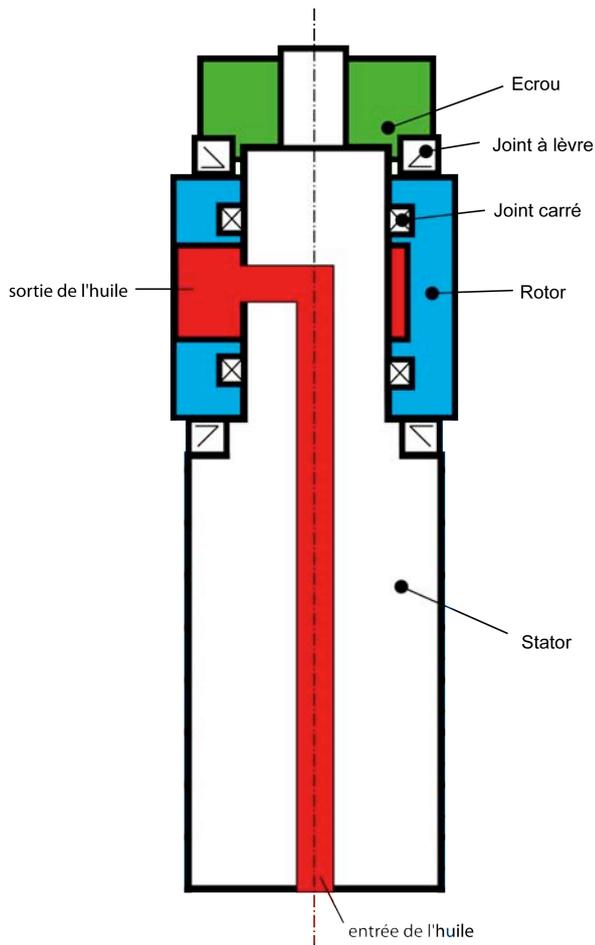
Question 16

Préciser une solution pouvant être utilisée pour remplir chacune des fonctions techniques 4 et 5 ci-dessus. Proposer un dessin de principe, à main levée, expliquant le fonctionnement de chaque solution.

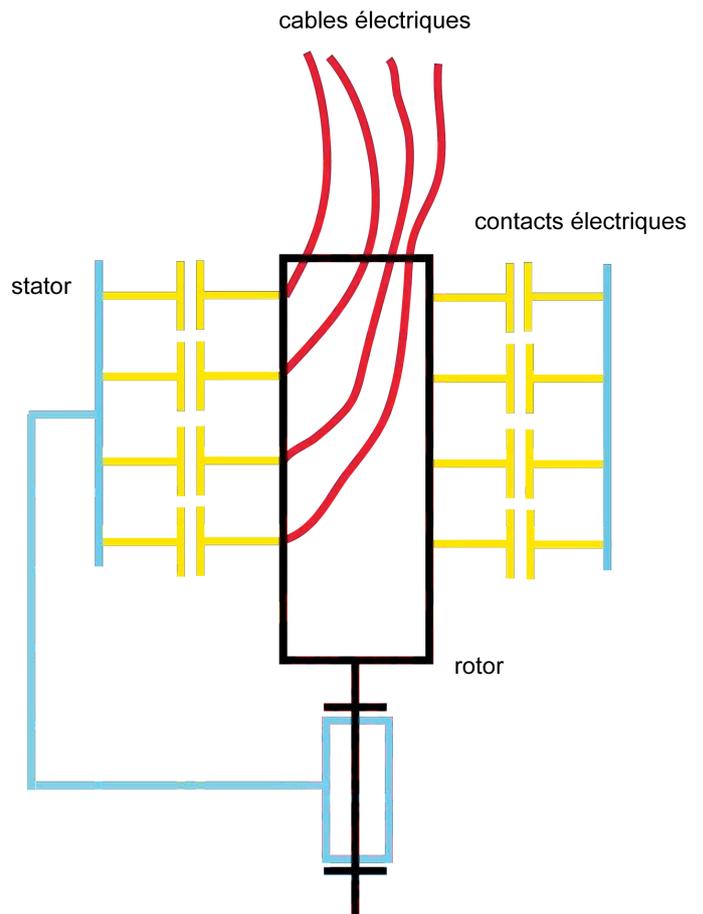
La rotation relative entre la tourelle et le porteur impose l'utilisation de raccords ou « joints » tournants pour le transfert des énergies hydrauliques et électriques entre les deux sous-ensembles.

Le premier schéma ci-après représente le principe d'une solution de raccord tournant hydraulique à une voie. Sa généralisation à un nombre de voies plus important s'obtient facilement à partir du principe proposé.

Le second schéma montre le principe du raccord électrique : des pistes conductrices sont en regard et maintenues en contact sous l'effet d'un élément élastique. La rotation des câbles électriques fixes par rapport au rotor est possible sans effet de torsion.



raccord hydraulique



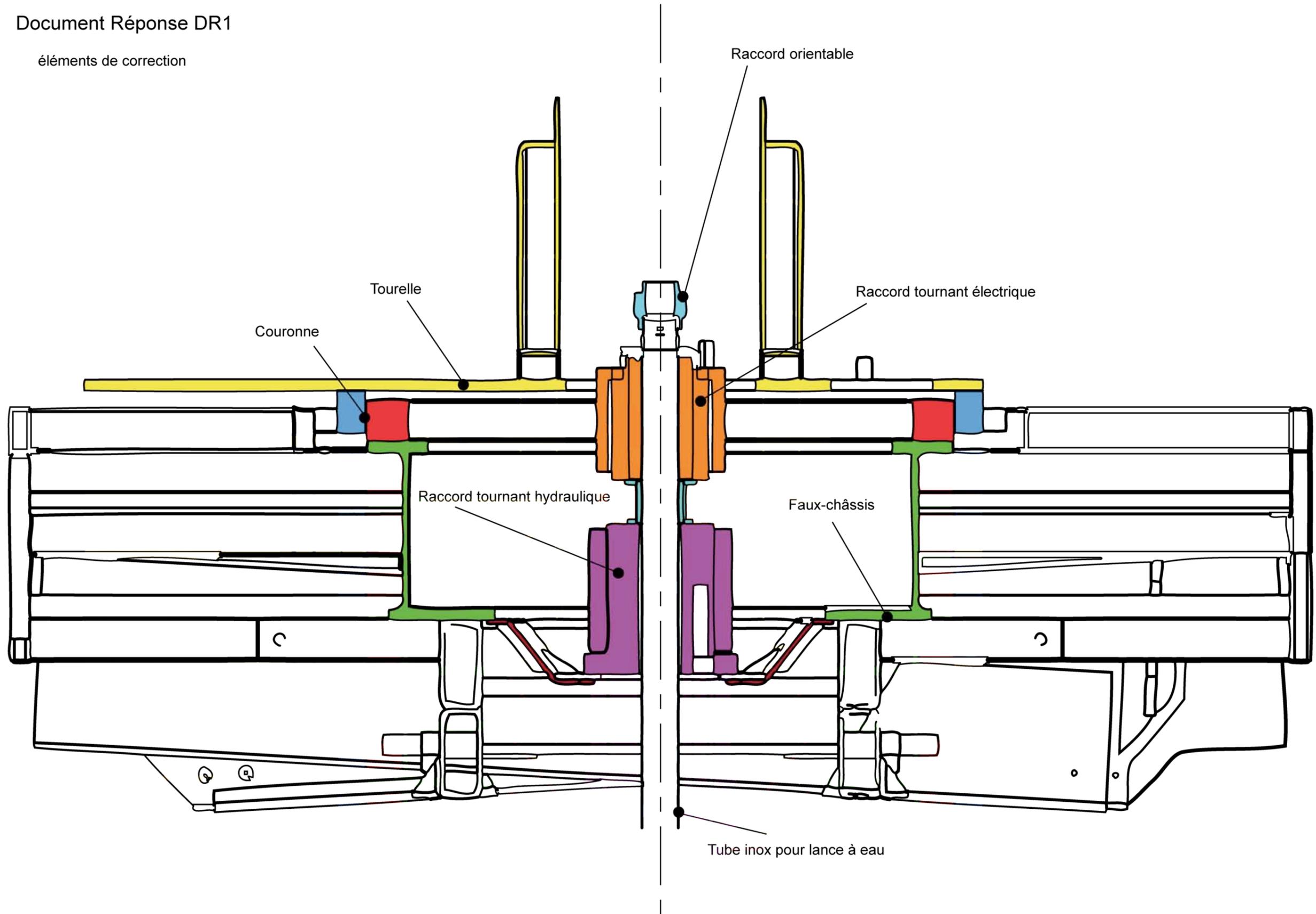
raccord électrique

Question 17

Proposer, sur le Document Réponse DR1, un dessin à main levée de l'architecture des solutions constructives du montage de la tourelle sur le faux châssis réalisant les six fonctions citées ci-dessus. Il s'agit ici de présenter les éléments dans leur globalité, en position, sans entrer dans le détail précis des choix réalisés pour les éléments.

Document Réponse DR1

éléments de correction



Partie 3 : Analyse et conception du bras télescopique

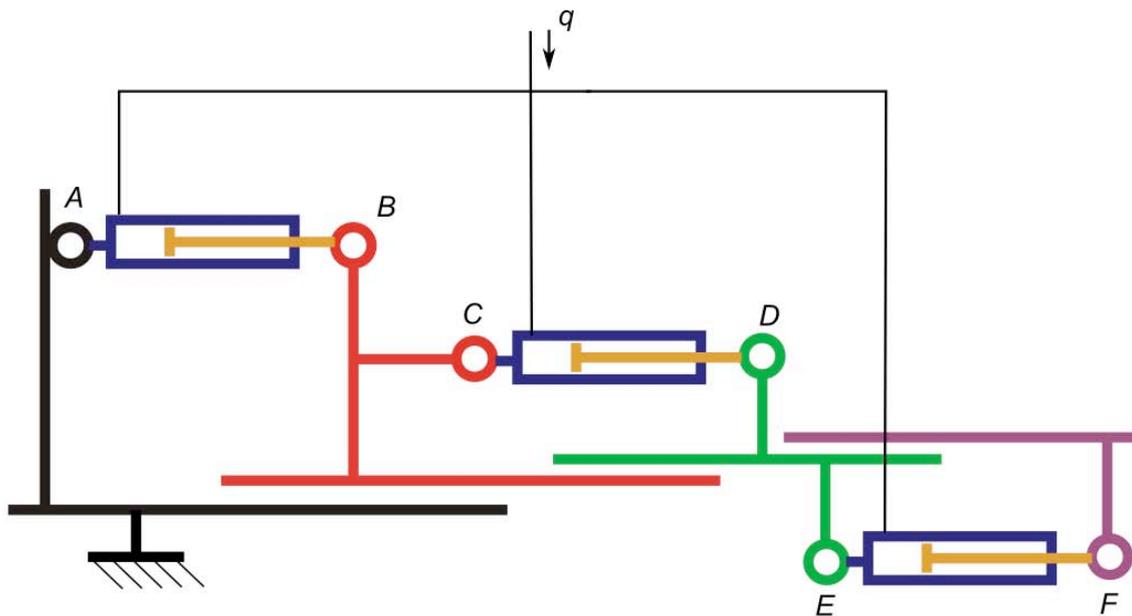
Objectif : Proposer des solutions techniques de principe, analyser le comportement mécanique et concevoir une solution pour le bras télescopique.

Principe de fonctionnement du bras télescopique. Conception préliminaire.

Question 18

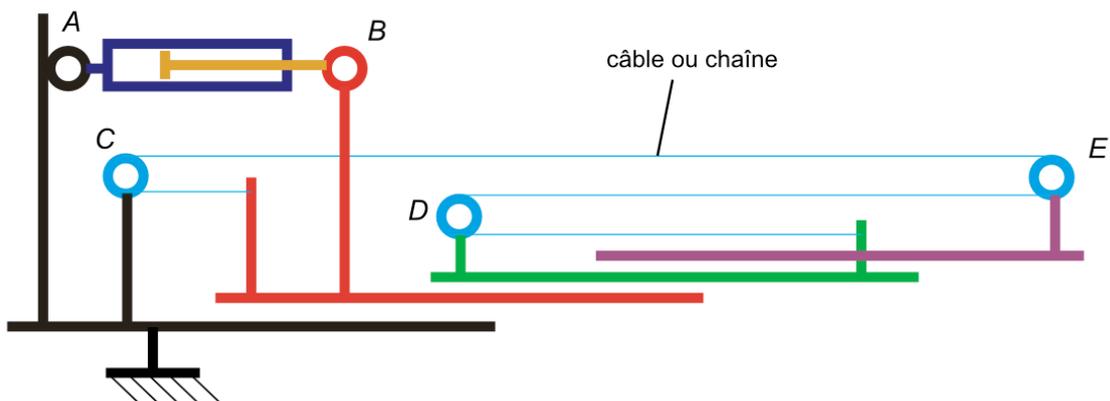
Proposer, sous la forme de schémas de principe, deux solutions permettant de répondre à la description faite ci-dessus. Des commentaires pourront préciser le fonctionnement et étayer les schémas. Calculer les vitesses relatives des éléments adjacents dans les deux situations que vous aurez décrites.

Solution 1 : trois vérins alimentés avec le même débit comme présenté sur le schéma ci-dessous



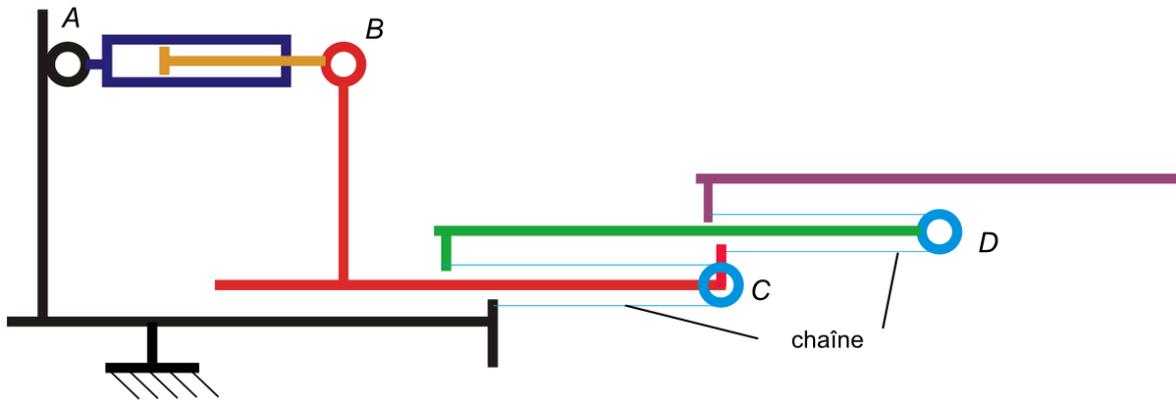
Les vitesses relatives des différents éléments sont identiques ici si les vérins sont alimentés avec le même débit de fluide.

Solution 2 : un vérin et un ensemble de chaîne (câble) et roues (en bleu)



Si v est la vitesse de la chaîne, celle-ci est identique à $\|\vec{v}(B/0)\|$.

Solution 3 : un vérin et un ensemble de deux chaînes (câbles) et roues (en bleu)



Les vitesses des éléments du bras télescopique sont divisées par deux (ou doublées suivant l'élément pris en référence) entre deux coulisses connexes.

Influence du choix des liaisons entre les coulisses du bras sur la position et l'orientation de la nacelle. Incidence du choix du matériau des patins.

Question 19

Réaliser un schéma d'architecture représentant la liaison réelle entre la flèche 2 et la coulisse intermédiaire 3. Calculer le degré d'hyperstaticité de la liaison modélisée. Analyser le résultat obtenu. Proposer une autre solution technologique pour la réalisation de la liaison glissière entre les éléments du bras télescopique.

$$h - m = E_c - I_c$$

h : degré d'hyperstaticité

m : mobilité

$E_c = 6\gamma$: nombre d'équations cinématiques

I_c : nombre d'inconnues cinématiques

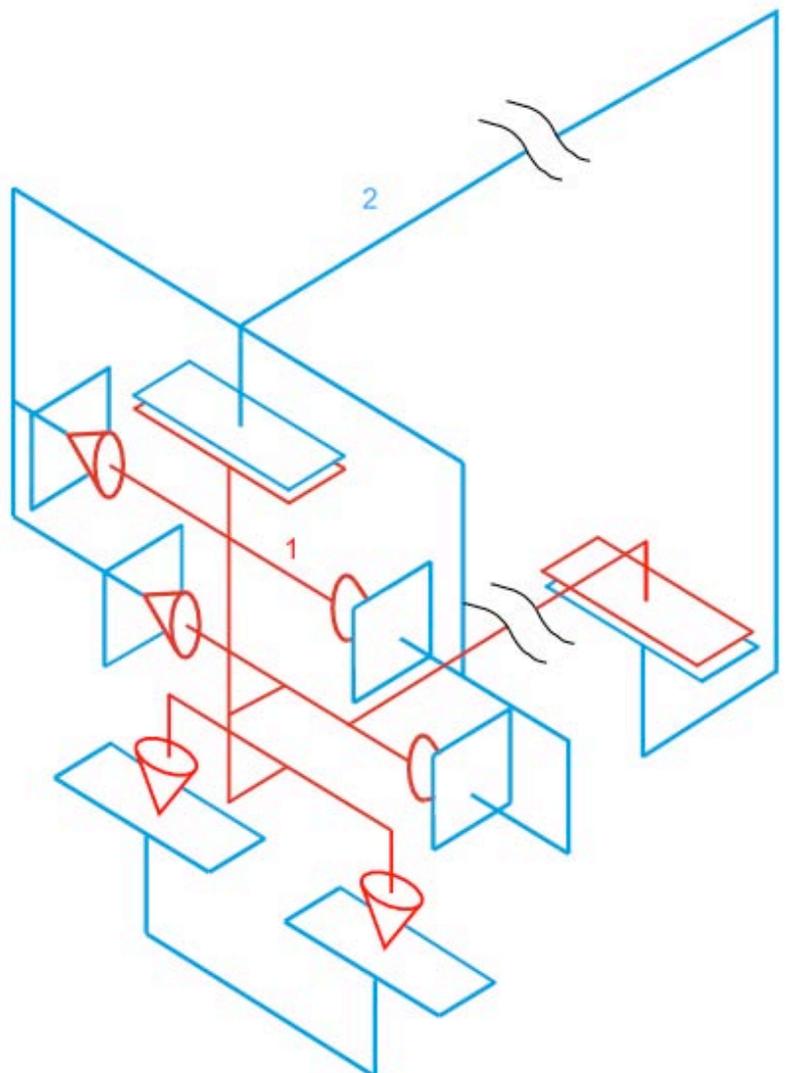
γ : nombre cyclomatique

avec $m = 1$, $I_c = 6 \times 5 + 2 \times 3 = 36$,

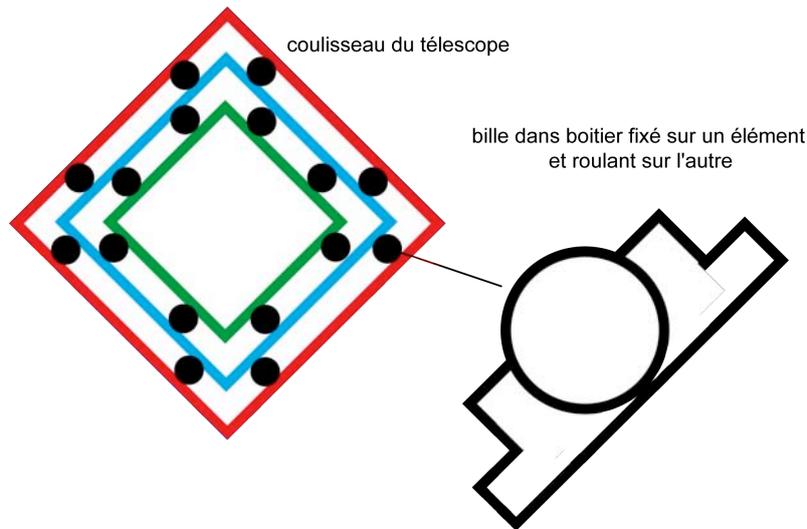
$\gamma = 8 - 2 + 1 = 7$, $E_c = 42$

d'où $h = 42 - 36 + 1 = 7$

Ce degré d'hyperstaticité est parfaitement admissible pour cette liaison de grande longueur. Les déformations des éléments du bras télescopique compenseront cette contrainte. De plus, les faibles dimensions des patins par rapport à celles des éléments du bras pourraient se traduire pas une modélisation des deux appuis plans par des liaisons ponctuelles, ce qui diminuerait de 4 le degré d'hyperstaticité de la liaison.



Autre solution possible

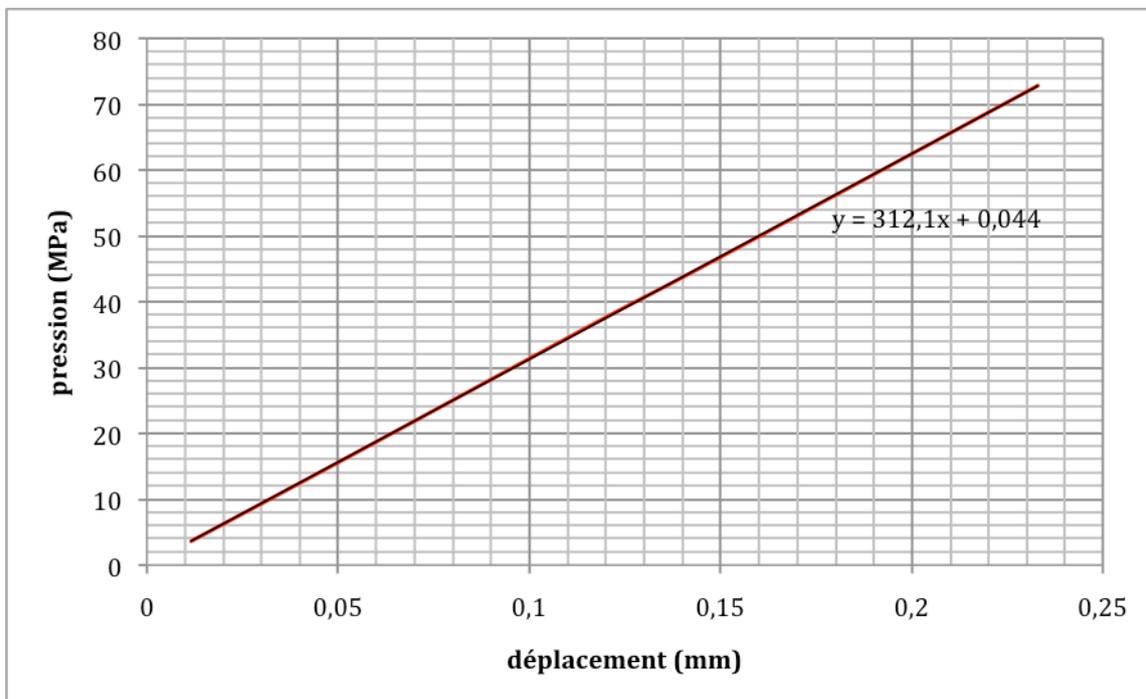


Question 20

Proposer un modèle d'étude statique pour déterminer l'angle de rotation généré par les actions mécaniques sur le mécanisme ainsi que le déplacement vertical de la coulisse intermédiaire 1 par rapport à la flèche 0 (figure 16). Toutes les hypothèses seront précisées. Calculer les valeurs numériques de cet angle et de ce déplacement ainsi que les pressions sur les patins. Conclure sur votre modélisation. Que pensez-vous du choix des patins effectué par le fabricant ?

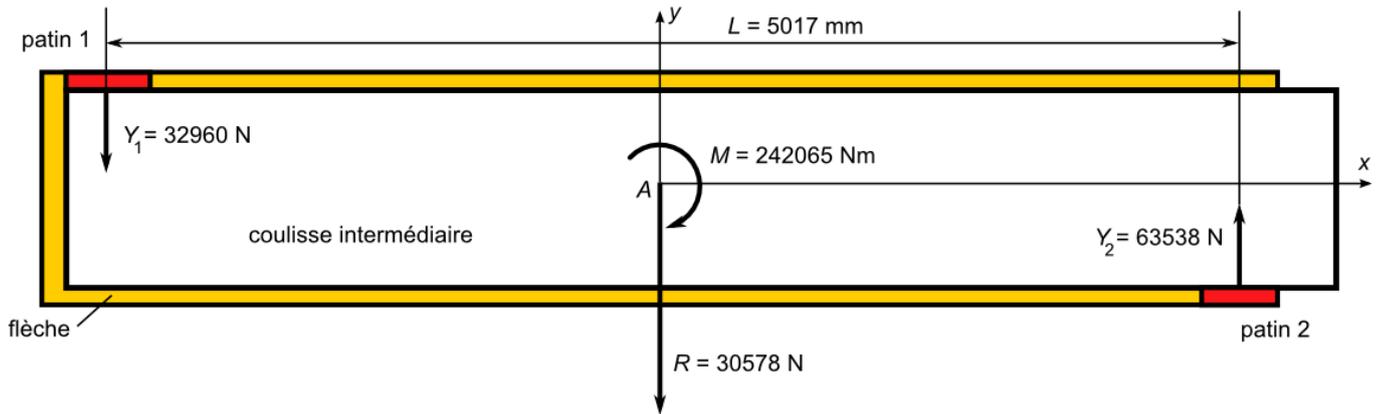
Déterminons tout d'abord, à partir des données du Document Technique DT14, le coefficient de proportionnalité entre la pression et la déformation du patin. La courbe linéaire est donnée ci-dessous. La pente vaut en unité SI

$$k = 3,121 \times 10^{11} \text{ Pa/m}$$



Nous faisons l'hypothèse d'un jeu nul entre la flèche et ma coulisse intermédiaire puisque nous cherchons uniquement à déterminer l'influence des déformations des patins. L'équilibre de la partie en aval de la flèche conduit aux valeurs numériques données sur le schéma de la figure ci-dessous. Le torseur $\begin{Bmatrix} \vec{R}; \vec{M} \end{Bmatrix}_A$

proposé ici est celui correspondant aux actions de la pesanteur des différentes parties ramenées au point A.



Nous supposons la pression constante à la surface de chaque patin. Cette hypothèse est justifiée, *a priori*, par la distance entre les patins et leur faible largeur en comparaison. Elles valent respectivement :

$$\text{Patin 1 : } p_1 = \frac{Y_1}{a_1 \times b_1} = \frac{32960}{0,28 \times 0,15} = 0,8 \text{ MPa induisant un déplacement vertical } \delta_1 = 2,4 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\text{Patin 2 : } p_2 = \frac{Y_2}{a_2 \times b_2} = \frac{63538}{0,28 \times 0,12} = 1,8 \text{ MPa induisant un déplacement vertical } \delta_2 = -5,6 \times 10^{-6} \text{ m}$$

On en déduit le déplacement vertical et l'angle de rotation de la coulisse intermédiaire par rapport à la flèche qui valent respectivement :

$$\delta = \delta_1 - \delta_2 = 8 \times 10^{-6} \text{ m et } \theta = \frac{\delta_1 - \delta_2}{L} = 1,6 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

Les valeurs faibles trouvées justifient le modèle proposé. Une répartition linéaire des pressions aurait pu être justifiée si l'angle de rotation avait été notable (quelques minutes au moins).

Le constructeur aurait pu intervertir les patins puisque les actions mécaniques les plus importantes « s'appuient » sur les surfaces plus faibles ici.

Caractérisation du couple « section-matériau » du bras télescopique.

Question 21

La figure 17 présente un schéma cinématique plan du BEA en fonctionnement normal. À partir des valeurs algébriques précisées sur ce graphe, il vous est demandé d'évaluer le torseur de cohésion dans la section droite du bras télescopique **1** en C^+ (juste en aval de C sur (A, \vec{x}_1) , $\overrightarrow{CC^+} \cdot \vec{x}_1 > 0$, $\overrightarrow{CC^+} \cdot \vec{x}_1 \approx 0$) pour les 2 positions **A** et **B** montrées sur le Document Technique DT15.

On pose $T_{coh} = \left\{ \vec{R}_{coh}; \vec{M}_{coh}(M) \right\}$ avec

$$\vec{R}_{coh} = -(m_1 + m_2 + m)g\vec{y}_0$$

$$\begin{aligned}
\vec{M}_{coh}(M) &= \vec{MG}_1 \wedge -m_1 g \vec{y}_0 + \vec{MG}_2 \wedge -m_2 g \vec{y}_0 + \vec{MG} \wedge -mg \vec{y}_0 \\
&= (\mu - x) \vec{x}_1 \wedge -m_1 g \vec{y}_0 + ((\lambda - x) \vec{x}_1 + \eta \vec{x}_2) \wedge -m_2 g \vec{y}_0 + ((\lambda - x) \vec{x}_1 + h \vec{x}_2 + p \vec{x}_0 + k \vec{z}_0) \wedge -mg \vec{y}_0 \\
&= -m_1 g (\mu - x) \cos \theta_{01} \vec{z}_0 - m_2 g (\lambda - x) \cos \theta_{01} \vec{z}_0 - m_2 g \eta \cos(\theta_{01} + \theta_{12}) \vec{z}_0 - mg (\lambda - x) \vec{z}_0 \\
&\quad - mgh \cos(\theta_{01} + \theta_{12}) \vec{z}_0 - mgp \vec{z}_0 + mgk \vec{x}_0
\end{aligned}$$

Dans le repère local de la poutre **1**, on obtient

$$\begin{aligned}
\vec{R}_{coh} &= -(m_1 + m_2 + m)g(\sin \theta_{01} \vec{x}_1 + \cos \theta_{01} \vec{y}_1) \\
\vec{M}_{coh}(M) &= -[m_1 g (\mu - x) \cos \theta_{01} + m_2 g (\lambda - x) \cos \theta_{01} + m_2 g \eta \cos(\theta_{01} + \theta_{12}) + mg (\lambda - x) - mgh \cos(\theta_{01} + \theta_{12}) - mgp] \vec{z}_0 \\
&\quad + mgk (\cos \theta_{01} \vec{x}_1 - \sin \theta_{01} \vec{y}_1)
\end{aligned}$$

Application à la position **A** $\theta_{01} = \frac{\pi}{3}$ rad et $\theta_{12} = 0$

$$\begin{aligned}
\vec{R}_{coh} &= -33983 \vec{x}_1 - 19620 \vec{y}_1 \\
\vec{M}_{coh}(C) &= -152710 \vec{z}_0 + 1481 \vec{x}_1 - 2565 \vec{y}_1
\end{aligned}$$

Application à la position **B** $\theta_{01} = 0$ et $\theta_{12} = 0$

$$\begin{aligned}
\vec{R}_{coh} &= -39240 \vec{y}_1 \\
\vec{M}_{coh}(C) &= -237400 \vec{z}_0 + 2962 \vec{x}_1
\end{aligned}$$

Le matériau utilisé pour la réalisation des éléments du bras est l'acier à haute limite élastique soudable (HLES) E690 de caractéristiques mécaniques :

$$E = 210 \text{ GPa}, R_m = 770 \text{ MPa (valeur minimale)}, R_e = 690 \text{ MPa}, A = 14\%, \rho = 7850 \text{ kg/m}^3$$

Question 22

Pour les deux positions précédentes, déterminer, pour la section rectangulaire (caractéristiques dans le Document Technique DT16), la contrainte équivalente de Von Mises maximale au niveau de la section droite en C. Toutes les hypothèses faites seront expliquées. En déduire le taux de charge (coefficient de sécurité) adopté par le fabricant du BEA. Conclure.

On négligera les effets du cisaillement (T_y) par rapport aux effets des autres contraintes

Position A

Contrainte normale

$$\begin{aligned}
\sigma &= \frac{N}{A} - \frac{M_z}{I_z} y_{\max} \\
&= -\frac{33983}{11019} - \frac{152710 \times 10^3}{528932230} \quad 290 \\
&= -87 \text{ MPa}
\end{aligned}$$

Contrainte tangentielle (due à la torsion, *a priori* négligeable)

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{M_x}{J} y_{\max} \\ &= \frac{1481 \times 10^3}{568346000} \times 290 \\ &= 0,76 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Cette dernière est complètement négligeable par rapport à la première. On en déduit

$$\sigma_{VM} = 87 \text{ MPa}$$

D'où le coefficient de charge par rapport à la limite élastique

$$s = \frac{690}{87} \approx 8$$

Valeur cohérente par rapport à la fonction du bras (transport de personnel)

Position B

Contrainte normale

$$\begin{aligned}\sigma &= -\frac{M_z}{I_z} y_{\max} \\ &= \frac{237400 \times 10^3}{528932230} \times 290 \\ &= 130 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Contrainte tangentielle (due à la torsion, *a priori* négligeable)

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{M_x}{J} y_{\max} \\ &= \frac{2692 \times 10^3}{568346000} \times 290 \\ &= 1,37 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Cette dernière est complètement négligeable par rapport à la première. On en déduit

$$\sigma_{VM} = 130 \text{ MPa}$$

D'où le coefficient de charge par rapport à la limite élastique

$$s = \frac{690}{130} \approx 5,3$$

Valeur un peu faible par rapport à la fonction du bras.

Question 23

Dans le cas d'une poutre de section carrée de longueur L soumise à de la flexion, montrer que la condition de rigidité conduit à la relation $m \geq \beta \frac{\rho}{\sqrt{E}}$. Déterminer la valeur de β en fonction des paramètres ci-dessus.

La condition de rigidité est donc

$$\delta \leq \delta_0$$

c'est-à-dire

$$\frac{F}{K} \leq \delta_0$$

ou encore

$$\frac{FL^3}{\alpha EI} \leq \delta_0$$

or

$$m = \rho AL \text{ et } I = \frac{a^4}{12} = \frac{A^2}{12}$$

soit

$$\frac{12FL^3}{\alpha EA^2} \leq \delta_0$$

puis

$$\frac{12FL^5 \rho^2}{\alpha Em^2} \leq \delta_0$$

d'où

$$m \geq \sqrt{\frac{12FL^5}{\alpha \delta_0}} \frac{\rho}{\sqrt{E}}$$

finalement

$$\beta = \sqrt{\frac{12FL^5}{\alpha \delta_0}}$$

Pour minimiser la masse nous devons donc maximiser le paramètre $\frac{\sqrt{E}}{\rho}$ caractérisant le matériau.

Question 24

Proposer, en traçant les zones répondant aux contraintes précisées ci-dessus, sur les Documents Réponses DR2 et DR3, les matériaux pouvant être utilisés dans l'application. On donnera également le matériau qui apparaît le « meilleur » au sens des objectifs fixés ci-dessus. Conclure.

Contraintes à prendre en compte pour tracer les zones :

- Le taux de charge ne doit pas être inférieur à 4, soit $4 \times 130 = 520$ MPa ;
- L'indice de rigidité doit être supérieur à $\frac{\sqrt{210}}{7850} = 1,85 \times 10^{-3} \text{ GPa}^{\frac{1}{2}} \text{kg}^{-1} \text{m}^3$;
- L'indice de résistance doit être supérieur à $\frac{690^{\frac{2}{3}}}{7850} = 9,95 \times 10^{-3} \text{ MPa}^{\frac{2}{3}} \text{kg}^{-1} \text{m}^3$.

Positionnons les 3 droites sur les figures. La première est une horizontale sur le second graphique. La deuxième s'obtient par :

$$\log E = 2(\log \rho + \log(1,85 \times 10^{-3}))$$

La troisième par :

$$\log \sigma_{\text{lim}} = \frac{3}{2}(\log \rho + \log(9,95 \times 10^{-3}))$$

Les zones tracées mettent en évidence l'intérêt d'utiliser un matériau composite à fibres carbone par rapport aux objectifs fixés. La proximité possible d'une zone à haute température serait un handicap pour

ce matériau. On peut imaginer que certaines parties du bras télescopique puissent être fabriquées avec ce matériau composite, notamment celles proches de la tourelle. Voir Documents Réponses en fin de texte.

Dans le cas de la flexion sous la contrainte de rigidité, le nombre sans dimension caractérisant la section est défini par

$$\phi_{\text{rigidité}}^f = \frac{I_{\text{section}}}{I_{\text{disque plein}}}$$

Question 25

Montrer que le paramètre $\phi_{\text{rigidité}}^f$ est tel que $\phi_{\text{rigidité}}^f = \frac{4\pi l}{A^2}$

On a donc

$$\phi_{\text{rigidité}}^f = \frac{I_{\text{section}}}{I_{\text{disque plein}}}$$

avec

$$I_{\text{disque plein}} = \frac{\pi R^4}{4} = \frac{A^2}{4\pi}$$

d'où le résultat

$$\phi_{\text{rigidité}}^f = \frac{4\pi l}{A^2}$$

Les valeurs pour les quatre nombres adimensionnels sont respectivement

$$\phi_{\text{rigidité}}^f = \frac{4\pi l}{A^2}, \quad \phi_{\text{rigidité}}^t = \frac{4\pi J}{A^2}, \quad \phi_{\text{résistance}}^f = \frac{4\sqrt{\pi}W}{A^{\frac{3}{2}}}, \quad \phi_{\text{résistance}}^t = \frac{2\sqrt{\pi}Z}{A^{\frac{3}{2}}}$$

Question 26

En fonction des relations précédentes et du tableau des sections dans le Document Technique DT16, il vous est demandé d'argumenter le choix du couple « matériau-section » qui vous semble le plus adapté au bras télescopique.

Dans le cas où l'on ne s'intéresse qu'à la forme seule, on peut constater que la forme 2 a un meilleur comportement vis à vis de la flexion (rigidité et résistance), mais que la forme 3 se comporte mieux en rigidité uniquement que la forme 2 si l'on s'intéresse à la torsion. La forme 1 (choisie par le fabricant) est toujours en deçà dans les quatre cas présentés et notamment si l'on envisage les contraintes de torsion.

Si maintenant on observe le couplage forme/matériau, les indices calculés nous amènent aux remarques suivantes :

- on retrouve la prépondérance de la forme 2 sur les critères proposés sauf pour l'indice M2 en torsion vis à vis de la rigidité ;
- une nette prédominance de l'utilisation de l'alliage d'aluminium est à noter devant respectivement le matériau composite et l'acier ;
- sans doute les aspects coûts des matériaux devraient être considérés pour nuancer ces commentaires. Cependant, la masse transportée étant alors nettement plus faible pour l'aluminium et le composite verre/époxyde, le gain en carburant pourrait également être pris en compte dans le cadre notamment des économies énergétiques.

En conclusion de cette analyse, le choix se porte sur la forme 2 utilisant un alliage d'aluminium.

Charge critique de flambement du bras

Question 27

Proposer une modélisation du problème et présenter la méthode à mettre en œuvre avec un logiciel de calculs par éléments finis pour déterminer la charge critique de flambement.

L'étude du flambement du bras est proposée à partir du modèle ci-contre.

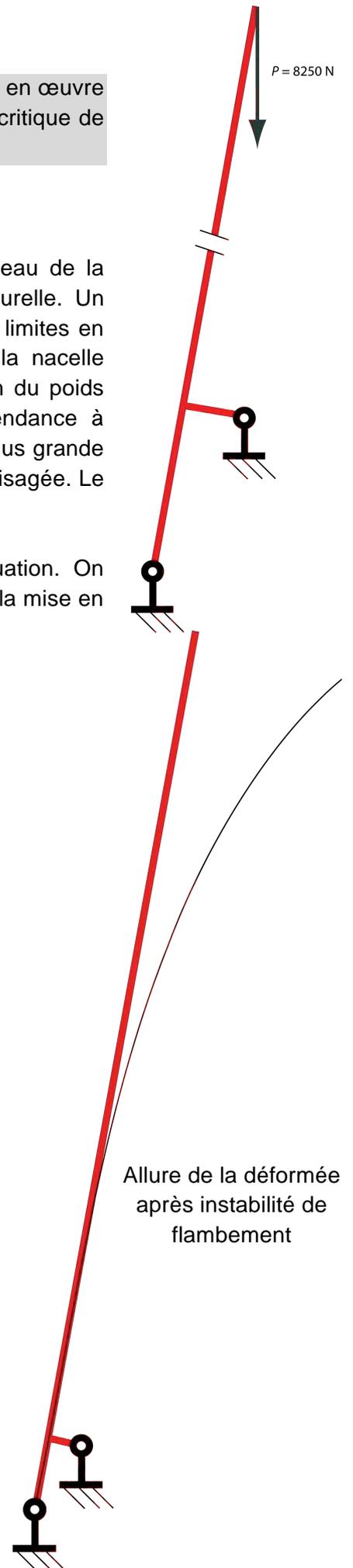
Les conditions aux limites cinématiques sont deux articulations au niveau de la tourelle et du piston du vérin considéré encastéré par rapport à la tourelle. Un modèle de liaison élastique aurait pu être envisagé. Les conditions aux limites en effort seront modélisées suivant deux cas de charges. Le poids de la nacelle chargée ramené sur la tête du télescope et la prise en compte ou non du poids propre du bras télescopique. La section est celle du sujet qui a tendance à minimiser les risques puisqu'elle est supposée identique à sa valeur la plus grande sur toute la ligne moyenne de la poutre. Une étude plus fine doit être envisagée. Le matériau est celui du fabricant.

On envisage dans un premier temps le calcul statique de cette situation. On s'intéresse ensuite à la 1^{re} charge critique de flambement du bras. Après la mise en place des éléments grâce au logiciel, le maillage est obtenu automatiquement et le calcul est demandé et conduit aux résultats donnés pour les deux cas de charge envisagés.

Question 28

Commenter ces résultats. Donner l'allure du mode propre de flambement. Conclure.

La prise en compte du poids propre de la structure est nécessaire car la résultante est nettement plus importante que la seule charge de la nacelle. Le résultat passe d'ailleurs du simple au double. Les risques de flambement de la structure sont malgré tout faible puisque le coefficient de charge critique est de 23, ce qui signifie qu'il faudrait multiplier par cette valeur la charge dans la nacelle pour voir apparaître l'instabilité par flambement.

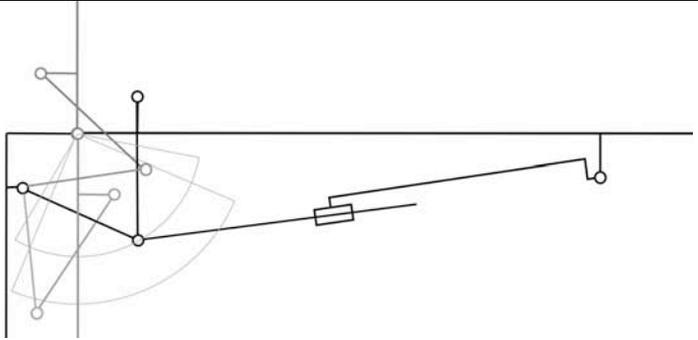
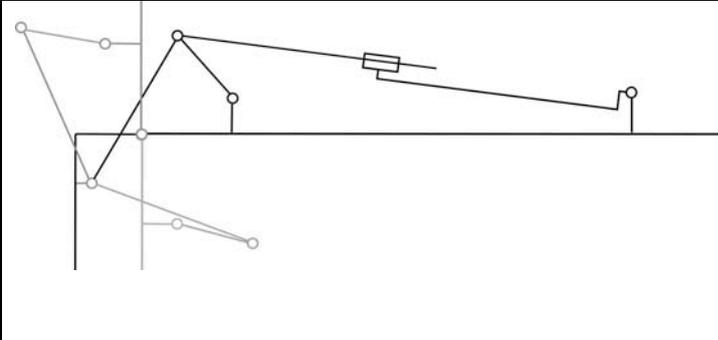


Partie 4 : Analyse et conception du bras pendulaire

Objectif : reconcevoir l'articulation bras télescopique - bras pendulaire

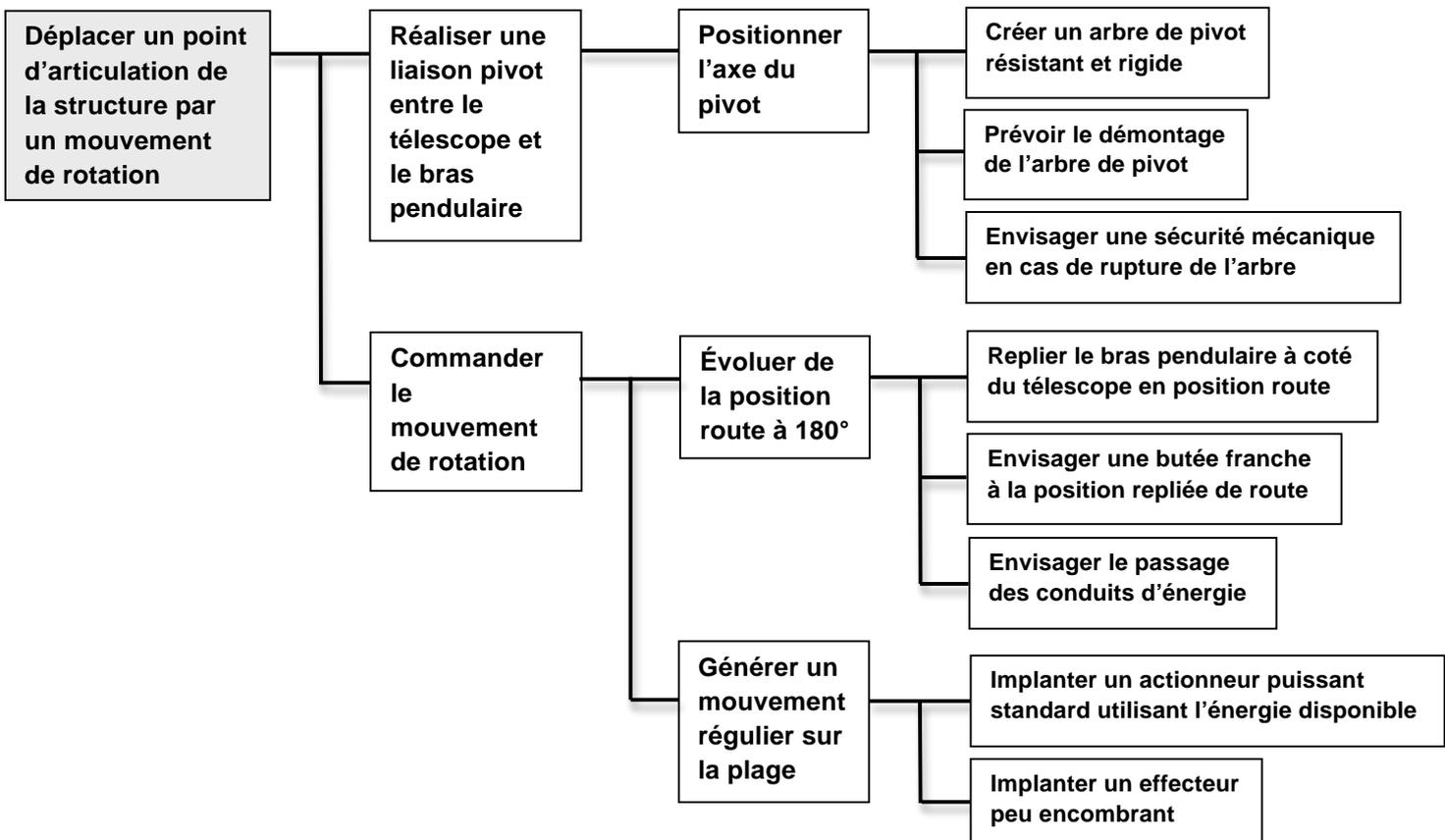
Question 29

Envisager une modification de la géométrie du système « quatre barres » de telle sorte qu'il soit moins encombrant à l' « intérieur de l'articulation ».

			
Solution 1 : changer le point de poussée du vérin		Solution 2 : passer l'effecteur de l'autre coté du bras	
Avantages : Débattement d'une des barres moins encombrant Simplification de la biellette « inférieure » Sollicitation subie par le bras moins contraignante Aucune modification de toutes les autres pièces du système	Inconvénients : Effort à fournir par le vérin plus important	Avantages : Aucun encombrement à l'intérieur du bras Possibilité d'un verrouillage mécanique en position route Possibilité de loger le système en position route	Inconvénients : Déplacement de l'axe du pivot « bras pendulaire/barre » Système moins compact en position route

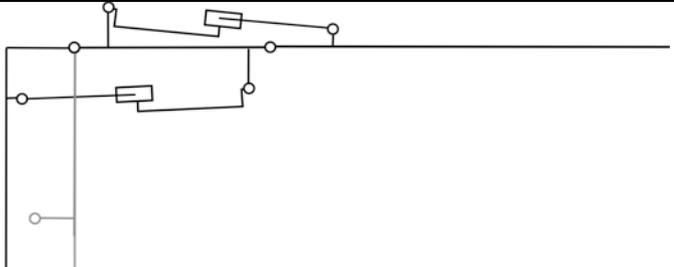
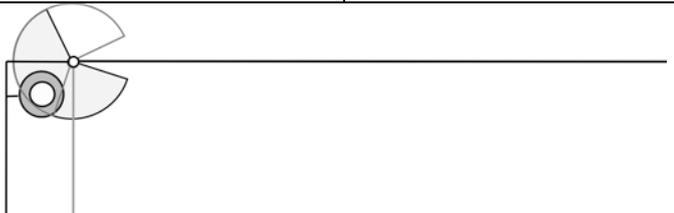
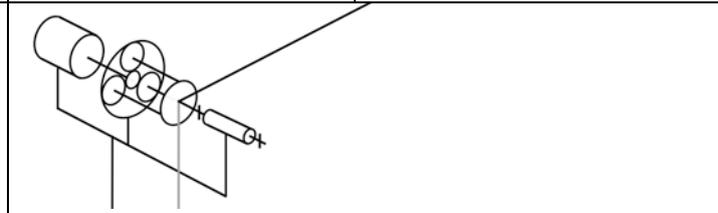
Question 30

Tracer un diagramme FAST de recherche de solutions par décomposition de la fonction technique composante « **déplacer un point de la structure par un mouvement de rotation** ». L'articulation à étudier est celle qui lie le télescope et le bras pendulaire.



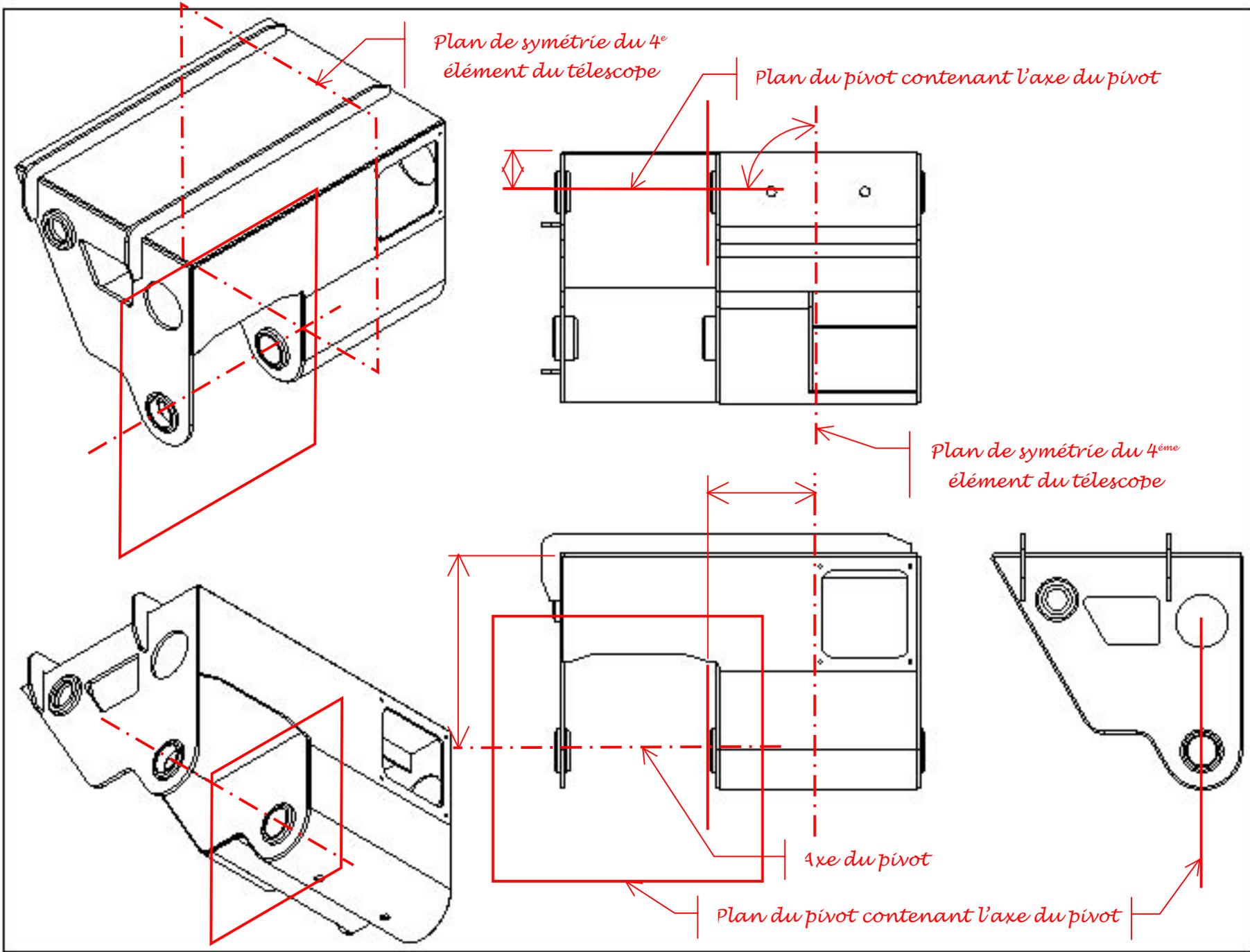
Question 31

À partir du diagramme FAST précédent, proposer au moins quatre solutions différentes intégrant la liaison pivot, le système de commande et l' (ou les) actionneur(s). L'une d'entre elles comportera au moins un moteur hydraulique. Chaque solution sera traduite par un schéma technologique et/ou cinématique utilisant les symboles pour garantir la meilleure communication. Quelques symboles sont donnés par les extraits de norme dans le Document Technique DT17. Donner les avantages et les inconvénients pour chaque solution proposée.

			
<p><i>Solution 1 : casser le bras pendulaire en deux parties</i></p>		<p><i>Solution 2 : rajout d'une plaque rigide avec 3 points d'articulation</i></p>	
<p><u>Avantages :</u> Meilleure flexibilité en introduisant une rotation supplémentaire Suppression de plusieurs biellettes Réduction de l'encombrement Système compact en position route</p>	<p><u>Inconvénients :</u> Rajout d'un actionneur (perte de rigidité et de fiabilité) Difficulté à mettre une échelle en parallèle</p>	<p><u>Avantages :</u> Flexibilité facilitant le repli du bras pendulaire en position route</p>	<p><u>Inconvénients :</u> Rajout d'un actionneur (perte de rigidité et de fiabilité) Difficulté d'implanter le point d'ancrage sur le dernier élément du télescope</p>
			
<p><i>Solution 3 : moteur hydraulique équipé d'un pignon en bout d'arbre engrenant avec un secteur denté lié au bras pendulaire</i></p>		<p><i>Solution 4 : moteur hydraulique équipé d'un réducteur dont l'arbre de sortie est lié au bras pendulaire</i></p>	
<p><u>Avantages :</u> Compacité du moteur hydraulique Multiplication du couple moteur apportée par l'engrènement</p>	<p><u>Inconvénients :</u> Encombrement du secteur denté (à l'avant du BEA en position route) Dispositif de lubrification de l'engrènement à créer</p>	<p><u>Avantages :</u> Compacité du moteur hydraulique Multiplication diminution du couple moteur apportée par l'e réducteur Possibilité d'y ajouter un frein de sécurité</p>	<p><u>Inconvénients :</u> Rigidité torsionnelle de l'articulation à vérifier</p>

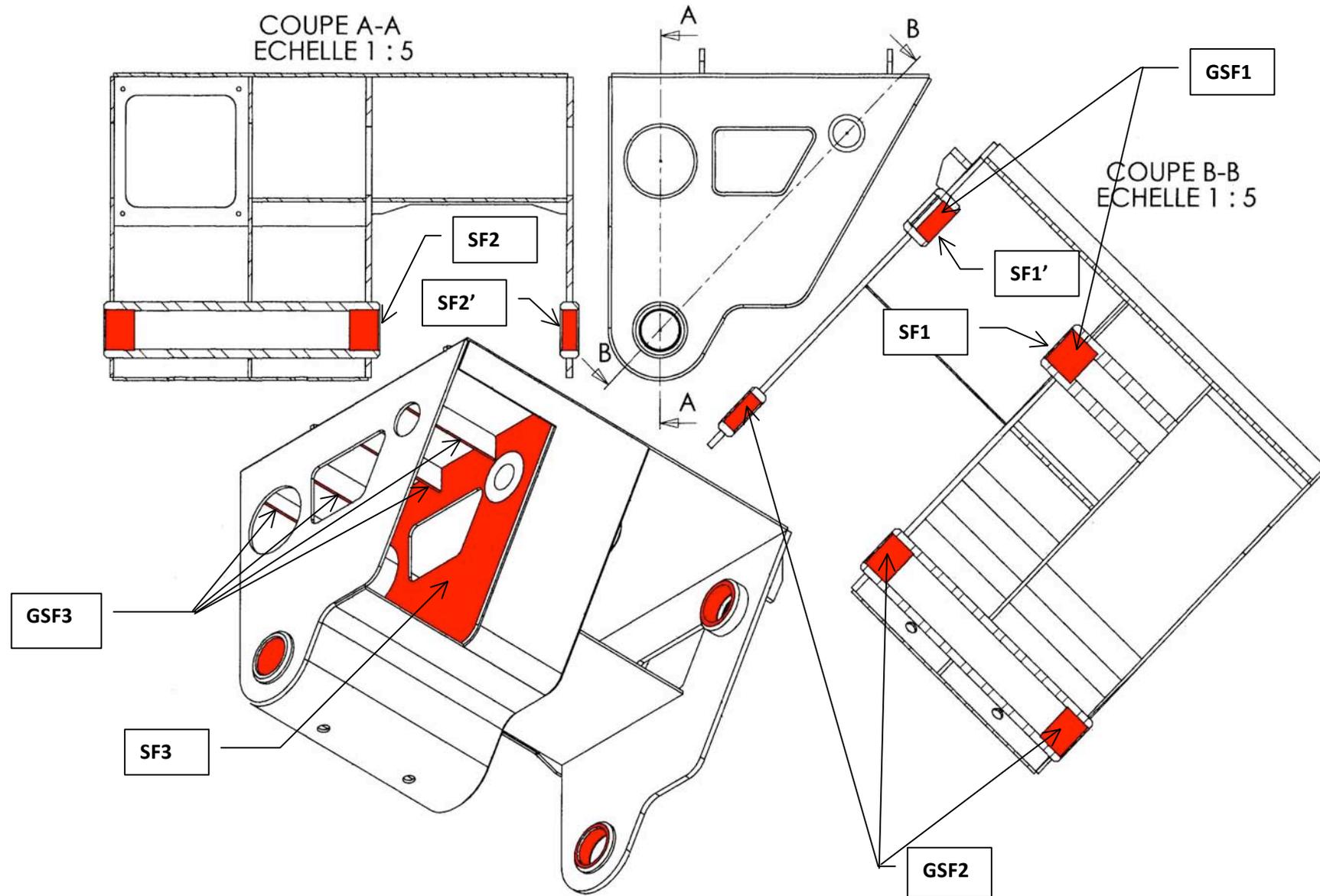
Question 32

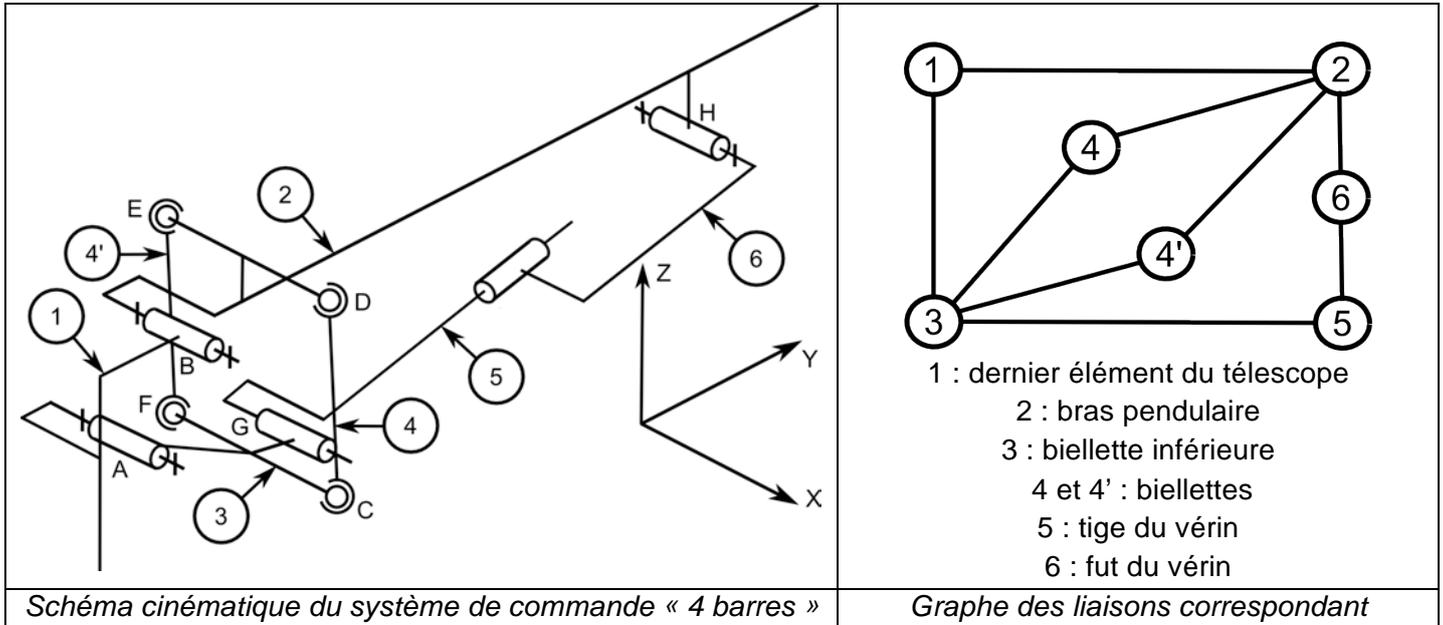
Élaborer sur le Document Réponse DR4 le squelette de la solution qui est retenue. La silhouette de cette solution sert de repère pour le travail à effectuer. Un soin particulier sera à apporter à ce travail (respect des lignes fuyantes de perspective, tracé des lignes de rappel des cotes, tracé en perspective).



Question 33

Repérer sur la silhouette d'une pièce intervenant dans la solution constructive de la fonction technique « Réaliser une liaison pivot télescopique - bras pendulaire » les surfaces fonctionnelles et les groupes de surfaces fonctionnelles (Document Réponse DR5). Indiquer sur le tableau d'analyse fonctionnelle (Document Réponse DR6) les exigences géométriques entre les surfaces des pièces. Pour ce faire, développer l'étude qui permet de justifier les contraintes géométriques qui proviennent du degré d'hyperstaticité du système « quatre barres » de commande.





Le nombre cyclomatique de ce graphe correspond au nombre de chaînes fermées simples indépendantes (cycles). Il vaut : $\gamma = 3$.

En ce qui concerne le cycle 1 – 2 – 4 – 3, le degré d'hyperstatisme est : $dh = N_s - 6(p-1) + m$ (N_s : nombre d'inconnues statiques du cycle, p : nombre de pièces du cycle, m : mobilité). Dans ce cas, il vaut : $dh_{1243} = (5+5+3+3) - 6(4-1) + (1+1) = 0$.

Pour le cycle 1 – 2 – 6 – 5 – 3, le degré d'hyperstatisme est : $dh_{124653} = (5+5+4+4+5) - 6(5-1) + (2) = 1$. La contrainte géométrique est angulaire autour de la direction Z. Mais cela se démontre par une étude statique de ce cycle. Celle-ci est ramenée à l'expression torsorielle suivante :

$T(1 \rightarrow 2) = T(2 \rightarrow 6) = T(6 \rightarrow 5) = T(5 \rightarrow 3) = T(3 \rightarrow 1)$. Les équations scalaires calculées en B sont :

n°1 : $X_{12} = X_{26} = X_{65} = 0 = X_{31}$

n°2 : $Y_{12} = Y_{26} = -Z_{65} \sin \alpha = Y_{53} = Y_{31}$

n°3 : $Z_{12} = Z_{26} = Z_{65} \cos \alpha = Z_{53} = Z_{31}$

n°4 : $0 = h_y Z_{26} - h_z Y_{26} = L_{65} + g_y Z_{65} \cos \alpha + g_z Z_{65} \sin \alpha = 0 + g_y Z_{53} - g_z Y_{53} = 0 + a_y Z_{31} - a_z Y_{31}$

n°5 : $M_{12} = M_{26} + h_z X_{26} = -N_{65} \sin \alpha + g_z X_{65} = M_{53} + 0 = M_{31} + a_z X_{31}$

n°6 : $N_{12} = N_{26} - h_y X_{26} = N_{65} \cos \alpha - g_y X_{65} = N_{53} + 0 = N_{31} - a_y X_{31}$

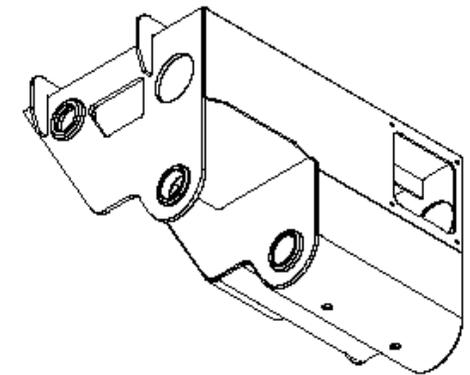
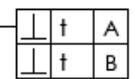
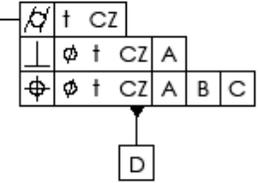
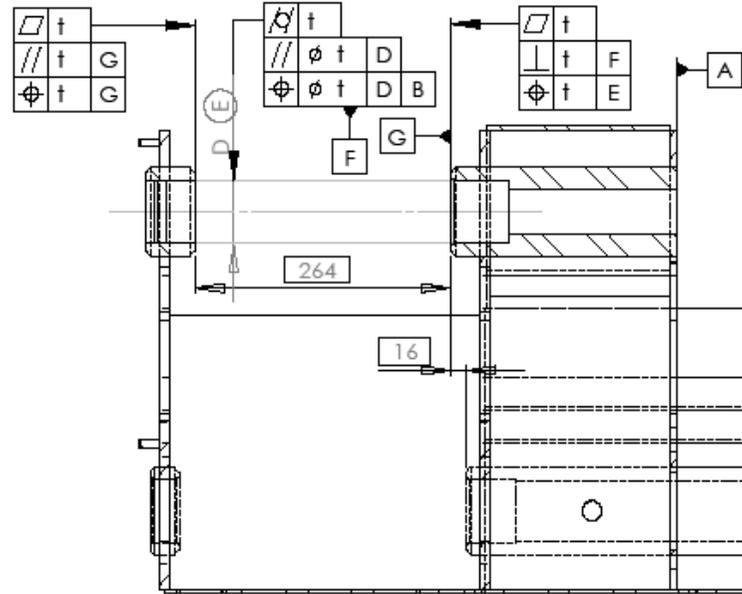
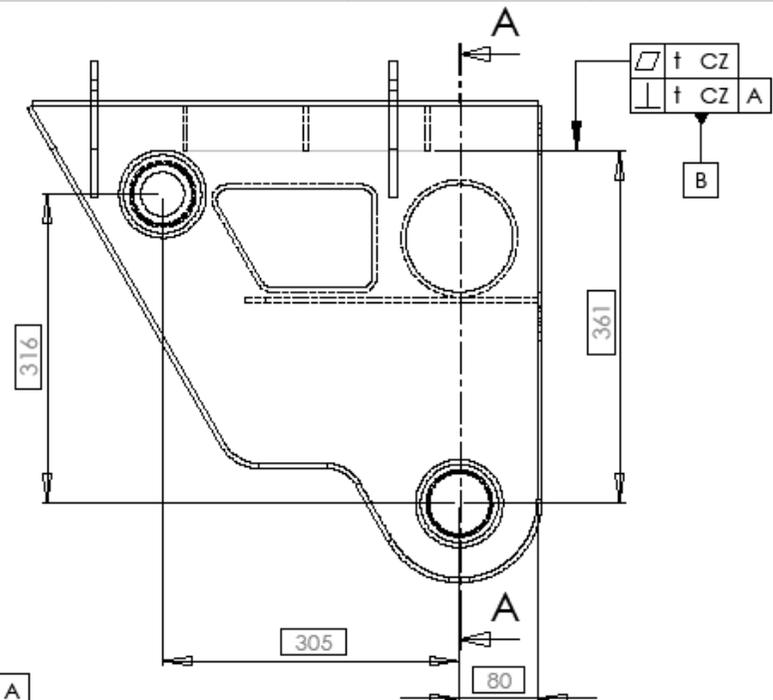
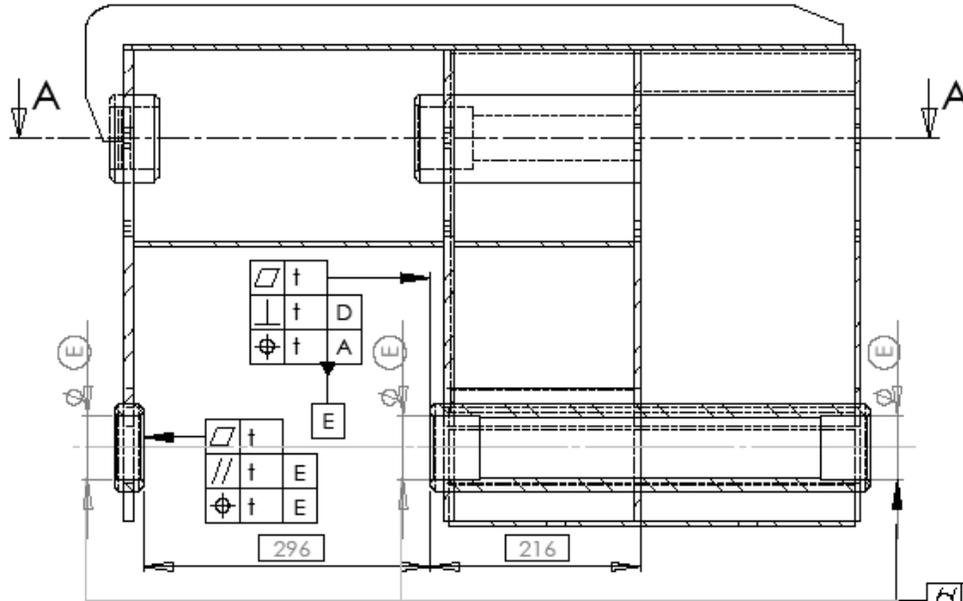
Pour simplifier les calculs, on considère l'angle α petit ($\sin \alpha \approx 0$), l'équation scalaire n°6 ne trouve pas de solution. Il s'agit d'une indétermination des inconnues statiques de moment sur Z.

Pour le cycle 2 – 4 – 3 – 4', le degré d'hyperstatisme est : $dh_{2434'} = (3+3+3+3) - 6(4-1) + (4) = 0$.

Question 34

Indiquer, sur le Document Réponse DR7, les spécifications géométriques associées à l'analyse des contraintes précédentes.

COUPE A-A
ECHELLE 1 : 5



ECHELLE 1 : 10

COUPE A-A
ECHELLE 1 : 5

UNLESS OTHERWISE SPECIFIED: DIMENSIONS ARE IN MILLIMETERS				FINISH:		DEBUR AND BREAK SHARP EDGES		DO NOT SCALE DRAWING		REVISION	
SURFACE FINISH:				TOLERANCES:							
LINEAR:				ANGULAR:							
DRAWN		NAME		SIGNATURE		DATE				TITLE:	
CHECKED											
APPROVED											
MFG											
Q.A.								MATERIAL:		DWG NO.	
								WEIGHT:		SCALE: 1	
										SHEET 1 OF 2	

TETE 1 coulisseau dessin coté 43

Partie 5 : Sécurité du porteur

Objectif : Mettre en évidence, vérifier et valider les systèmes de sécurité utilisés. Proposer des solutions technologiques de principe de limitation et contrôle de charge.

Vérification du « non basculement » du BEA

Question 35

Vérifier que le BEA ne bascule pas dans les conditions normales d'utilisation.

Nous faisons l'hypothèse que les frottements sont négligeables aux contacts patins/sol.

L'application du Principe Fondamental de la Statique à l'ensemble du BEA donne :

$$T(pes \rightarrow B) + T(pes \rightarrow C) + T(pes \rightarrow D) + T(pes \rightarrow E) + T(sol \rightarrow roues_A) + T(sol \rightarrow roues_B) = 0$$

Les éléments de réduction au point O sont alors :

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} -m_B g \vec{z} \\ \vec{OG}_B \wedge -m_B g \vec{z} \end{array} \right\}_O + \left\{ \begin{array}{l} -m_C g \vec{z} \\ \vec{OG}_C \wedge -m_C g \vec{z} \end{array} \right\}_O + \left\{ \begin{array}{l} -m_D g \vec{z} \\ \vec{OG}_D \wedge -m_D g \vec{z} \end{array} \right\}_O + \left\{ \begin{array}{l} -m_E g \vec{z} \\ \vec{OG}_E \wedge -m_E g \vec{z} \end{array} \right\}_O + \left\{ \begin{array}{l} Z_A \vec{z} \\ \vec{OA} \wedge Z_A \vec{z} \end{array} \right\}_O + \left\{ \begin{array}{l} Z_B \vec{z} \\ \vec{OB} \wedge Z_B \vec{z} \end{array} \right\}_O = 0 \end{aligned}$$

On en déduit alors le système suivant

$$\begin{cases} Z_A + Z_B - (m_B + m_C + m_D + m_E)g = 0 \\ (Z_B - Z_A)b - (m_B l_B + m_C l_C + m_D l_D + m_E l_E)g = 0 \end{cases}$$

D'où

$$\begin{cases} Z_A = \frac{1}{2} \left[(m_B + m_C + m_D + m_E)g - (m_B l_B + m_C l_C + m_D l_D + m_E l_E) \frac{g}{b} \right] \\ Z_B = \frac{1}{2} \left[(m_B + m_C + m_D + m_E)g + (m_B l_B + m_C l_C + m_D l_D + m_E l_E) \frac{g}{b} \right] \end{cases}$$

Numériquement

$$\begin{cases} Z_A = \frac{1}{2} \left[(2650 + 525 + 825 + 22560) \times 9,81 - (2650 \times 4247 + 525 \times 14699 + 825 \times 18560 + 22560 \times 0) \times \frac{9,81}{2706} \right] \\ Z_B = \frac{1}{2} \left[(2650 + 525 + 825 + 22560) \times 9,81 + (2650 \times 4247 + 525 \times 14699 + 825 \times 18560 + 22560 \times 0) \times \frac{9,81}{2706} \right] \end{cases}$$

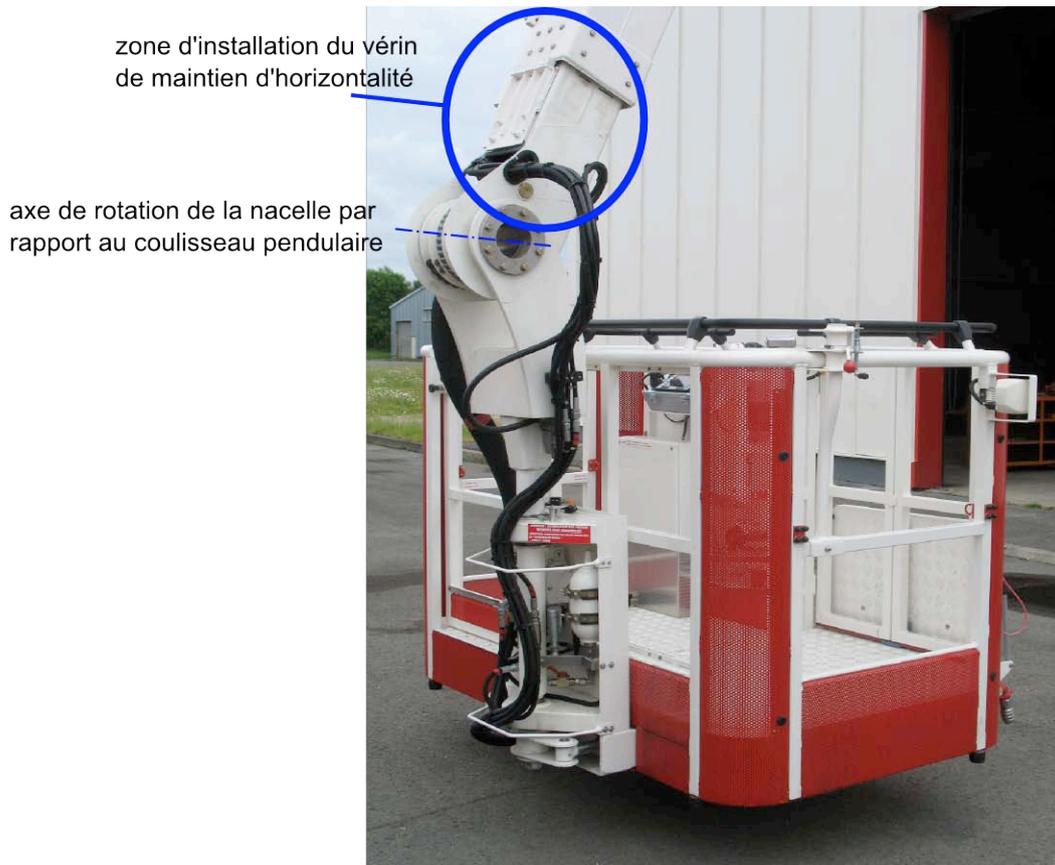
Au final

$$\begin{cases} Z_A = 68133 \text{ N} \\ Z_B = 192420 \text{ N} \end{cases}$$

Puisque la valeur de Z_A est strictement positive, on en déduit que le BEA ne bascule pas dans les conditions normales de fonctionnement.

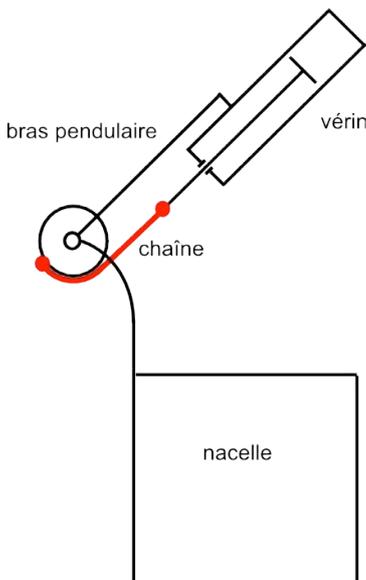
Maintien de l'horizontalité de la nacelle

Le maintien de l'horizontalité de la nacelle est obtenu par un système vérin/chaîne asservi. Le vérin linéaire et la chaîne actionnent la roue de l'axe de rotation de la nacelle par rapport au coulisseau pendulaire.



Question 36

Proposer un schéma de principe expliquant le fonctionnement du maintien de l'horizontalité du panier de nacelle à l'aide d'un vérin linéaire et d'une chaîne.



Le poids de la nacelle, des passagers et du matériel est maintenu vertical par l'intermédiaire d'un vérin et d'une chaîne. En cas d'écart par rapport à la position de consigne, un capteur d'inclinaison indique celui-ci à la chaîne d'information qui réagit pour imposer un débit de fluide pour une reprise de la position de consigne.

Le schéma de la figure 24 présente le circuit hydraulique du maintien de l'horizontalité de la nacelle. Celui-ci est asservi et la figure 25 donne le schéma bloc du dispositif de compensation

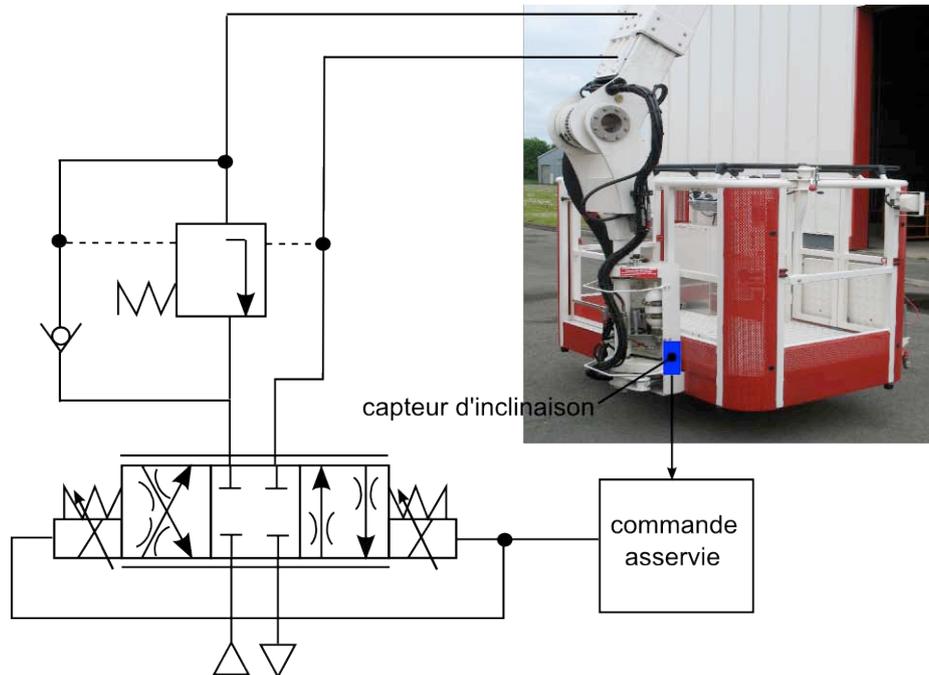


Figure 24 : circuit hydraulique de maintien d'horizontalité

En position horizontale, l'angle de la nacelle est nul $\theta_c(t) = 0$. On souhaite étudier ici l'influence d'une perturbation sur le comportement du panier et la stabilité du mécanisme de compensation.

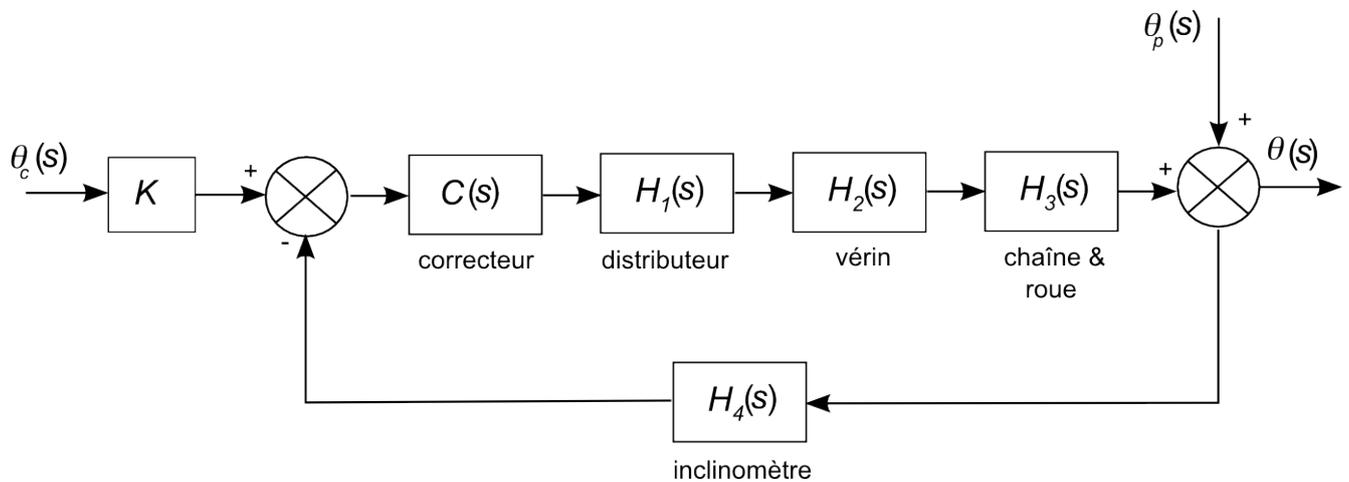


Figure 25 : schéma bloc de l'asservissement du maintien de l'horizontalité

bloc	fonction de transfert	paramètres
	K	$0,1 \text{ V/}^\circ$
correcteur	$C(s)$	
distributeur	$H_1(s) = \frac{K_1}{1 + \tau_1 s}$	$K_1 = 250 \times 10^{-6} \text{ m}^3 / \text{s} / \text{V}$ $\tau_1 = 0,038 \text{ s}$
vérin	$H_2(s)$	Aire piston : 22 cm^2
Chaîne & roue	$H_3(s)$	Diamètre roue : 226 mm
inclinomètre	$H_4(s) = \frac{K_4}{1 + \tau_4 s}$	$K_4 = 0,1 \text{ V/}^\circ$ $\tau_4 = 0,05 \text{ s}$

Le correcteur utilisé sur le BEA est de type proportionnel. On posera $C(s) = A$.

Question 37

Montrer que la fonction de transfert en boucle ouverte du système de compensation est donnée par :

$$H_{BO}(s) = \frac{0,58 \times A}{s(1 + 0,038s)(1 + 0,05s)}$$

On a, par définition de la fonction de transfert en boucle ouverte

$$H_{BO}(s) = K \times C(s) \times H_1(s) \times H_2(s) \times H_3(s) \times H_4(s)$$

soit, en remplaçant par les fonctions proposées

$$H_{BO}(s) = 0,1 \times A \times \frac{250 \times 10^{-6}}{1 + 0,038s} \times \frac{1}{22 \times 10^{-4}s} \times \frac{1}{113 \times 10^{-3}} \times \frac{0,1}{1 + 0,05s} \times \frac{180}{\pi}$$

ce qui donne le résultat attendu

$$H_{BO}(s) = \frac{0,58 \times A}{s(1 + 0,038s)(1 + 0,05s)}$$

Une perturbation appliquée au panier de la nacelle est supposée modélisée par une rampe $\theta_p(t) = t \cdot u(t)$ avec $u(t)$ l'échelon de Heaviside.

Question 38

Déterminer la valeur de la correction proportionnelle à appliquer afin que l'erreur de trainage soit inférieure à $0,1^\circ$. Vérifier, dans ce cas, que la stabilité du système est assurée pour ce réglage en prenant pour critère limite de stabilité la valeur de A . Conclure sur la pertinence de la chaîne d'information.

Calculons la fonction de transfert en régulation $H_r(s) = \frac{\Theta(s)}{\Theta_p(s)}$. On a :

$$\Theta(s) = \Theta_p(s) - C(s)H_1(s)H_2(s)H_3(s)H_4(s)\Theta(s)$$

D'où

$$H_r(s) = \frac{1}{1 + C(s)H_1(s)H_2(s)H_3(s)H_4(s)}$$

Soit

$$H_r(s) = \frac{s(1 + 0,038s)(1 + 0,05s)}{5,8 \times A + s(1 + 0,038s)(1 + 0,05s)}$$

Pour une perturbation de rampe unitaire, on a $\Theta_p(s) = \frac{1}{s^2}$

On souhaite avoir : $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s\Theta(s) \leq 0,1^\circ$

Soit

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \frac{s(1 + 0,038s)(1 + 0,05s)}{5,8 \times A + s(1 + 0,038s)(1 + 0,05s)} \frac{1}{s^2} \leq 0,1$$

C'est-à-dire

$$A \geq 1,724$$

Le dénominateur de la fonction de transfert s'écrit :

$$D(s) = 5,8 \times A + s + 0,088 \times s^2 + 1,9 \times 10^{-3} \times s^3$$

qui est de la forme

$$a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3$$

Condition de stabilité : les mineurs de D_3 sont tous positifs et $a_3 > 0$.

$$D_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_1 & a_2 \\ 0 & 0 & a_0 \end{vmatrix}$$

Ici

$$D_3 = \begin{vmatrix} 0,088 & 1,9 \times 10^{-3} & 0 \\ 5,8 \times A & 1 & 0,088 \\ 0 & 0 & 5,8 \times A \end{vmatrix}$$

La condition se traduit donc par

$$5,8 \times A \times \begin{vmatrix} 0,088 & 1,9 \times 10^{-3} \\ 5,8 \times A & 1 \end{vmatrix} > 0$$

On en déduit

$$A < 7,985$$

Le système est donc stable avec le critère retenu pour ce réglage. Celui-ci est donc stable et possède une erreur inférieure à $0,1^\circ$ pour

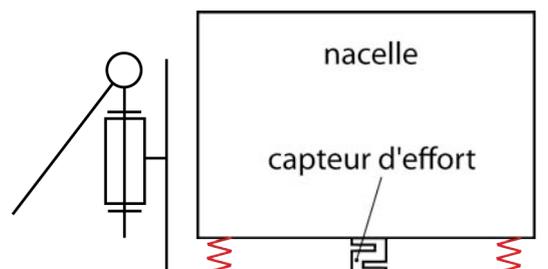
$$1,724 \leq A < 7,985$$

Limitation et contrôle de la charge maximum supportée par la nacelle

Question 39

Proposer deux solutions technologiques basées sur des principes différents qui permettent de répondre au besoin indiqué ici. La description (schémas de principe et texte) sera suffisamment précise pour mettre en évidence clairement le fonctionnement du système de limitation et de contrôle de la charge.

Solution 1 : panier « flottant » sur plots élastiques. Un capteur d'effort mesure la charge embarquée dans le panier.



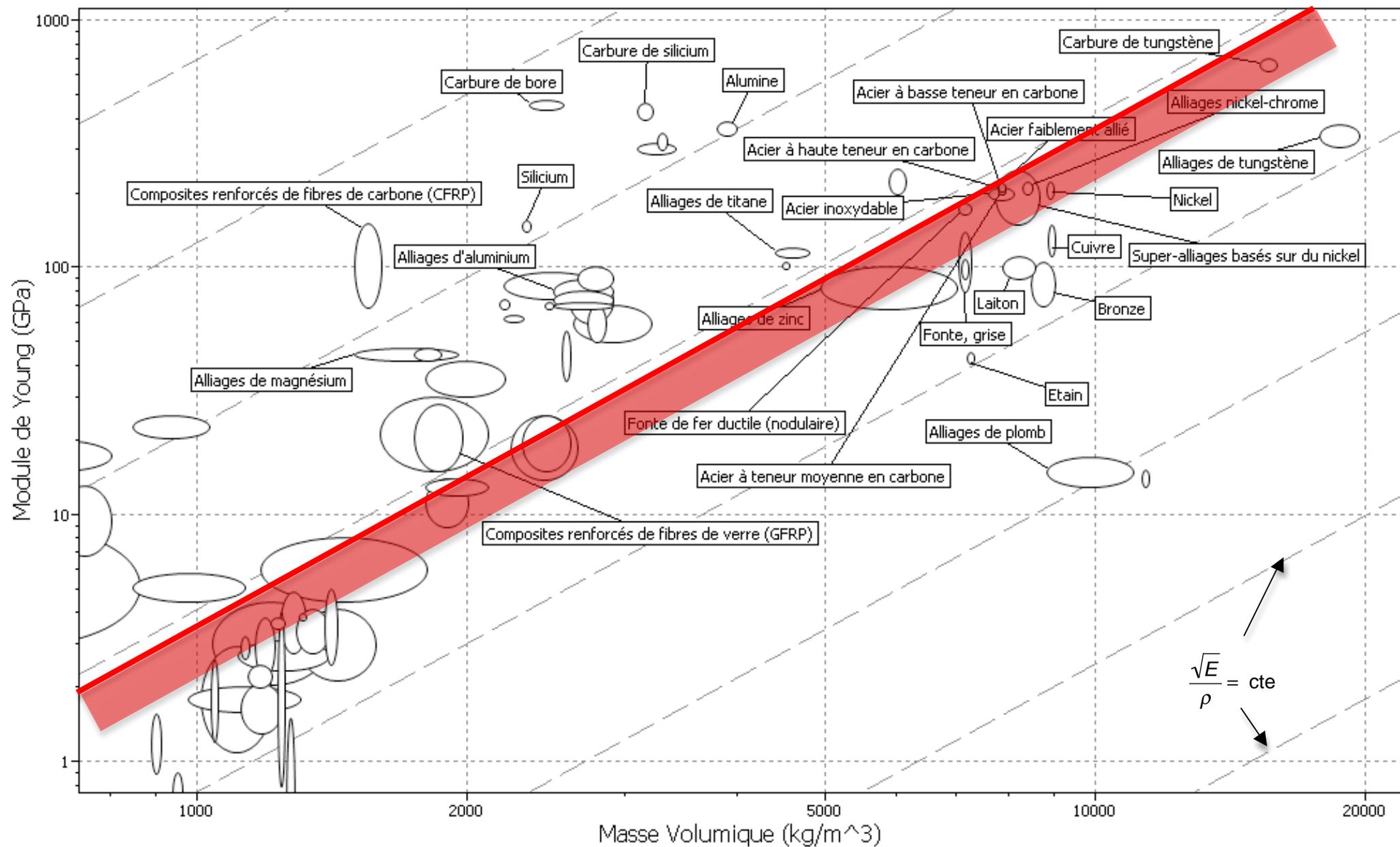
Solution 2 : capteur de pression monté sur le circuit hydraulique d'élévation de la nacelle.

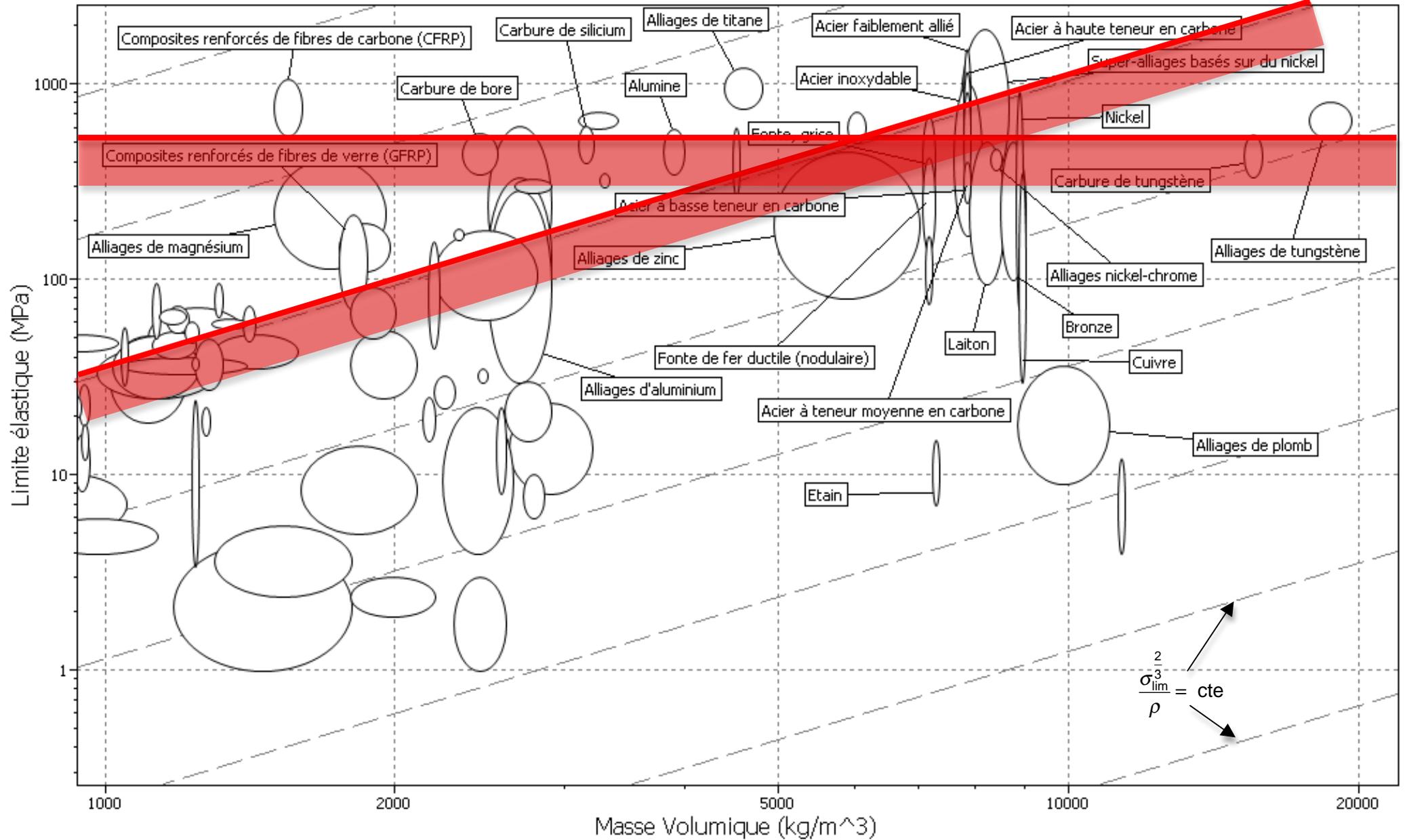
Synthèse globale du sujet

Question 40

Proposer, **en 10 lignes au maximum**, une brève note technique présentant le résultat de votre analyse et de votre conception résumant le travail que vous avez mené sur ce système en guise de conclusion générale.

L'intérêt d'utiliser un BEA dans les missions de secours par rapport aux grandes échelles « classiques » a été précisé notamment par le degré de liberté supplémentaire du système. L'orientation de la tourelle grâce à un moteur hydraulique a été justifiée par la puissance mise en œuvre en tenant compte des limitations des organes de la chaîne d'énergie. Des situations de défaut mécanique et hydraulique ont été ensuite précisées dans le cadre de phénomènes de vibration. L'interfaçage avec le porteur a montré l'intérêt de l'utilisation d'un joint tournant électro hydraulique. L'étude du bras télescopique a mis en évidence une évolution possible du couple section/matériau de cet organe. La réflexion proposée autour du bras pendulaire a permis de suggérer une évolution vers un encombrement réduit de celui-ci en précisant un squelette fonctionnel puis des spécifications géométriques d'une pièce de la solution retenue. Enfin, une brève étude a permis de valider certains éléments de sécurité retenus par le fabricant.





Épreuve d'Analyse et Conception de Systèmes

1. Présentation du sujet

L'épreuve de la session 2010 s'appuyait sur un Bras Élévateur Aérien (BEA) de la société EGI filiale du groupe international GIMAEX spécialisé dans la lutte contre l'incendie. Le sujet comportait 40 questions déclinées en cinq parties indépendantes. La 40^e question proposait au candidat de réfléchir sur une synthèse technique du travail réalisé durant l'épreuve de 8 heures. Le sujet avait pour ambition de couvrir un vaste domaine de connaissances et de compétences indispensables à un professeur agrégé d'aujourd'hui. Il n'hésitait pas à déborder, tout en restant dans le cadre du programme du concours, sur des parties plus couramment traitées dans les autres épreuves. L'ambition d'une analyse et conception d'un système pluritechnique complexe actuel dépasse largement le simple domaine de la mécanique traditionnelle. La première partie permettait au candidat de s'approprier le sujet par la construction d'un argumentaire de choix d'un véhicule de sauvetage. Elle permettait, entre autres, de comparer le BEA à une « grande échelle » plus traditionnelle pour mettre en œuvre des fonctions propres à ce type d'engin. La deuxième partie s'appuyait sur l'étude de la tourelle et de son orientation. Une première approche permettait au candidat de valider le choix du moteur hydraulique utilisé en prenant en compte les limitations d'organes de la chaîne d'énergie de l'actionneur. La phase d'arrêt est importante dans le cadre d'interventions et il était intéressant d'étudier les effets vibratoires à la fois mécanique et hydraulique durant cette phase. L'analyse et la conception de l'installation de la tourelle sur le porteur permettaient au candidat de montrer ses aptitudes à s'appuyer sur un modèle, à utiliser des documents du fabricant de la couronne d'orientation et à proposer une esquisse de la mise en place de l'ensemble sur le porteur. La troisième partie s'intéressait au bras télescopique. Il fallait notamment proposer des principes de fonctionnement et analyser les liaisons entre les éléments du bras et valider le choix du matériau des patins. Une étude spécifique de la forme de la section du bras et d'une optimisation du couple section/matériau de ce dernier était envisagée avec une analyse de plusieurs solutions par la méthode des indices proposée par Ashby et communément utilisée aujourd'hui. La quatrième partie était centrée sur une reconception de l'articulation du bras pendulaire du BEA et sur une définition géométrique d'un composant d'une solution constructive. Cette étude exigeait une bonne culture technologique capable de mettre en relation principe, solution et contrainte. Elle demandait également des aptitudes à l'innovation et à la créativité afin de proposer des solutions diverses et variées. Puis une série logique de questions conduisait le candidat vers la définition géométrique d'une pièce de l'articulation. Cette définition devait être exprimée par un codage normalisé de cotation. La dernière partie mettait en évidence certains éléments de sécurité de l'engin. Après une analyse de la stabilité du BEA, les candidats devaient étudier le mécanisme de maintien de l'horizontalité de la nacelle à la fois ses parties commande, mécanique et hydraulique et proposer deux solutions de principe de la limitation et du contrôle de la charge. Une conclusion synthétique clôturait l'étude.

2. Analyse globale des résultats

Le sujet était plutôt long, mais beaucoup de candidats n'ont pas hésité à traiter l'ensemble des parties en choisissant les questions sur lesquelles ils se sentaient le plus à l'aise. Quelques candidats ont montré d'excellentes aptitudes à proposer des solutions efficaces en ayant une bonne vision d'ensemble du sujet. Il reste néanmoins quelques candidats mal préparés qui ne maîtrisent pas les éléments de base pour traiter une épreuve de ce type. Certaines des remarques qui ont été proposées lors des sessions précédentes ont été prises en compte par les candidats. Par exemple, si, à la suite de calculs, les valeurs numériques trouvées sont aberrantes, une analyse ou un commentaire est proposé ce qui permet au jury de bien voir que le candidat possède les ordres de grandeur des phénomènes étudiés. La partie 1 a été souvent traitée mais avec des résultats mitigés. Si le début de la deuxième partie a également été étudié par beaucoup de candidats, l'analyse des vibrations, qui a été plutôt bien vue par les candidats qui l'ont traitée, n'a pas fait recette. En revanche, l'étude de la liaison tourelle/porteur, via la couronne, pour sa partie validation a été plutôt correctement abordée. La proposition de solutions de principe et l'analyse de l'hypersatisme des liaisons glissière entre les éléments du bras, dans la troisième partie ont fait l'objet de bonnes propositions. L'étude du couple forme/matériau n'a, par contre, été que peu traitée alors qu'elle était plutôt facile à travers la méthode des indices d'Ashby.

Le travail de la partie 4 est relatif à une étude de reconception et de définition géométrique d'une pièce. Les recommandations faites par le jury à propos d'une étude similaire proposée dans l'épreuve de la session précédente n'ont pas été prises en compte apparemment. Si la définition géométrique par le codage normatif n'est pas totalement maîtrisée, il est néanmoins indispensable que le professeur agrégé de mécanique puisse déterminer les contraintes géométriques par les outils usuels d'analyse.

La plupart des candidats ont bien abordé la dernière partie avec l'étude de stabilité du BEA et la proposition du principe mécanique/hydraulique du maintien de l'horizontalité. Le calcul de la fonction de transfert n'a pas été toujours concluant bien que le résultat était donné et peu de candidats ont traité la précision et la stabilité de la commande. Seul sept candidats ont proposé une synthèse globale du sujet. Nous conseillons, comme après chaque session de l'agrégation, une lecture globale du sujet au début de l'épreuve afin d'identifier au mieux les parties pour lesquelles le candidat pense avoir les meilleures chances de réussite.

3. Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux candidats

Partie 1

La lecture du sujet a permis à la quasi-totalité des candidats de mettre en exergue l'utilité d'un tel engin pour une intervention de sauvetage de personnes ou d'attaque du feu : de nombreux candidats ont choisi de dessiner des situations nécessitant de contourner un obstacle, d'autres les ont décrites littéralement. Pour optimiser le temps de manœuvre de ce type d'engin, les candidats ont été nombreux à proposer la simultanéité des mouvements, solution classique à utiliser en priorité. Certains, beaucoup moins nombreux, ont évoqué le fait que les mouvements de rotation engendrent des temps d'évolution du système généralement plus longs. Une étude plus fine dans ce sens était donc attendue. La compréhension d'un texte de norme n'est pas facile, les réponses exprimées le prouvent. Quant à l'expression d'un modèle global d'effort, cela ne pose pas de difficultés majeures aux candidats quand le problème est bien posé. L'investigation du point de vue cinématique a été bien menée par la plupart des candidats ; en revanche, certains, rares, montrent une méconnaissance totale des architectures mécaniques de base.

Partie 2

Il est encore surprenant que de nombreux candidats ne sachent pas tracer correctement le schéma bloc d'un asservissement pour lequel il n'était pas demandé les fonctions de transfert des éléments mais uniquement la nature et les unités des informations transmises entre les blocs. Le dimensionnement du moteur hydraulique a été souvent traité : il était assez commode d'utiliser le théorème de l'énergie cinétique plutôt que le principe fondamental de la dynamique ici, ce que beaucoup de candidats ont bien vu. De bonnes études sur la puissance ont été alors proposées. Reste toujours des candidats qui mériteraient d'être plus « synthétiques » dans la phase calculatoire. Le calcul de la puissance maximale transmise par le distributeur ainsi que son rendement n'ont que trop peu souvent été traités avec succès. Les ordres de grandeur des rendements de la chaîne de transmission de l'énergie sont bien connus des candidats. Il est dommage que l'analyse des courbes d'amortissement hydraulique ait été délaissée car les candidats qui s'y sont risqués ont plutôt réalisé une bonne étude et des commentaires pertinents. À part quelques erreurs de calculs, la validation du choix de la couronne n'a pas posé de gros problèmes aux candidats qui connaissent également les principes des joints tournants et ont indiqué des schémas ou des représentations adaptées. La mise en place, sous forme d'un dessin à main levée, de l'architecture de la liaison tourelle/support a été peu traitée malgré la relative simplicité de l'exercice : il n'était pas demandé de rentrer en détail dans la conception mais, comme le présente le corrigé de montrer l'agencement de la solution envisagée.

Partie 3

Le jury a apprécié la qualité de nombreuses solutions de principe du bras télescopique ainsi que l'étude de l'hyperstatisme des liaisons glissière : les candidats ont proposé une analyse pertinente du résultat obtenu. L'étude de l'influence de la déformation des patins a été abordée par la moitié des candidats avec souvent une analyse correcte. Certains n'ont cependant pas toujours bien exploité le document technique définissant le comportement du matériau. La partie qui concernait l'étude formes/matériaux du bras télescopique n'a été abordée que par quelques candidats : il semble que l'étude des critères de choix par optimisation des matériaux ne fasse pas partie de la culture des candidats ce qui est plutôt regrettable. L'étude finale du flambement du bras, qui était assez classique et largement abordable, n'a malheureusement été que très peu traitée.

Partie 4

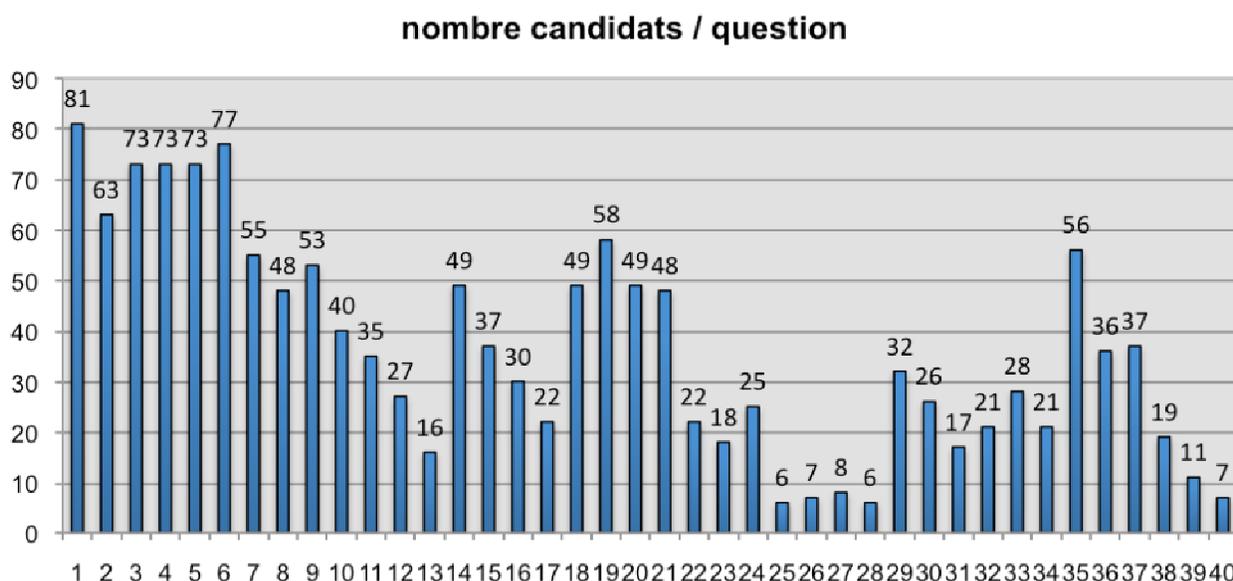
Cette partie du questionnement n'a été traitée que par un tiers des candidats. Visiblement, ces derniers ne sont pas attirés par la recherche de solutions constructives de la partie « effecteur » du système à concevoir. Les candidats, ayant une culture des solutions et inventifs, ont bien réussi les premières questions de cette partie. Pour les questions suivantes relatives à la définition géométrique d'une pièce d'un sous-ensemble, les réponses formulées sont décevantes car malgré une démarche complètement décrite, les résultats montrent une méconnaissance du concept de surfaces fonctionnelles, de contraintes géométriques et du codage normatif. Pour le moins, le jury conseille aux futurs candidats de maîtriser davantage les méthodes d'analyse géométrique des systèmes mécaniques. Quant à la notion de squelette de maquette CAO, les candidats n'ont pas mieux

réussi cette question ; cela a été un handicap pour eux de conduire l'étude de définition géométrique jusqu'à son terme.

Partie 5

La première question sur la stabilité de l'engin a été traitée par un peu moins des 2/3 des candidats avec plutôt une bonne réussite. La suite a eu moins de succès. La réduction de la fonction de transfert en boucle ouverte a posé des problèmes à certains candidats ; d'autres n'ont pas suffisamment démontré le résultat donné dans le sujet en affirmant sans véritable explication comment ils y parviennent. Le passage radian/degré a également été oublié. Le calcul de la précision a été tenté avec peu de succès. Le calcul de la stabilité de la commande a rarement abouti. La proposition de solutions pour limiter la charge, si elle a été peu traitée, a conduit à de bonnes solutions. La question de synthèse n'a que peu et médiocrement été traitée.

Analyse du nombre de candidats ayant abordé les différentes questions

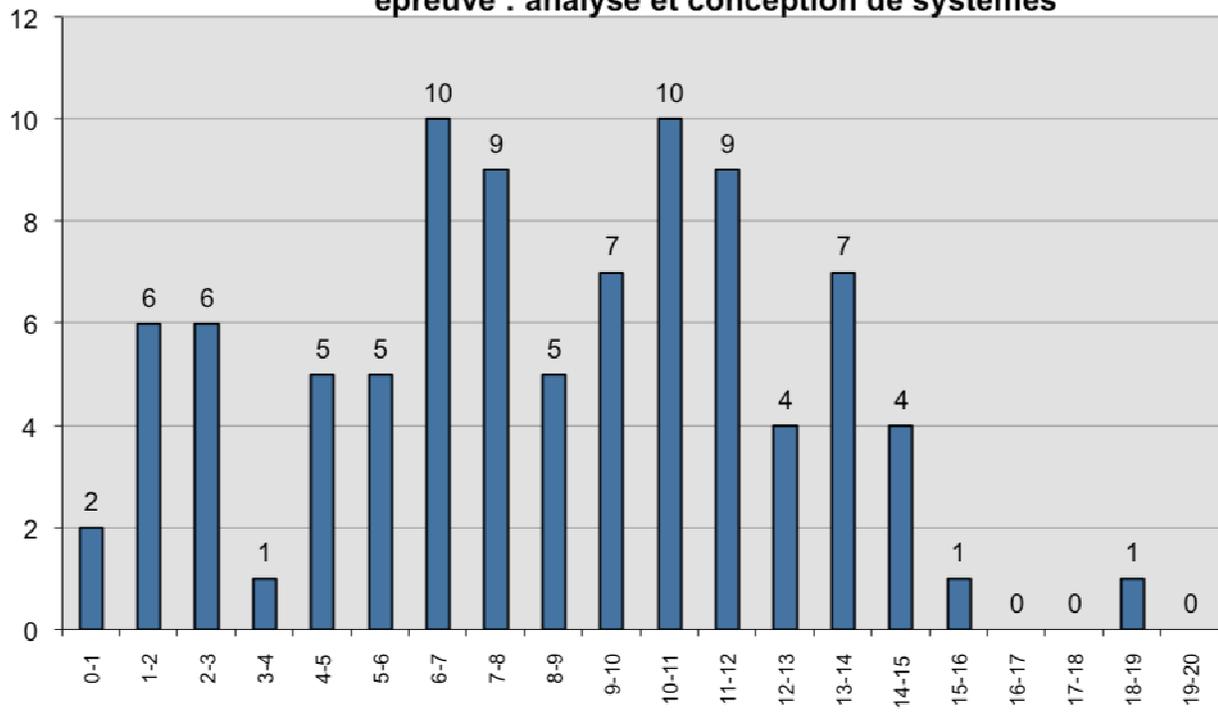


4. Conclusion

Même si le sujet était long et relativement large dans l'éventail des connaissances sollicitées, certains candidats se sont montrés très à l'aise avec un très bon taux de réussite. Au-delà du fond, il faut signaler également que, sur la forme, la rédaction de la copie doit être soignée car la compréhension des réponses du candidat en est facilitée et la qualité de communication est exigible dans un concours de recrutement de professeurs.

On ne peut qu'encourager les futurs candidats à lire et relire les différents rapports des jurys de l'agrégation afin de bien comprendre ce qui est attendu dans cette épreuve dont l'évolution se tourne vers une analyse et une conception de systèmes pluritechniques et ne traite plus uniquement que de leur aspect mécanique.

Agrégation de Mécanique Session 2010
épreuve : analyse et conception de systèmes



SESSION 2010

CONCOURS EXTERNE DE RECRUTEMENT DE PROFESSEUR AGREGES

Sections : GENIE MECANIQUE / MECANIQUE

Epreuve d'Automatique et d'Informatique Industrielle

Durée : 6 heures

L'usage des instruments de calcul, en particulier calculatrice électronique de poche – y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique, à fonctionnement autonome, non imprimante - est autorisé conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

Tout document ou autre matériel électronique sont interdits

Les candidats peuvent formuler toutes les hypothèses qu'ils jugeront nécessaires pour répondre aux questions posées.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons de son initiative.

Le candidat doit obligatoirement traiter les **deux** parties sur des copies **distinctes**, en précisant sur chaque copie, le titre, le repère et la partie de l'épreuve traitée.

SYSTEME DE DEPOSE DE GEL

INTRODUCTION

Le sujet s'appuie sur une pré-étude réalisée pour le développement d'une machine de dépose de gel sur des articles de sport.

Une entreprise qui fabrique des vêtements de sport haut de gamme a développé des produits sur lesquels elle dépose un gel qui permet d'améliorer leur confort d'usage. Sur chaque article, elle dépose une ou deux empreintes sous forme d'un rectangle. Pour le moment, l'opération de dépose du gel se fait d'une manière manuelle. L'entreprise désire automatiser cette opération de dépose afin d'augmenter les cadences de production, d'améliorer la qualité de dépose et d'optimiser la consommation de gel.

La figure 1 donne une vue générale de la machine développée. Pour faciliter l'opération de dépose, les articles sont disposés sur des formes en métal que nous appellerons aussi palettes. Le gel se présente sous forme liquide et est déposé par gravitation. Après la dépose, il faut maintenir les articles sur leur forme pendant 4 minutes, avant de les manipuler, pour laisser le temps au gel de se solidifier. Ensuite, les articles peuvent être retirés de leur forme et empilés les uns sur les autres sans risquer de détériorer l'empreinte de gel.

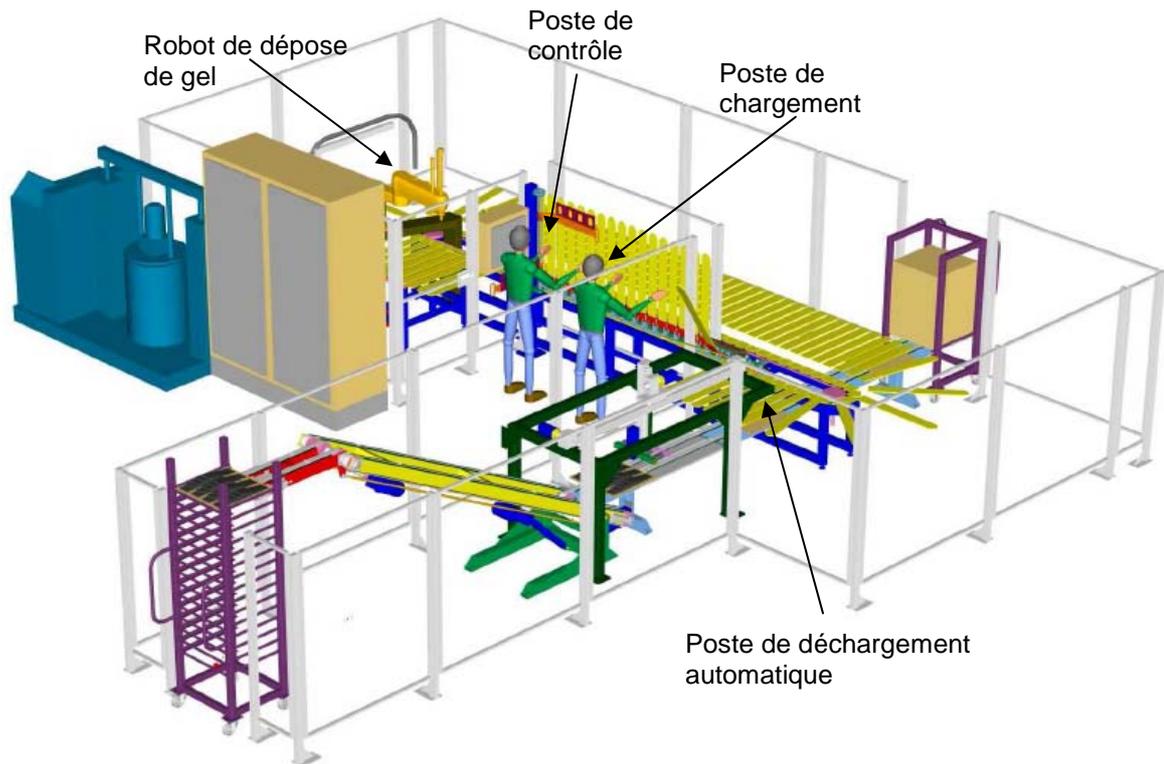


Fig.1 : Schéma général de l'installation

La machine est composée de plusieurs sous-ensembles :

- le poste opérateur comprenant : une zone de chargement manuel, une zone de contrôle de positionnement des articles et une zone de déchargement manuel,
- le convoyeur à palettes,
- le système de dépose de gel par gravité, composé d'un robot muni d'une buse,
- le poste de traitement et de pompage de gel,
- le poste de déchargement automatique.

PARTIE A ETUDE DE LA COMMANDE SEQUENTIELLE

Rappel : cette partie est à rédiger sur copie(s) séparée(s)

Remarque

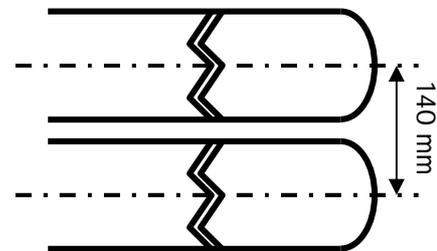
Les deux parties (A1 et A2) constituant la **partie A** sont indépendantes. Il est conseillé, cependant, de prendre connaissance de l'ensemble du sujet avant de traiter l'une des deux parties.

A1. DIMENSIONNEMENT DU SYSTEME DE CONVOYAGE

Cette partie va s'intéresser au dimensionnement du convoyeur et de certains de ses composants.

Le système de convoyage choisi est celui de la société HEPCO de type DTS25-351 (voir Document Ressource 1) dont la longueur et le nombre des palettes seront déterminés dans les questions qui suivent. Les caractéristiques principales sont les suivantes :

- liaison fixe à la courroie,
- pas de système d'indexage,
- forme ovale avec 2 poulies motrices,
- 2 moto-réducteurs synchrones avec codeur et frein synchronisés entraînant les deux poulies,
- châssis complet en profilé aluminium.
- 140 mm entre 2 palettes (figure ci contre).



L'avance du convoyeur se fait par pas de 4 palettes, et non en continu pour faciliter le positionnement des articles sur les formes métalliques par l'opérateur et pour la dépose du gel par un robot. A chaque fois que le convoyeur s'arrête, l'opérateur a, normalement, le temps de positionner et d'ajuster 4 articles sur les palettes.

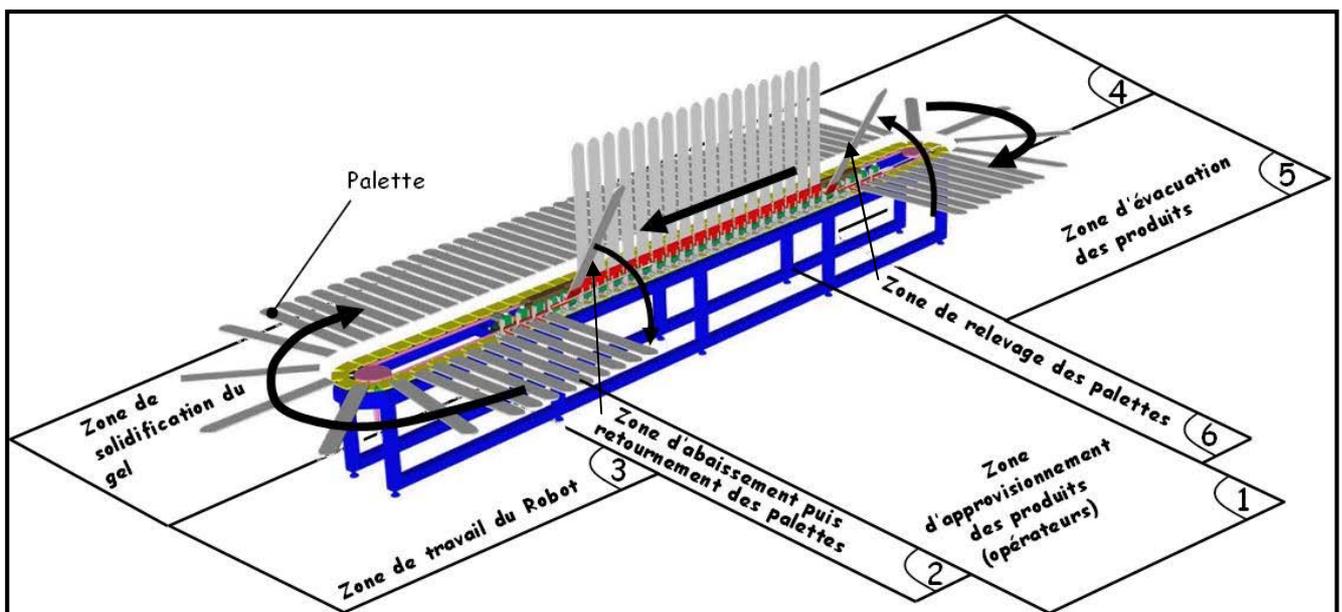


Fig. 2 : Le convoyeur

Le convoyeur est composé de plusieurs zones :

- zone de travail de l'opérateur avec 3 parties (Zone 1 sur fig. 2) (fig. 3):
 - partie de chargement : 4 palettes,
 - partie de contrôle, pour que l'opérateur contrôle et ajuste le positionnement des articles sur les formes à l'aide de gabarit: 4 palettes,
 - partie de déchargement manuel, utilisée uniquement en cas de panne du système de déchargement automatique: 4 palettes,
- zone tampon 1 : 2 palettes,
- zone de basculement : 4 palettes, (Zone 2 et 6 sur fig.2)
- zone de retournement : 2 palettes, (Zone 2 sur fig. 2)
- zone de dépose de gel : 4 palettes, (Zone 3 sur fig. 2)
- zone de séchage : X palettes (X sera déterminée dans les questions ci-dessous) (Zone 4 sur fig. 2),
- zone tampon 2 : 2 palettes,
- zone de déchargement automatique : 4 palettes. (Zone 5 sur fig. 2)

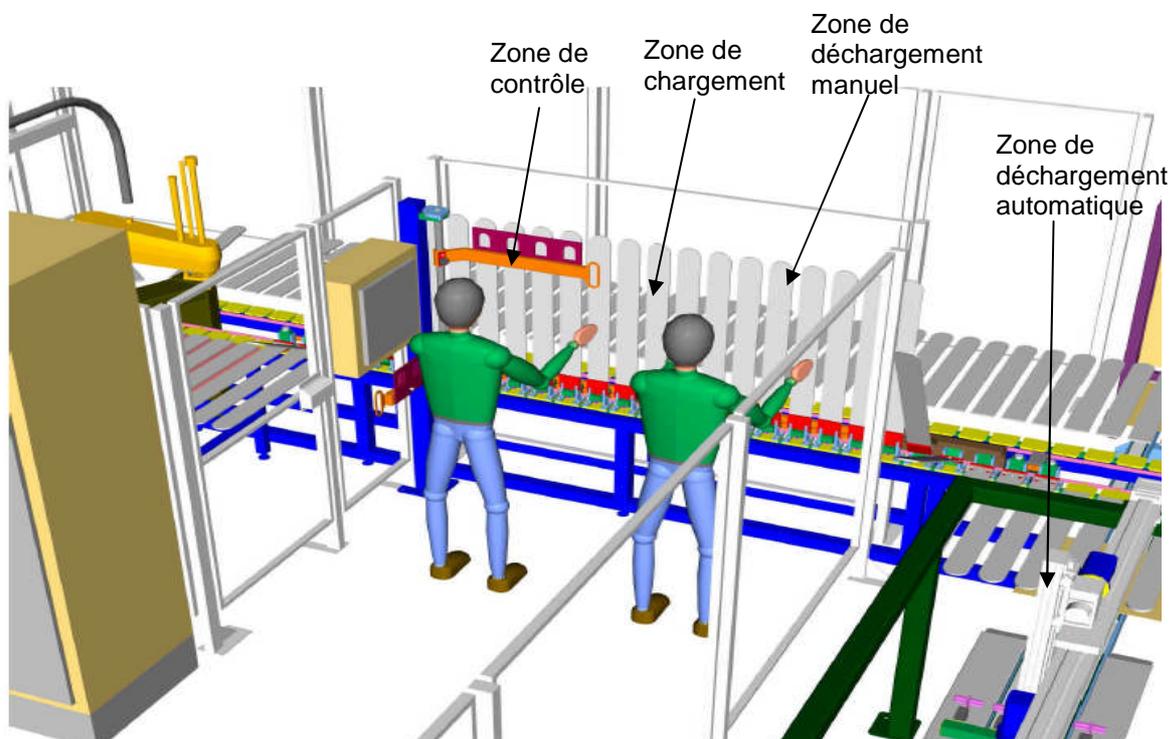


Fig. 3 : Poste Opérateur

- QA1-1** L'entreprise désire avoir une production de 800 articles par heure. Dans l'hypothèse d'un fonctionnement continu, de combien de temps dispose l'opérateur pour positionner un article sur sa palette? On rappelle que les palettes sont positionnées tous les 140 mm. En déduire la vitesse moyenne d'avancement du convoyeur.
- QA1-2** Pourquoi est-il nécessaire de basculer puis de retourner les palettes entre leur passage dans la zone de chargement par l'opérateur et leur passage dans la zone de dépose du gel ?
- QA1-3** Le temps nécessaire pour le refroidissement du gel avant de pouvoir enlever les pièces est de 4 minutes. Calculer alors le nombre total de palettes que doit comporter le convoyeur. Il faut un nombre multiple de 4.
- QA1-4** Quelle est alors la longueur totale du convoyeur ?
- QA1-5** Afin de faciliter le chargement des pièces par l'opérateur sur les palettes, le chargement se fait à l'arrêt et les palettes avancent 4 par 4. Le convoyeur avance à la fin de chaque chargement de 4 pièces. Si l'on veut que la phase d'avance dure 3 secondes et que la production horaire soit de 800 pièces par heure, quelle est alors le temps t_c laissé à l'opérateur pour charger et contrôler les quatre articles ?

On adopte un profil trapèze pour la vitesse du convoyeur.

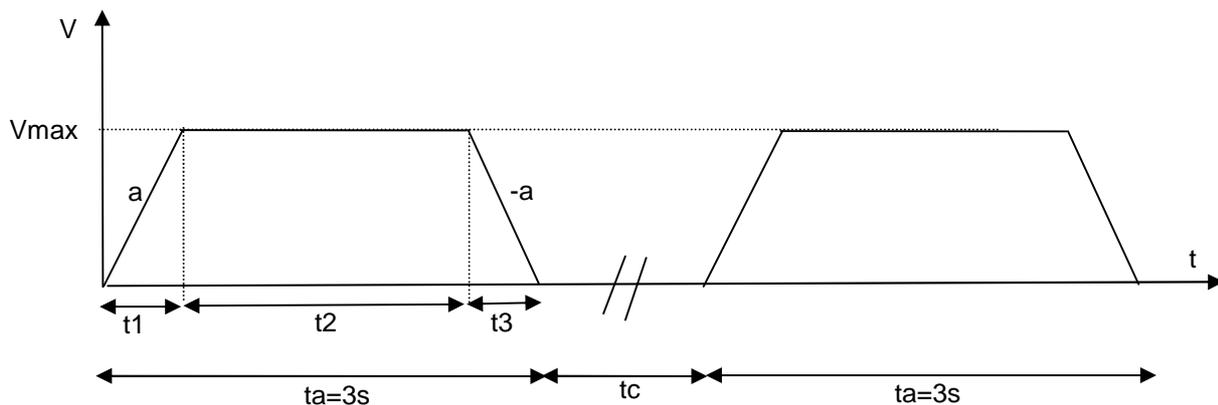


Fig. 4 : Profil de la vitesse du convoyeur

Données :

V : Vitesse du convoyeur,

V_{max} : Vitesse maximale du convoyeur,

t_a : temps d'avance du convoyeur,

t_c : temps de chargement et de contrôle des articles par l'opérateur,

Le profil de vitesse comporte quatre phases :

- Phase 1 : accélération avec une accélération « a », durée t_1 ,
- Phase 2 : vitesse constante V_{max} , durée t_2 ,
- Phase 3 : décelération avec une décelération « $-a$ », durée t_3 ,
- Phase 4 : arrêt pour le chargement des articles et leur contrôle, durée t_c .

L'accélération « a » est limitée à $0,5 \text{ m.s}^{-2}$.

QA1-6 Quel est l'intérêt de la limitation de l'accélération ?

Calculer les valeurs manquantes du profil de vitesse : t_1 , t_2 , t_3 et V_{max} .

Dimensionnement des moto-réducteurs pour l'entraînement du convoyeur

L'entraînement du convoyeur se fait par deux moto-réducteurs disposés chacun dans l'un des virages de la boucle de convoyage. Chaque moto-réducteur entraîne l'une des deux poulies motrices du convoyeur, et on admet qu'ils fournissent le même couple. Le document ressource 1 détaille la structure mécanique du convoyeur.

QA1-7 Le moteur choisi aura une vitesse de rotation nominale de 2000 tr/min. On désire que cette vitesse corresponde à la vitesse d'avance linéaire V_{max} pour le convoyeur. Le rayon des poulies motrices est $R_p = 175,5$ mm (voir Document Ressource 1).

Déterminer le rapport de réduction K du moto-réducteur. ($K = \omega_{poulie} / \omega_{moteur}$)

QA1-8 L'inertie ramenée à la poulie de l'ensemble du convoyeur chargé, du système de transmission et des deux poulies d'entraînement est $J_r = 500$ kg.m². Calculer J_{rm} , l'inertie ramenée à l'arbre moteur de l'ensemble du système de convoyage. L'inertie du réducteur sera négligée et son rendement sera égal à 1.

QA1-9 Déterminer le couple électromécanique que doit fournir chacun des deux moteurs lors de chacune des quatre phases du cycle d'avance. On admettra qu'il y a un couple de frottement sec résiduel $C_f = 5$ N.m ramené à l'axe moteur.

Récapituler les résultats dans un tableau de la forme :

Phase	Durée	Vitesse arbre moteur	Accélération arbre moteur	Couple électromécanique
1
2
3
4

QA1-10 Tracer les profils de la vitesse ω_{moteur} et du couple électromécanique C fourni par chacun des moteurs lors d'un cycle de convoyage.

Pour le choix du moteur, il est nécessaire de déterminer le « couple thermique équivalent » correspondant aux différents couples présents dans le cycle de travail et de choisir un moteur qui fournit un couple permanent supérieur au couple thermique.

Par définition, le couple thermique se calcule à partir de l'expression :

$$C_{th} = \sqrt{\frac{\sum_i C_i^2 t_i}{T}}$$

T : durée totale du cycle

t_i : durée de la phase i

C_i : couple électromécanique lors de la phase i

C_{th} : couple thermique équivalent

QA1-11 Déterminer le couple thermique équivalent C_{th} pour l'ensemble du cycle.

QA1-12 A l'aide du document ressource 2, déterminer une référence pour les deux moteurs.

Une fois un moteur choisi, il faut vérifier qu'il convient au fonctionnement souhaité en intégrant les caractéristiques du moteur données par le constructeur. Il faut alors tenir compte du moment d'inertie du moteur, du couple maximal et de la vitesse maximale. Il faut vérifier que le temps de cycle soit inférieur à 5% de la constante de temps thermique. D'autre part, si le moteur doit fonctionner en saturation (couple supérieur au couple permanent), il faut alors majorer le couple par un facteur de 1,2 et refaire le calcul du couple thermique.

QA1-13 En intégrant les caractéristiques du moteur, vérifier la validité du choix de la question QA1-12

A2. COMMANDE DU SYSTEME DE CONVOYAGE

Le cahier des charges de cette installation de production définit plusieurs modes de fonctionnement :

- **MODE ARRET** : L'ensemble de l'installation est à l'arrêt ;
- **MODE PRODUCTION** : C'est le mode de production normale, où l'opérateur charge les articles 4 par 4 au poste de chargement et valide la fin de son travail pour permettre la poursuite du cycle ;
- **MODE URGENCE** : Le système rentre dans ce mode après appui sur l'un des boutons arrêt d'urgence ou le déclenchement d'une sécurité ;
- **MODE DE TEST** : Ce mode permet de vérifier individuellement les différents composants de l'installation ;
- **MODE REGLAGE** : Ce mode sert au changement des campagnes de production. L'installation doit être complètement vide de tout article ;
- **MODE DEMARRAGE** : Permet de démarrer une nouvelle campagne de production. Les différents postes de la machine se remplissent au fur et à mesure ;
- **MODE DE MAINTENANCE** : Permet à l'opérateur de rentrer dans la zone du convoyeur par une porte de l'enceinte de sécurité. Aucun mouvement de la machine n'est autorisé lors de ce mode ;
- **MODE VIDANGE** : Permet de terminer une campagne de production. L'opérateur ne charge plus les articles aux postes de chargement. Les articles déjà chargés sont traités puis déchargés les uns après les autres. Dans ce cas, l'opérateur ne valide plus la fin de chargement car il n'y a plus de chargement ;
- **MODE DE FONCTIONNEMENT DEGRADE** : Lorsque le poste de déchargement est non disponible, il est possible de mettre en place un déchargement manuel. Si un opérateur supplémentaire est sollicité pour cette opération, il se positionnera à la zone de déchargement prévue à cet effet dans le poste opérateur.

Gestion de la sécurité pour les opérations de maintenance :

La sécurité du système est gérée par :

- une barrière immatérielle ;
- 6 arrêts d'urgences ;
- un « inter-verrouillage » positionné sur la porte d'entrée dans l'enceinte de sécurité.

Le déclenchement de l'une de ces sécurités provoque un arrêt immédiat du système.

QA2-1 Proposer un outil de spécification et de représentation qui permettrait de synthétiser les différents modes de marche et d'arrêt décrits ci-dessus.

QA2-2 Utiliser l'outil proposé ci-dessus pour présenter une synthèse complète des modes de marche et d'arrêt du système de production. Déterminer les commandes nécessaires qu'il faut ajouter pour contrôler les transitions entre ses différents modes.

QA2-3 Proposer un grafcet de conduite de l'installation.

Commande de verrouillage de la porte d'entrée à l'enceinte de sécurité

Le verrouillage est géré comme un arrêt différé. Il dispose d'une boîte à deux boutons poussoirs lumineux pour son pilotage.

- **Un bouton poussoir (BP) lumineux bleu** pour gérer les demandes d'accès :
 - éteint : pas de demande d'accès en cours,
 - clignotant : demande d'accès effectuée en attente de l'arrêt machine,
 - allumé fixe : accès en cours.
- **Un bouton poussoir (BP) lumineux orange** pour réarmer la sécurité et indiquer son état:
 - éteint : sécurité assurée,
 - allumé fixe : accès en cours, sécurité non assurée.

Pour chaque accès dans la zone de convoyage, l'opérateur effectue une demande d'accès (impulsion sur BP bleu). La machine termine, si besoin, ses cycles en cours; le bouton poussoir lumineux est alors clignotant. Lorsque le cycle en cours est terminé (« Cycle Terminé ») le système bloque le convoyeur avec le signal « Arrêt convoyeur » et fait passer le Bouton Poussoir bleu à allumage fixe pour indiquer à l'opérateur qu'il peut rentrer. Une deuxième impulsion sur le Bouton poussoir bleu permet de déverrouiller le verrou de la porte. Le voyant orange « Sécurité déclenchée » s'allume. A la fin de l'intervention, il faut réarmer la sécurité à l'aide d'une impulsion sur le bouton poussoir lumineux orange. Les deux voyants s'éteignent. La machine peut alors produire de nouveau.

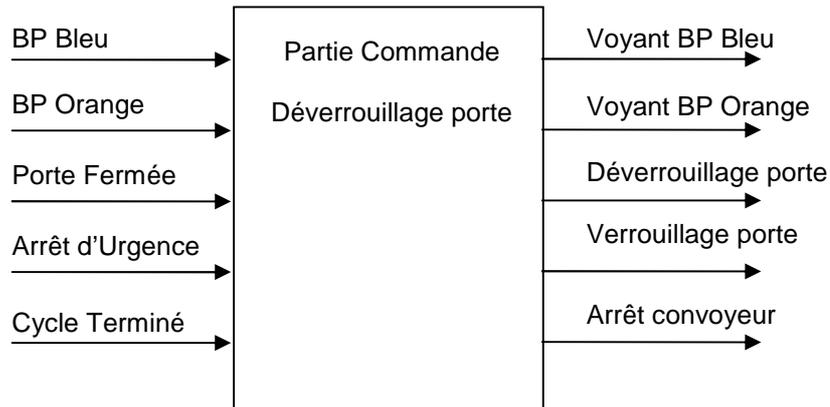


Fig. 5 : Bilan des entrées/sorties de la fonction « Verrouillage porte »

QA2-4 Proposer une logique de commande en grafcet pour la gestion de la boîte avec les deux boutons poussoirs.

Poste opérateur :

Le poste opérateur comprend 3 zones :

- une zone de déchargement manuel, utilisée en fonctionnement dégradé (Panne du poste de déchargement automatique),
- une zone de chargement manuel,
- une zone de contrôle de positionnement des articles sur les palettes.

Chacune de ces zones représente 4 palettes.

A chaque fois que le convoyeur s'arrête, l'opérateur a deux possibilités :

- s'il y a présence du signal « chargement demandé », alors le voyant vert est allumé. L'opérateur doit alors charger de nouveaux articles sur les palettes puis valider la fin de son travail par une impulsion sur « BP Validation »,
- s'il y a présence du signal « Retournement demandé », alors le voyant bleu est allumé. L'opérateur doit alors retourner les articles sur leurs palettes puis valider la fin de son travail par une impulsion sur « BP Validation ».

Comme cette zone comporte un risque de cisaillement pour l'opérateur, une barrière immatérielle est mise en place ainsi que le bouton poussoir de validation « BP Validation ». Ainsi, après l'allumage de l'un des voyants (vert ou bleu), l'opérateur effectue le travail demandé et la barrière immatérielle est donc forcément franchie car il introduit sa main. A la fin, l'opérateur donne une impulsion sur « BP Validation » pour signifier la fin de son travail.

QA2-5 Quelles sont les technologies utilisées pour la réalisation de barrières immatérielles ?

QA2-6 Spécifier la commande du poste opérateur sous forme d'un grafcet.

QA2-7 Traduire la commande spécifiée en langage à contact.

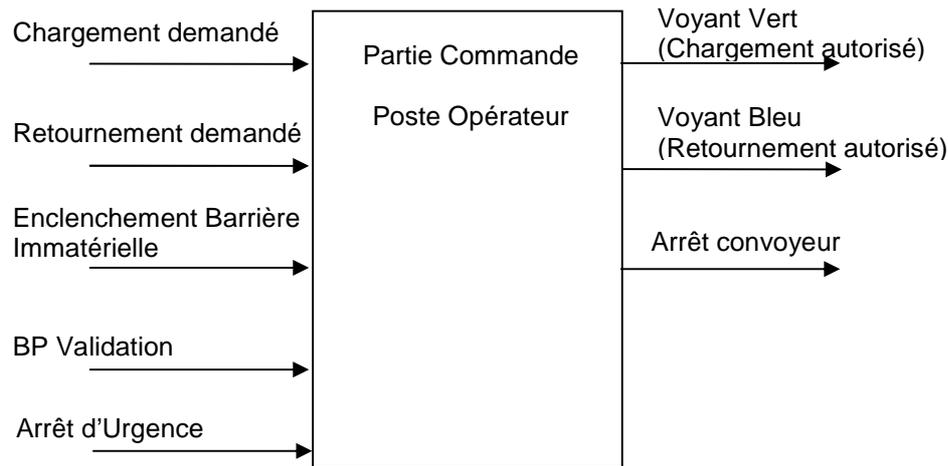


Fig. 6 : Bilan entrées/sorties du poste opérateur

Gestion de déposes multiples de gel

Les articles traités sont de deux types. Certains nécessitent la pose du gel uniquement sur un seul côté et d'autres nécessitent la pose du gel sur les deux côtés. Ces derniers doivent passer deux fois devant le robot dans le poste de dépose de gel (un passage pour chaque côté). C'est l'opérateur qui retourne l'article dans le poste de chargement lorsque l'article qui a besoin de deux déposes passe devant lui.

Pour faire la gestion de ces deux types de production, il y a la création dans la mémoire de l'automate d'un convoyeur virtuel, constitué d'un tableau de N entiers ($V[i]$), images des N palettes du convoyeur réel. L'entier de chaque élément du tableau présente le nombre de déposes effectuées par le robot sur l'article correspondant.

A chaque avance du convoyeur (4 positions), les palettes images sont décalées. A chaque fin d'opération de dépose du robot sur un article, le nombre de marquages effectués est incrémenté de 1.

Soit $V[i]$, avec $i = 1, \dots, N$ le tableau représentant le convoyeur virtuel créé dans l'automate.

$V[1], V[2], V[3], V[4]$ représentent les quatre positions du poste de chargement,
 $V[5], V[6], V[7], V[8]$ représentent les quatre positions du poste de contrôle,
 $V[9], V[10]$, représentent les positions des palettes de la zone tampon 1,
 $V[11], V[12], V[13], V[14]$ représentent les quatre positions du poste de basculement,
 $V[15], V[16]$, représentent les positions des palettes de la zone de retournement,
 $V[17], V[18], V[19], V[20]$ les quatre positions du poste de pose de gel,
 Etc.

QA2-8 Proposer un algorithme pour faire évoluer le convoyeur virtuel (le tableau $V[i]$) à chaque pas.

Gestion du poste de déchargement automatique:

A chaque fois que quatre palettes se positionnent devant le poste de déchargement, le système vérifie les conditions suivantes:

- « Présence palette », (une seule information),
- « Présence article 1 », « Présence article 2 », « Présence article 3 » et « Présence article 4 » (provenant des quatre capteurs qui vérifient la présence d'un article sur chacune des 4 positions du poste de déchargement,
- « $V[i] = \text{nombre de marquages à faire}$ », avec « i » les indices qui représentent les quatre positions du poste de déchargement.

Après analyse, le système de commande prend l'une des trois décisions suivantes :

- Si toutes les conditions sont vérifiées, le système bloque l'avancement du convoyeur avec la condition « Arrêt Convoyeur » et lance le cycle d'évacuation des articles en envoyant l'ordre « déchargement autorisé » au bras manipulateur qui pourra alors évacuer les 4 articles simultanément. A la fin du déchargement, une information « Déchargement effectué » est renvoyée par le bras manipulateur qui permettra d'autoriser l'avance du convoyeur.
- Si toutes les conditions sont vérifiées à part le nombre de marquages pour les quatre palettes qui n'est pas atteint alors le convoyeur n'est pas bloqué.
- Si un article est manquant, alors le convoyeur est bloqué et une alarme « anomalie déchargement » est remontée vers l'opérateur.

QA2-9 Spécifier une commande du poste de déchargement.

Supervision temps réel de l'installation :

Le système est muni d'une supervision sur un ordinateur distant qui présente en temps réel des synoptiques de l'état du système. Parmi les animations proposées, l'une d'entre elles propose la vision couleur des palettes du convoyeur en fonction de la présence de gel :

- couleur grise pour une palette n'ayant subi aucune dépose de gel,
- couleur bleue pour une palette ayant subi une seule dépose de gel,
- couleur verte pour une palette ayant subi deux déposes de gel.

QA2-10 Proposer une solution technique qui permet de créer cette animation sur l'ordinateur.

Calcul des cadences horaires

Le système calcule en continu la cadence horaire de production. Pour chaque heure, il comptabilise le nombre de pièces produites sorties au poste de déchargement. A la fin de chaque heure, le résultat est lu par le superviseur et stocké dans une base de données. Le responsable de la production peut ainsi afficher des graphiques représentant les cadences horaires de production. Cet indicateur sert aussi pour le calcul d'autres indicateurs tels que le TRS (Taux de Rendement Synthétique), le TRG (Taux de Rendement Global), le taux de rebut, etc.

QA2-11 Proposer un algorithme pour le calcul des cadences horaires.

Fonctionnement en mode dégradé avec un seul opérateur

Lorsque le poste de déchargement est en panne, le système peut tout de même fonctionner en mode dégradé en mettant en place un déchargement manuel. Ainsi, à chaque fois que le convoyeur avance (4 palettes), l'opérateur commence par enlever les quatre articles déjà traités avant de positionner quatre nouveaux articles.

Le déchargement des quatre palettes demandera 10 secondes supplémentaires lors de chaque cycle.

QA2-12 Quelle est la cadence horaire pour ce mode dégradé si l'on suppose que l'opérateur parvienne à réaliser toutes ses tâches (déchargement, chargement et contrôle) dans le temps imparti. Distinguer les deux cas : produits avec une seule dépose de gel et produits avec deux déposes de gel.

QA2-13 Conclure quant à la pertinence d'avoir un opérateur supplémentaire pour le déchargement.

PARTIE B ETUDE DU ROBOT ASSERVI DE DEPOSE DU GEL

Rappel : cette partie est à rédiger sur copie(s) séparée(s)

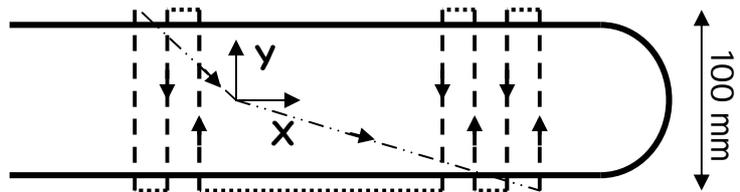
Nota : la notation $f(t)$ représente une fonction du temps, $F(p)$ est la transformée de Laplace de $f(t)$.

Une pompe assure l'alimentation en gel, mais seule la maîtrise des mouvements de la buse de dépose du gel permet de garantir la quantité de gel attendue sur les articles.

Cette partie du sujet étudie la faisabilité des déplacements du robot qui dispose de 15 secondes pour réaliser l'opération de dépose du gel sur 4 articles. Pour chaque article, les zones de dépose du gel se trouvent dans une zone rectangulaire de dimensions 100 mm x 300 mm au maximum. Le gel se répand autour du point de dépose selon un disque d'environ 1 cm de rayon.

Pour des raisons économiques, le concepteur a choisi d'effectuer les déplacements de la buse de dépose du gel à partir de deux systèmes vis-écrou à bille motorisés par deux moteurs à courant continu asservis. (voir fig.7 & 8)

Sur un article, le gel est déposé en bande de 2 cm de large et au maximum 100 mm de long. (voir figure ci-contre).



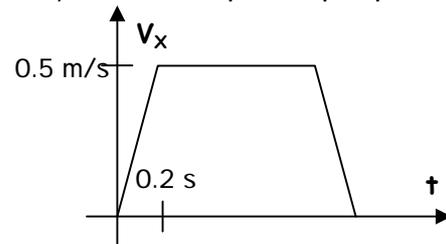
5 bandes au maximum sont déposées sur chaque article.

Le robot dépose le gel lors de déplacements suivant l'axe Y. La vitesse de dépose optimale du gel est de 0.2 m/s. Les déplacements du robot suivant Y doivent garantir cette vitesse et peuvent atteindre une vitesse maximale de 0.5 m/s sans déposer de gel.

Les déplacements suivant X doivent être précis (<0.2 mm) et aussi rapides que possible sans sollicitations inutiles de la structure.

Loi de déplacement souhaitée suivant X :
(Une phase d'accélération de 0.2 s maximum)

L'origine de programmation des déplacements de la buse est médiane pour chaque palette.



B1. ESTIMATION DE LA PRODUCTIVITE PREVISIONNELLE DU ROBOT

QB1-1 En négligeant les phases d'accélération et de décélération suivant Y, estimer le nombre de bandes que le robot peut réaliser sur un article. On rappelle que le gel doit être déposé sur 4 articles et que les déplacements du robot entre deux lots de 4 articles pourront être réalisés en temps masqué pendant l'avance du convoyeur.

QB1-2 Proposer deux stratégies qui permettraient d'augmenter le nombre de bandes déposées sans changer les performances du robot.

B2 - ESTIMATION DES PERFORMANCES DE L'AXE X DU ROBOT :

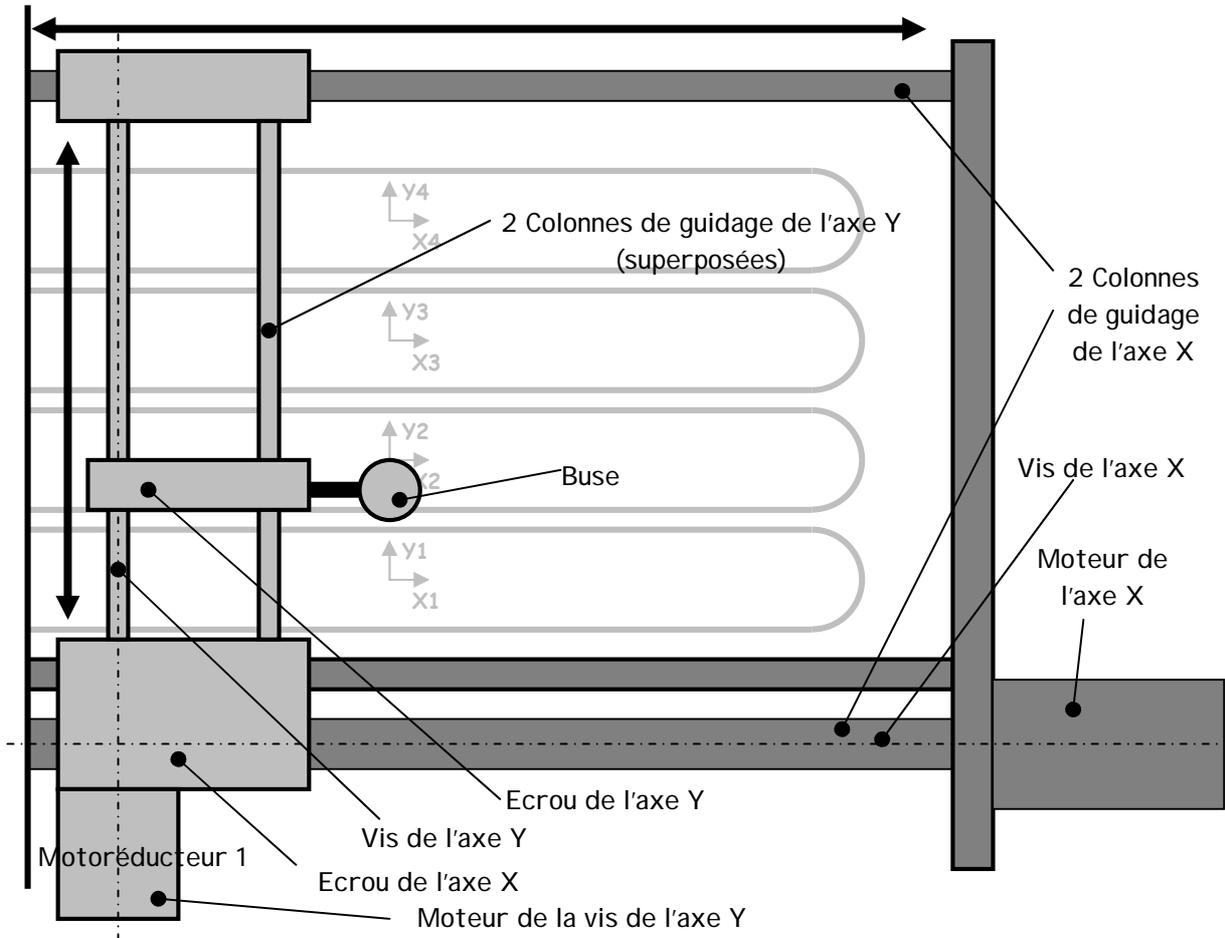


Fig. 7 : Schéma de principe du robot

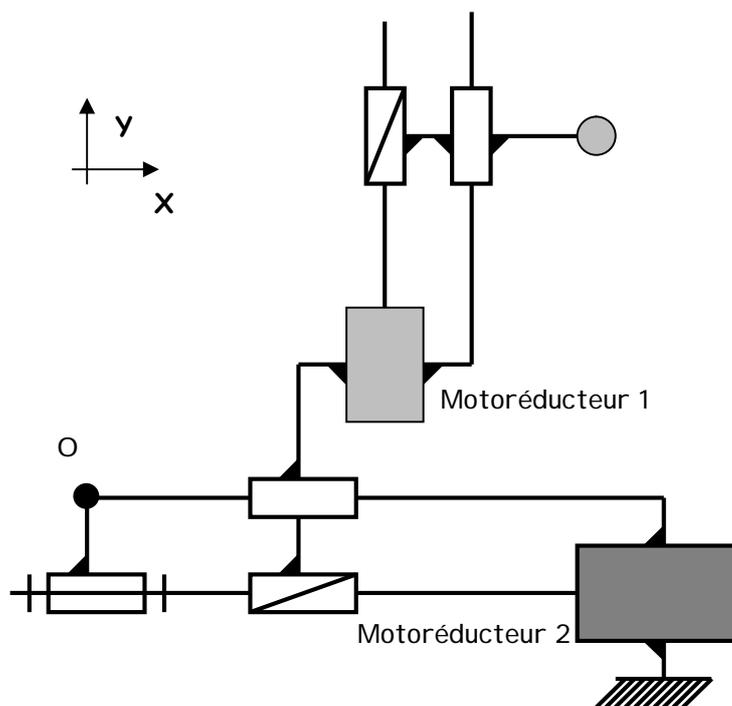


Fig. 8 : Schéma cinématique du robot

Caractéristiques de l'axe X

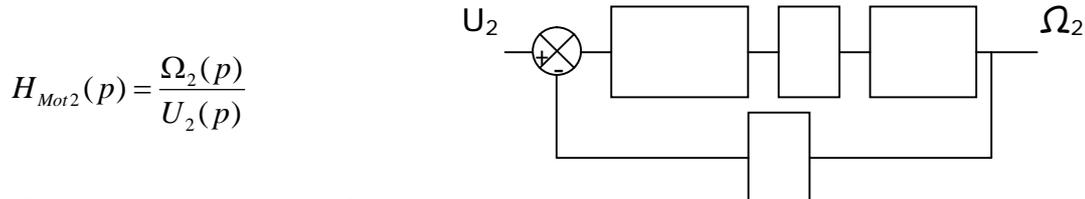
- m_1 : Masse de l'écrou et de la vis d'axe Y ;
 M_1 : Masse de la buse (avec l'ensemble de son système d'alimentation) ;
 m_2 : Masse de l'écrou d'axe X, des 2 colonnes d'axe Y et du motoréducteur 1 ;
 J_2 : Inertie équivalente du rotor, du réducteur et de la vis ramenée sur l'axe moteur 2 ;
 K_2 : Gain de la roue codeuse de l'arbre moteur 2 associé à un compteur d'incréments (on considèrera ce système comme continu) ;
 L_2 : Inductance des bobines du moteur 2 ;
 R_2 : Résistance du moteur 2 ;
 Cm_2 : Couple du moteur 2 ;
 ω_2 : Vitesse de rotation de l'arbre moteur 2 ;
 e_2 : Forces contre-électromotrices dans le moteur 2 ;
 Ke_2 : Constante de force contre-électromotrice du moteur 2 ;
 Kc_2 : Constante de couple du moteur 2 ;
 u_2 : Tension aux bornes du moteur 2 ;
 i_2 : Intensité dans le moteur 2 ;
 r_2 : Rapport de réduction du réducteur 2 ;
 p_2 : Pas de la vis 2 ;
 ω_{r2} : Vitesse de rotation de la vis 2.

Equations du moteur 2 :

$$\begin{aligned}
 u_{L2}(t) &= L_2 \cdot \frac{di_2(t)}{dt} \\
 u_{R2}(t) &= R_2 \cdot i_2(t) \\
 u_2(t) &= u_{R2}(t) + u_{L2}(t) + e_2(t) \\
 e_2(t) &= Ke_2 \cdot \omega_2(t) \\
 Cm_2(t) &= Kc_2 \cdot i_2(t)
 \end{aligned}$$

AN : $p_2=20$ mm/tr, $L_2=2.5$ mH, $R_2=2.65$ Ω , $Ke_2=1.1$ V/(rad/s), $r_2=1$, $Kc_2=1.1$ N.m/A, $M_1=50$ kg, $m_1=10$ kg, $m_2=20$ kg, $J_2=0,015$ kg.m².

QB2-1 Calculer l'inertie équivalente J_{eq} au niveau de l'arbre moteur 2. Calculer la fonction de transfert $H_{mot2}(p)$ et compléter le schéma bloc suivant :



QB2-2 Ce système est-il un système asservi ? Pourquoi ?

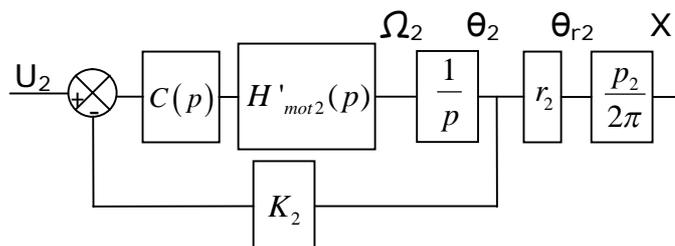
QB2-3 Montrer qu'il est possible de négliger l'inductance du moteur et d'assimiler la fonction de transfert par un ordre 1. Calculer $H'_{mot2}(p)$ en négligeant L.

Une roue codeuse est placée sur l'arbre moteur. Elle a une résolution importante qui permet de déterminer la position et la vitesse de la buse avec une bonne précision. La période d'échantillonnage étant très petite devant les constantes de temps du système, l'étude est réalisée avec une modélisation continue. La roue codeuse est représentée par un simple gain K_2 .

Pour la pré-étude, un cahier des charges réduit est fixé :

- Temps de réponse à 5% du robot suivant X : 0.25 s maxi
- Marge de phase mini : 45°

La modélisation retenue est la suivante (le correcteur $C(p) = 1$ pour QB2-4 et QB2-5) :



QB2-4 Quel est le principe de fonctionnement de ce capteur et quel est l'intérêt de le placer en amont du réducteur ? Quel pourrait en être l'inconvénient ?

QB2-5 A partir du diagramme de Bode donné dans le Document Ressource 3, montrer qu'il y a un risque pour la stabilité du système.

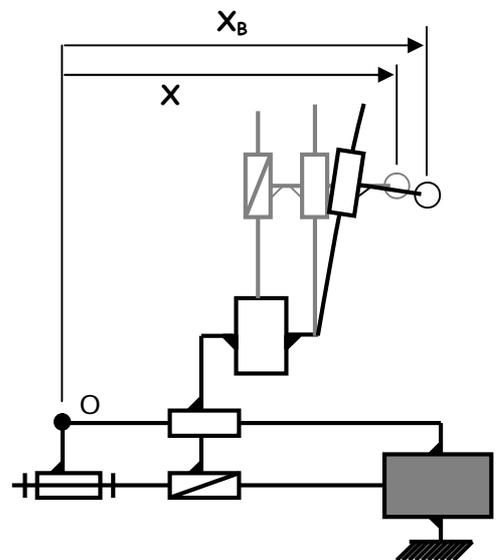
QB2-6 Un correcteur proportionnel peut-il résoudre le problème ? Le dimensionner si possible. Un correcteur intégral peut-il résoudre le problème ? Le dimensionner si possible.

QB2-7 Calculer l'écart statique du système (avec un correcteur $C(p)=1$).

QB2-8 Après la mise en place d'un correcteur (la réponse indicielle de l'axe est donnée dans le Document Ressource 4), proposer une fonction de transfert qui puisse satisfaire cette réponse et identifier ses grandeurs caractéristiques. Commenter le résultat par rapport aux attentes de cet axe.

La structure du robot est allégée au maximum pour diminuer les effets dynamiques et permettre l'utilisation de moteurs moins puissants. Cependant, ce choix entraîne une déformation de la structure sous charge.

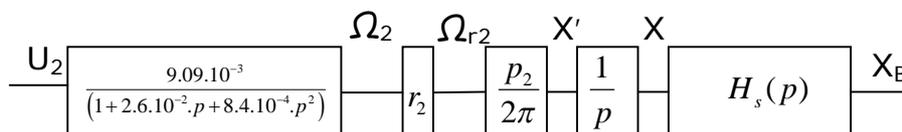
- X : Abscisse du point piloté par l'axe X
- Y : Ordonnée du point piloté par l'axe Y
- X_B : Abscisse réelle de la buse (après déformation de la structure)
- $k(Y)$: Raideur de la structure suivant l'axe X en fonction de Y
- μ : Coefficient de frottement visqueux
- M_1 : Masse de la buse (avec l'ensemble de son système d'alimentation) ;



QB2-9 En considérant uniquement la masse M_1 , un frottement visqueux μ et une déformation élastique de raideur $k(Y)$, modéliser le comportement de structure et calculer littéralement sous forme canonique $H_s(p) = \frac{X_B(p)}{X(p)}$

QB2-10 Proposer une modélisation qui permettrait d'exprimer k en fonction de Y . Donner la forme générale de la fonction selon la modélisation retenue.

Le modèle retenu pour l'ensemble de l'axe X est le suivant :

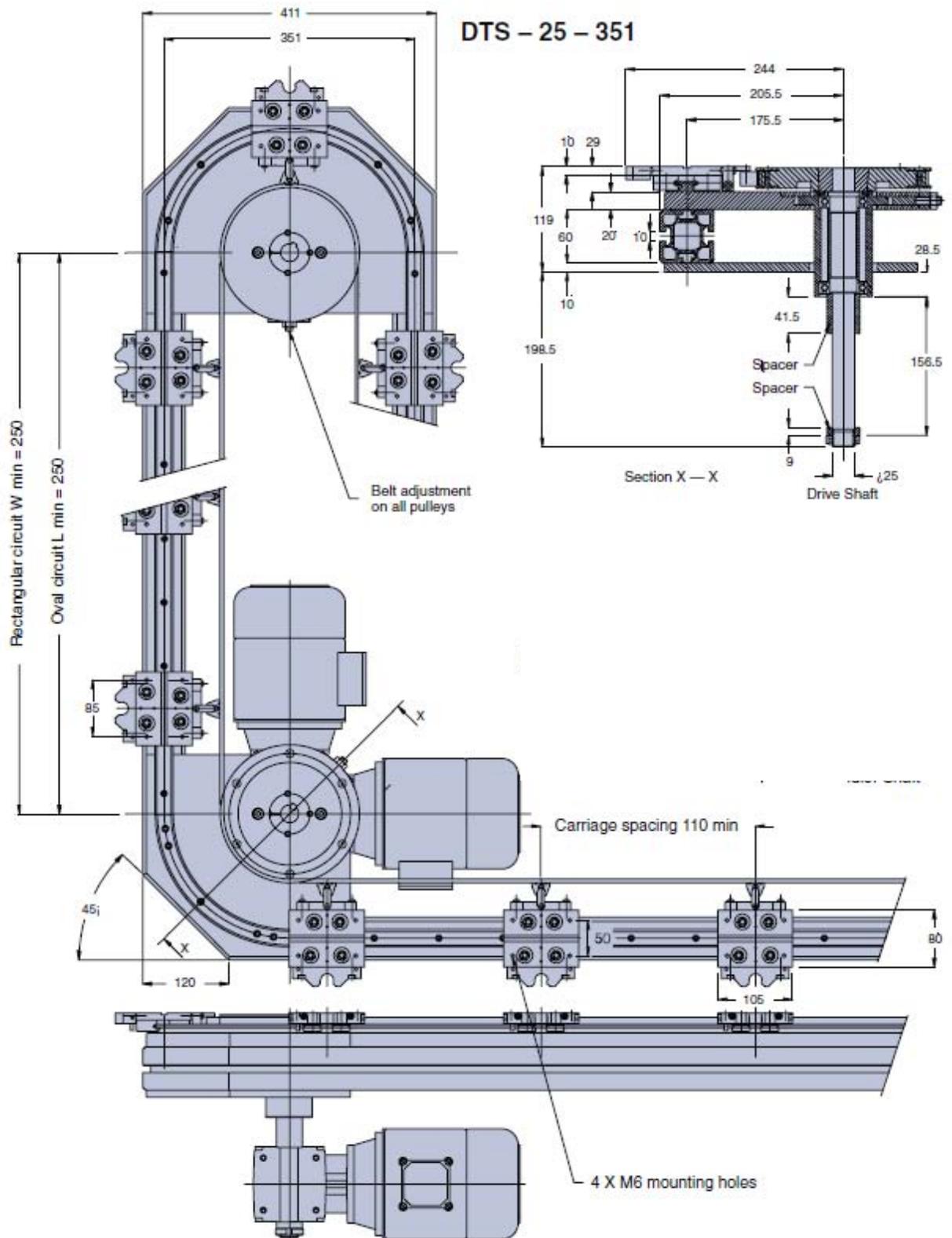


Pour cette question : $k=100$ N/mm, $M_1=50$ kg, $\mu=100$ N/(m/s)

QB2-11 Calculer numériquement $H_s(P)$ et conclure quant aux conséquences sur le robot.

QB2-12 Proposer deux solutions pour résoudre le problème posé par la structure : une solution de modification de la structure, une solution de modification de l'architecture de l'asservissement.

DOCUMENT RESSOURCE 1



DOCUMENT RESSOURCE 2

SERVOMOTEURS COURTS SANS BALAI

LS

LS Caractéristiques (40° C ambiant)	Couple permanent en rotation lente $\Delta t = 100^\circ \text{C}$	Vitesse à 280 V	Valeur crête du courant permanent	Couple par ampère crête (25° C)	Inertie	Constante de temps mécanique	Constante de temps thermique	Charge admissible sur l'arbre à 3000 tr/min.*		Masse Moteur	Servo-amplificateurs associés
								radiale	axiale		
	Nm	min ⁻¹	Å	Nm/Å	kgm ² .10 ⁻⁵	ms	min	daN	daN	kg	CMS 3 BTM 3

LS 610 EW	3,3	4000	7,35	0,45	70	8,2	15	50	40	8	7,5/15
LS 620 EV	6,4	2200	7,2	0,89	115	4,5	20	55	40	10	7,5/15
LS 620 EL	6,4	4000	13,8	0,46	115	4,5	20	55	40	10	15/30

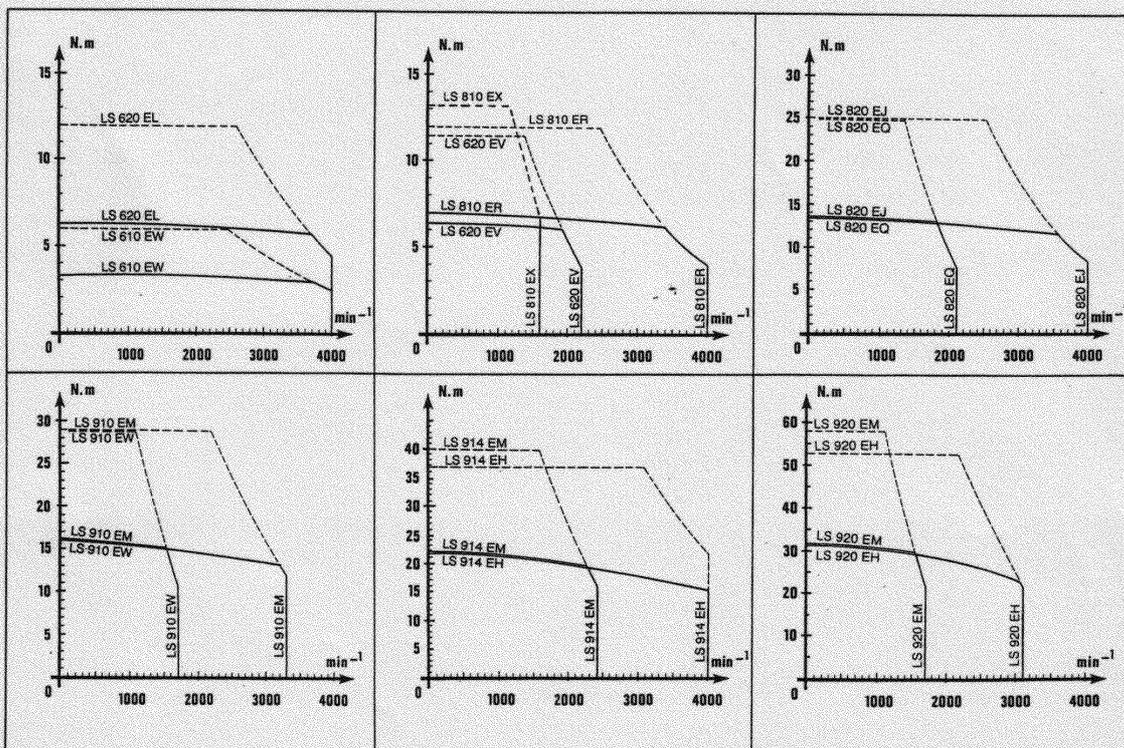
LS 810 EX	7	1600	7,2	0,98	180	5	20	65	40	12,5	7,5/15
LS 810 ER	7	4000	13,8	0,51	180	5	20	65	40	12,5	15/30
LS 820 EQ	13,5	2100	14,1	0,96	380	3,8	25	70	40	16	15/30
LS 820 EJ	13,5	4000	26,5	0,51	380	3,8	25	70	40	16	30/60

LS 910 EW	16	1700	14,6	1,10	730	5,6	35	105	40	17	15/30
LS 910 EM	16	3300	29,2	0,55	730	5,6	35	105	40	17	30/60
LS 914 EM	22	2400	28,6	0,77	910	4,2	40	115	40	21	30/60
LS 914 EH	22	4000	52,5	0,42	910	4,2	40	115	40	21	60/100
LS 920 EM	31	1700	28	1,10	1200	3,2	45	120	40	27	30/60
LS 920 EH	31	3100	51,6	0,60	1200	3,2	45	120	40	27	60/100

* Charges appliquées au milieu de l'arbre. Moteur horizontal.

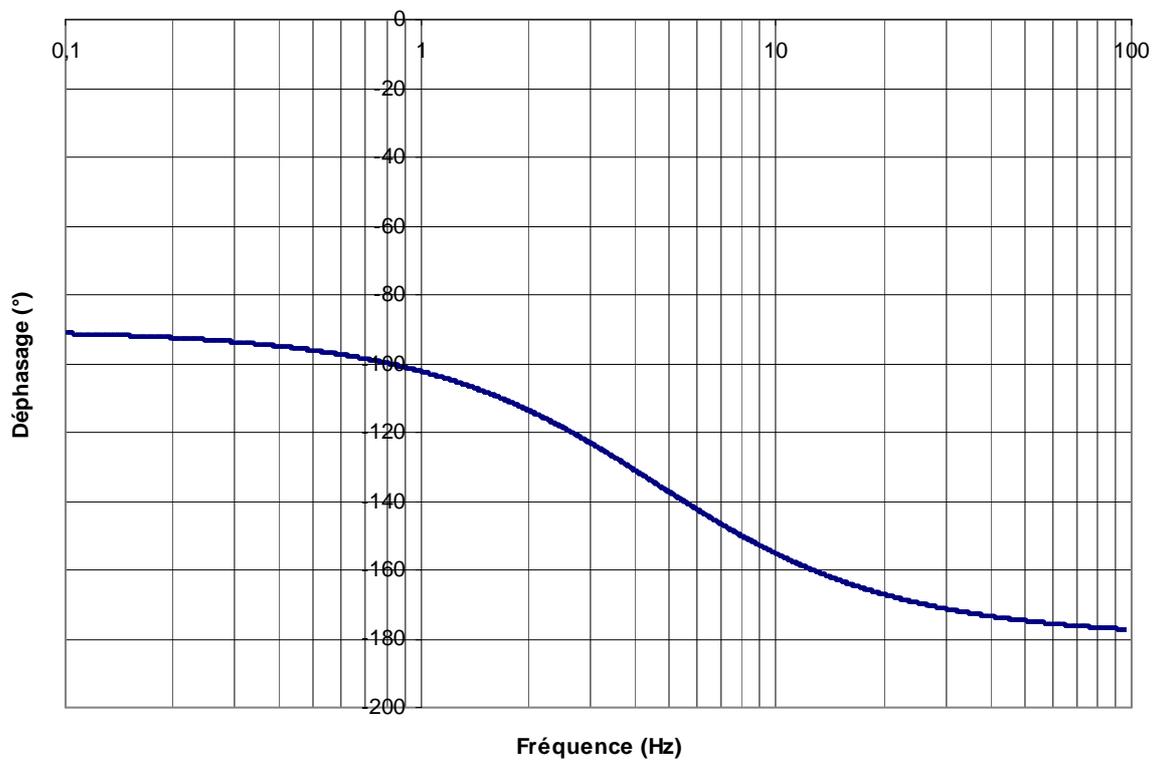
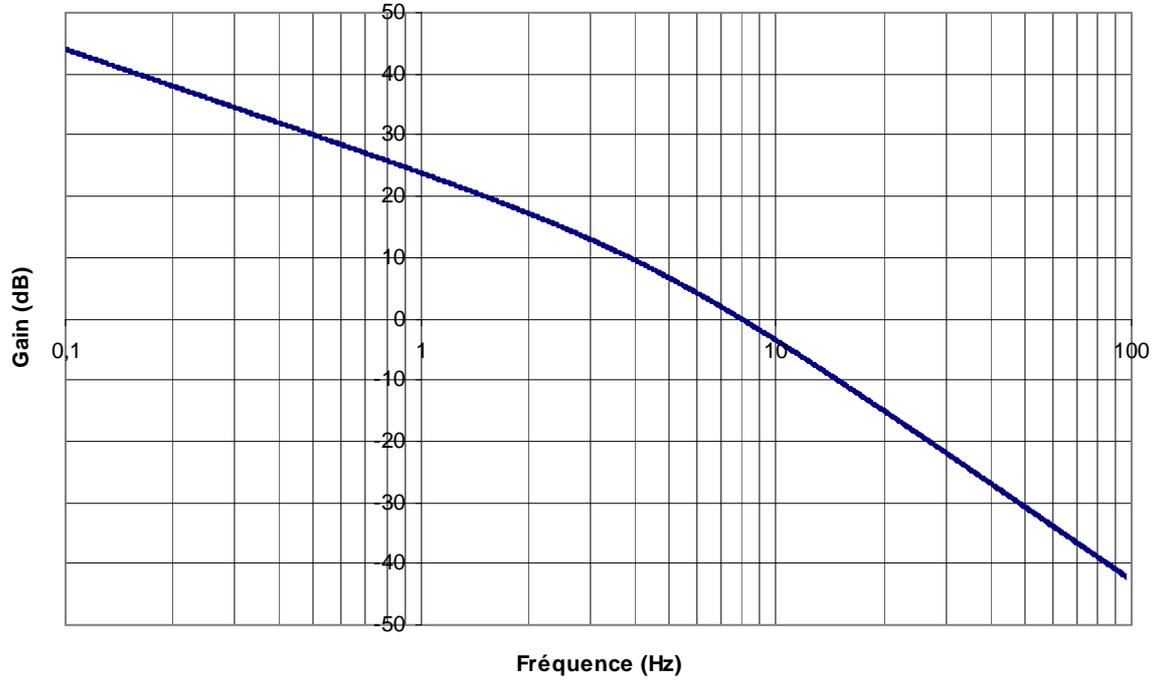
CARACTERISTIQUES DES ASSOCIATIONS SERVOMOTEURS - SERVOAMPLIFICATEURS

— permanent
- - - impulsionnel

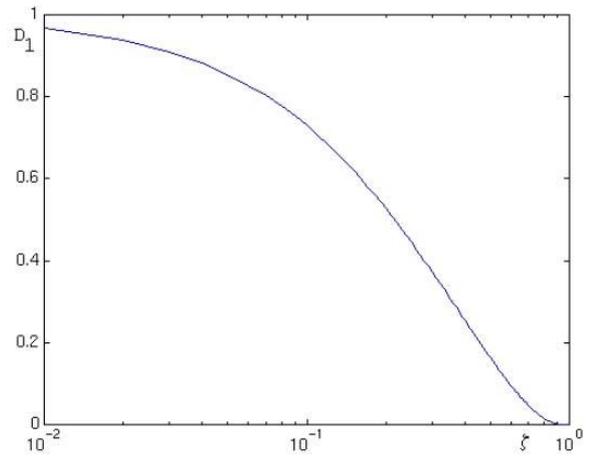
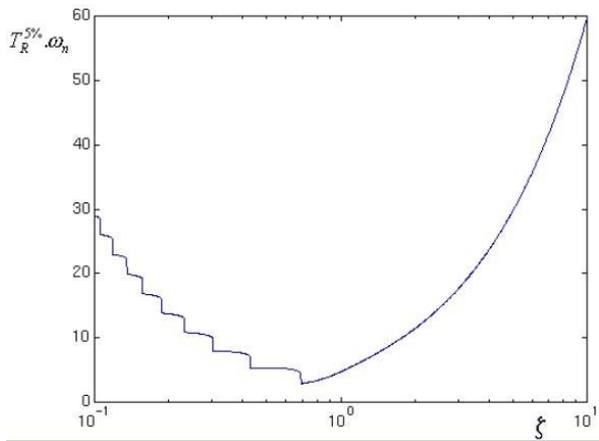
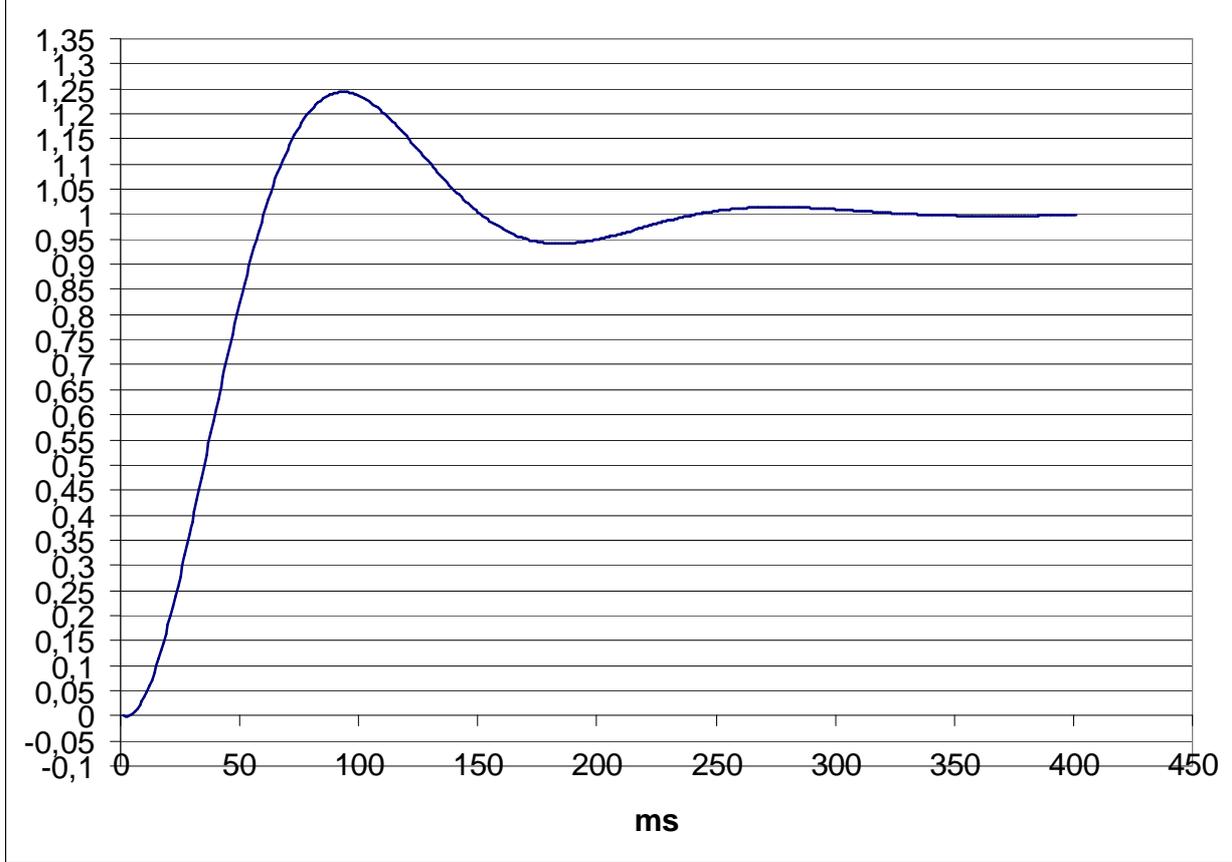


DOCUMENT RESSOURCE 3

Diagramme de Bode



DOCUMENT RESSOURCE 4



Automatique et informatique industrielle

Éléments de corrigé

Système de dépose de gel

Partie A1 : Dimensionnement du système de convoyage

Cette partie s'intéresse au dimensionnement du nombre de palettes sur le convoyeur et aux choix des moteurs pour son entraînement.

QA1-1 Si on fait l'hypothèse d'une production de 800 articles par heure, alors il faut introduire une pièce toutes les 4,5 s. Pendant ce temps le convoyeur doit parcourir la distance correspondant à l'espace entre deux palettes.

$$\text{D'où : } V_{\text{moy}} = \frac{0,140}{4,5} = 0,031 \text{ m/s}$$

QA1-2 Pour des raisons d'ergonomie l'opérateur positionne l'article sur la palette dans un mouvement du haut vers le bas (le mouvement de poussée est plus fatigant). En plus, il ajuste l'endroit où le gel doit être déposé à l'aide d'un gabarit en regardant l'article qui se trouve face à lui. Si l'on fait un simple basculement, l'endroit où le gel doit être déposé se trouvera en dessous. Ce qui ne permet pas au robot de déposer le gel par gravitation. Il est donc nécessaire de faire un retournement pour que l'endroit où le gel doit être déposé se retrouve au dessus de la pièce.

QA1-3 Entre le dépôt du gel et l'enlèvement des articles, il doit s'écouler 240 s. Si on considère que $V_{\text{moy}} = 0,031 \text{ m/s}$, la palette doit parcourir 7,2 m avant de pouvoir retirer l'article.

Le nombre X de palettes que l'on peut mettre sur 7,2 m, espacées de 0,14 m est de $7,2/0,14$ soit 54 palettes.

Le nombre de palettes doit être égal à $54+4+4+4+2+4+2+4+2+4 = 84$ palettes.

Comme il faut prendre un multiple de 4, nous choisissons 84 palettes.

QA1-4 La longueur totale du convoyeur est donc de $84 \times 0,14 = 11,76 \text{ m}$

QA1-5 On produit 800 articles par heure et on veut que le chargement se fasse par lot de 4 articles. Il y a donc 200 chargements et 200 avances par heure.

Le temps restant pour les 200 chargements est de $3600 - 200 \times 3 = 3000 \text{ s}$.

On en déduit que le temps de chaque chargement doit être égal à 15 s.

QA1-6 En général, la limitation de l'accélération permet de limiter les chocs mécaniques ce qui permet de préserver le système. Dans notre cas, elle a aussi pour effet de ne pas causer l'étalement du gel non encore solidifié.

On considère que le déplacement durant les 3s vaut $4 \times 0,14 = 0,56 \text{ m}$

$$\begin{cases} ta=3s=t_1+t_2+t_3=2.t_1+t_3 \\ xa=0,56=x_1+x_2+x_3 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} ta=3s=2 \frac{V_{\text{max}}}{a} + t_2 \\ xa=0,56 = \frac{V_{\text{max}}^2}{a} + V_{\text{max}} \cdot t_2 \end{cases}$$

$$\text{d'où } \begin{cases} t_2 = 2,12 \text{ s} \\ V_{\max} = 0,218 \text{ m/s} \end{cases}$$

Finalement, $t_1 = t_3 = t_a - t_2 = (3 - 2,228)/2 = 0,44 \text{ s}$.

QA1-7 on a : $V_{\max} = R_p \cdot \omega_{\text{poulie}}$ avec V_{\max} la vitesse maximale déterminée dans la question QA1-6.

donc $\omega_{\text{poulie}} = V_{\max} / R_p$

On en déduit :

$$K = \omega_{\text{poulie}} / \omega_{\text{moteur}} = V_{\max} / (R_p \omega_{\text{moteur}})$$

$$= 0,218 \times 60 / (0,1755 \times 2 \times 3,1416 \times 2000) = 0,00596$$

QA1-8 En écrivant l'énergie cinétique du convoyeur nous obtenons :

$$E_{c \text{ convoyeur}} = \frac{1}{2} J_r \cdot \omega_{\text{Poulie}}^2 = \frac{1}{2} J_r \cdot K^2 \cdot \omega_{\text{moteur}}^2$$

On en déduit que le moment d'inertie du convoyeur ramené à l'axe moteur est $J_{rm} = J_r \cdot K^2$

$$J_{rm} = 500 \times 0,0053^2 = 0,0177 \text{ kg.m}^2$$

QA1-9 En première approche on cherche à déterminer le couple moteur nécessaire au déplacement de l'ensemble du convoyeur et l'inertie J_m des axes moteur ne sera pas prise en compte.

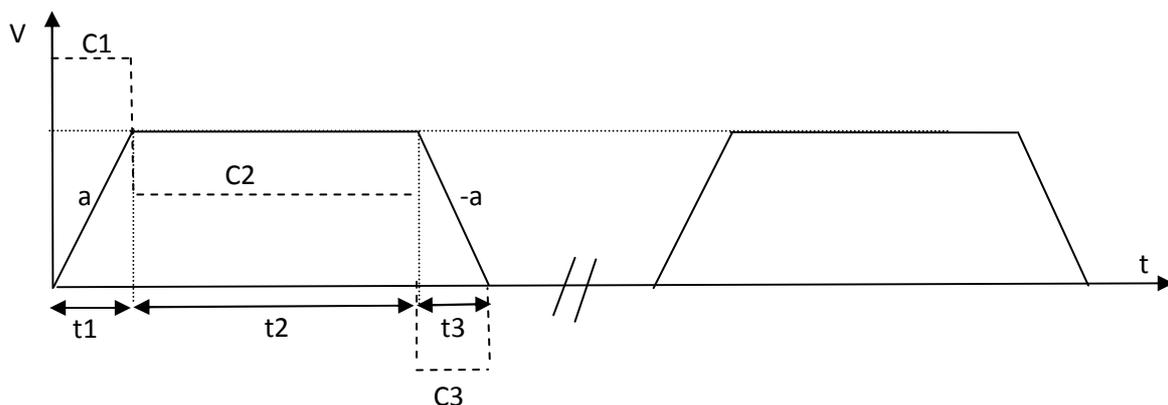
Le théorème du moment d'inertie appliqué au système donne :

$$C_m = C_f + (2 \cdot J_m + J_r K^2) \dot{\omega}_{\text{moteur}}$$

C_m étant le couple électromécanique global à fournir par les deux moteurs.

Phase	Durée	Vitesse arbre moteur	Accélération arbre moteur	Couple électromécanique
1	0,44 s	474,83 rad/s ²	13,49 N.m
2	2,12 s	209,44 rad/s	0	5 N.m
3	0,44 s	-474,83 rad/s ²	-3,50 N.m
4	15 s	0 rad/s	0 rad/s ²	0 N.m

QA1-10



QA1-11 Le couple thermique équivalent pour l'ensemble du cycle sur chaque moteur est :

$$C_{th} = \sqrt{\frac{(6,75^2 \times 0,44 + 2,5^2 \times 2,12 + 1,75^2 \times 0,44)}{18}} = 1,38 \text{ N.m}$$

QA1-12 Toutes les références possédant une vitesse maximale supérieure à

2000 tr/min conviennent.

On peut choisir a priori le LS 620 EV ou le LS 820 EQ.

On retiendra le LS 820EQ plus performant en couple.

QA1-13 Les caractéristiques du LS 820 EQ sont : $C_m = 25 \text{ N.m}$, $C_{th} = 13,5 \text{ N.m}$,

constante de temps thermique = $25 \times 60 = 1500 \text{ s}$,

5% de 1500 s = 75 s, $t_{cycle} < 75 \text{ s}$.

Par ailleurs l'inertie de chaque rotor est de $380 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^2$.

Le couple électromécanique global à fournir par les deux moteurs devient :

$$C_m = 5 + (2 \times 380 \times 10^{-5} + 177 \times 10^{-4} \times (596 \times 10^{-5})^2) \times 474,83 = 8,6 \text{ N.m}$$

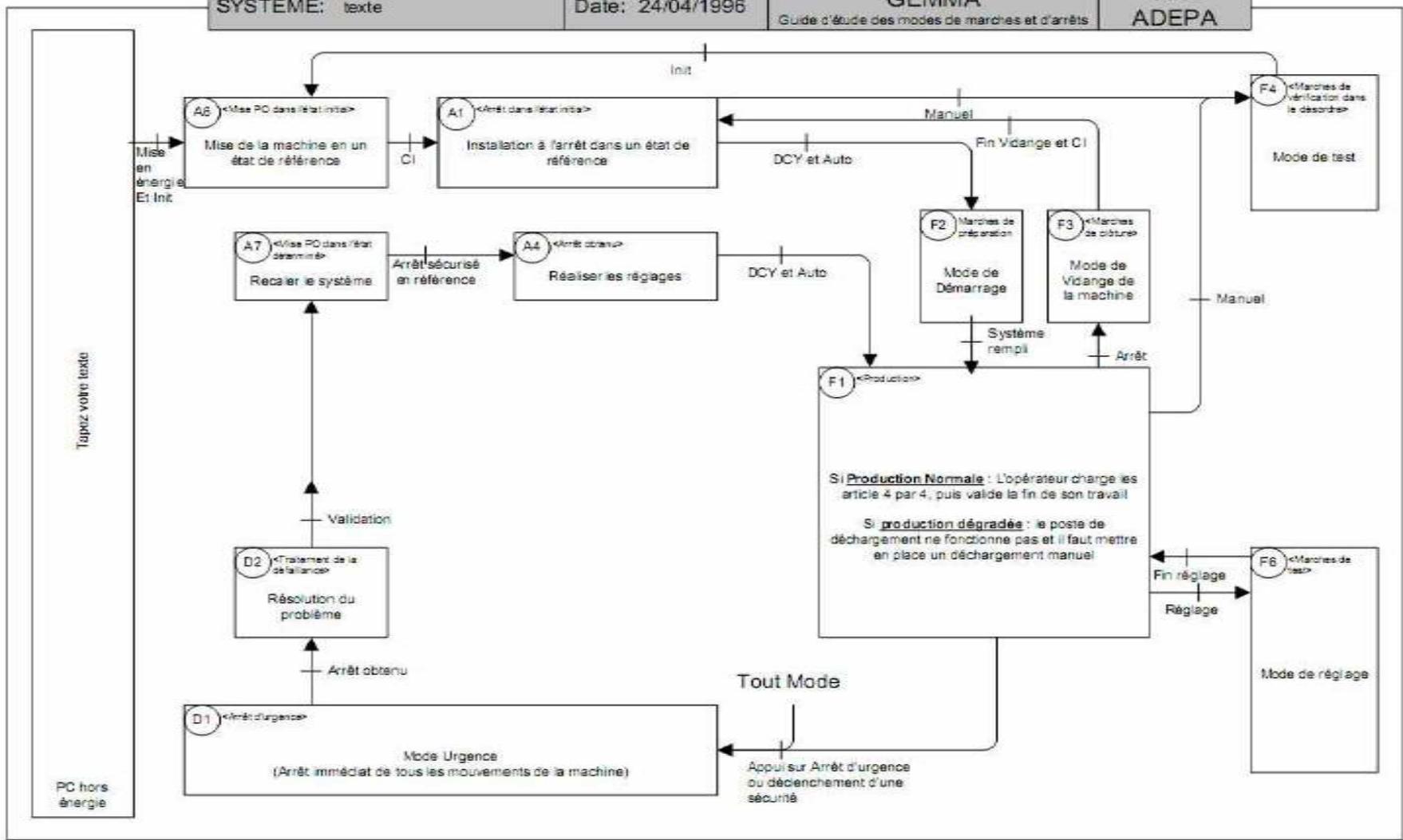
Le moteur choisi convient.

Partie A2 : Commande du système de convoyage

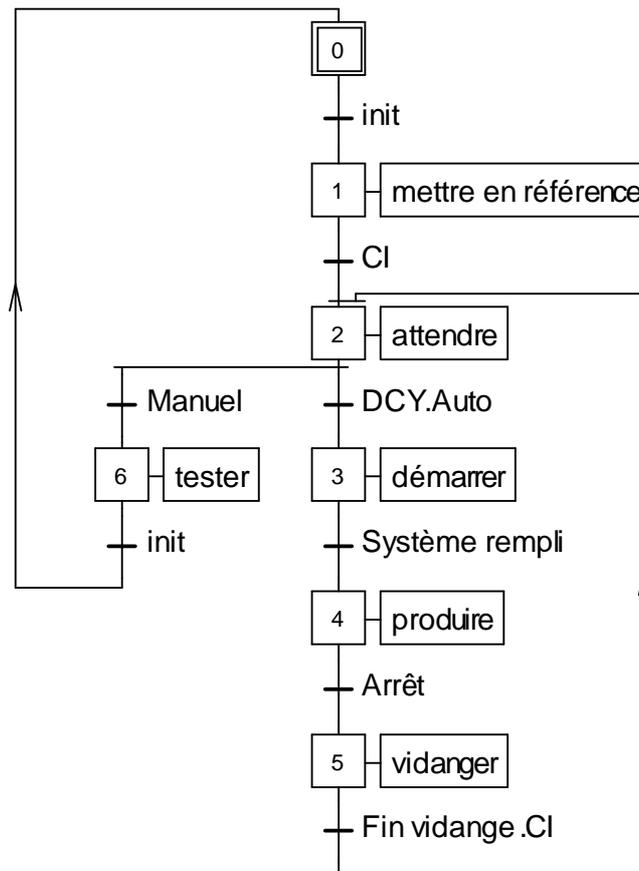
Cette partie s'intéresse à certains aspects de la commande du système de convoyage.

QA2-1 Le cahier des charges donné dans l'énoncé décrit les différents modes de fonctionnement d'une manière littérale. On peut considérer que chaque mode correspond à un état du système. La méthode de spécification la plus appropriée est la grille GEMMA. Mais d'autres outils graphiques de modélisations peuvent aussi être utilisés comme les digrammes d'activités d'UML, les diagrammes SADT, un logigramme ou même directement l'outil grafcet ou réseau de Petri.

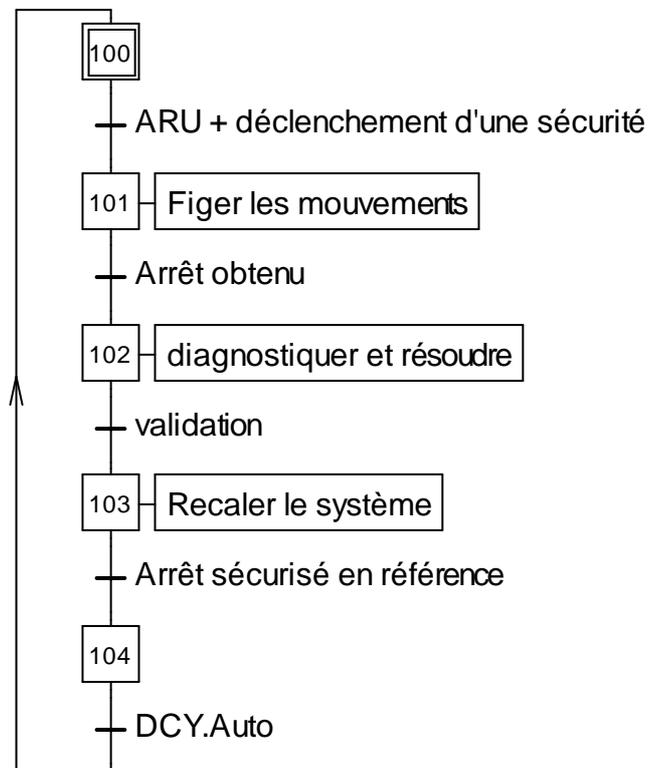
QA2-2 Une proposition est faite à partir d'une grille Gemma. La solution n'est pas unique. Le mode de maintenance est traité en même temps que le mode d'arrêt d'urgence.



QA2-3 Une proposition avec deux grafquets est faite. Le grafquet d'arrêt d'urgence hiérarchiquement supérieur traite aussi le mode de maintenance.

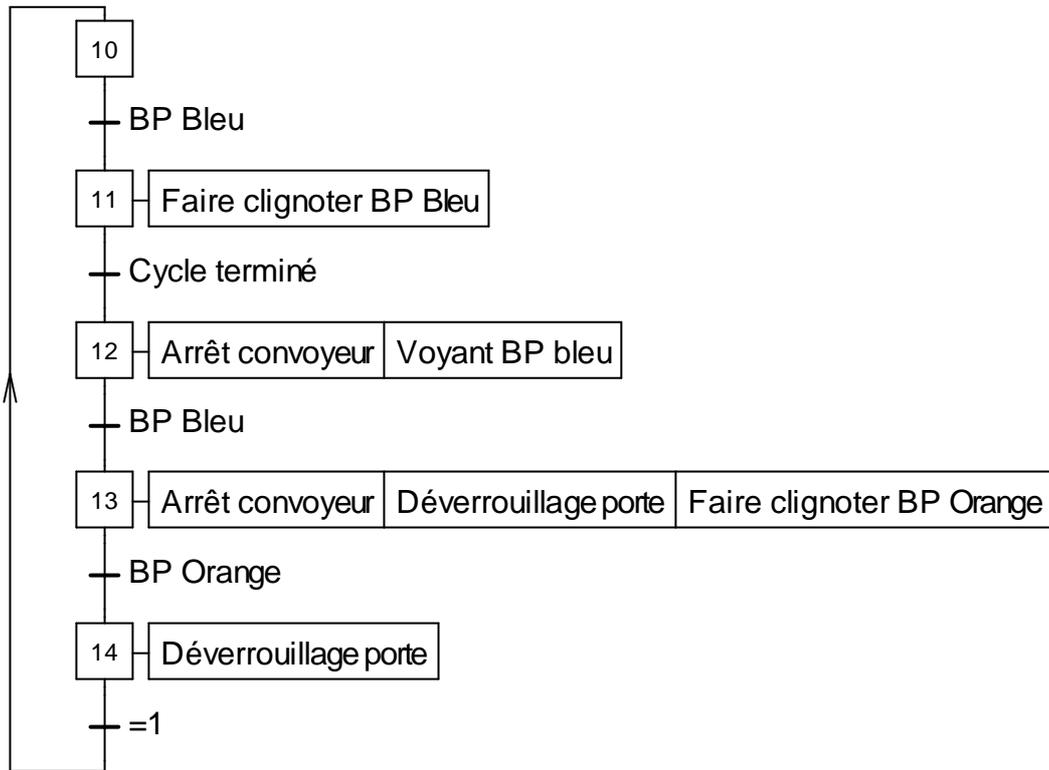


Grafcet de conduite



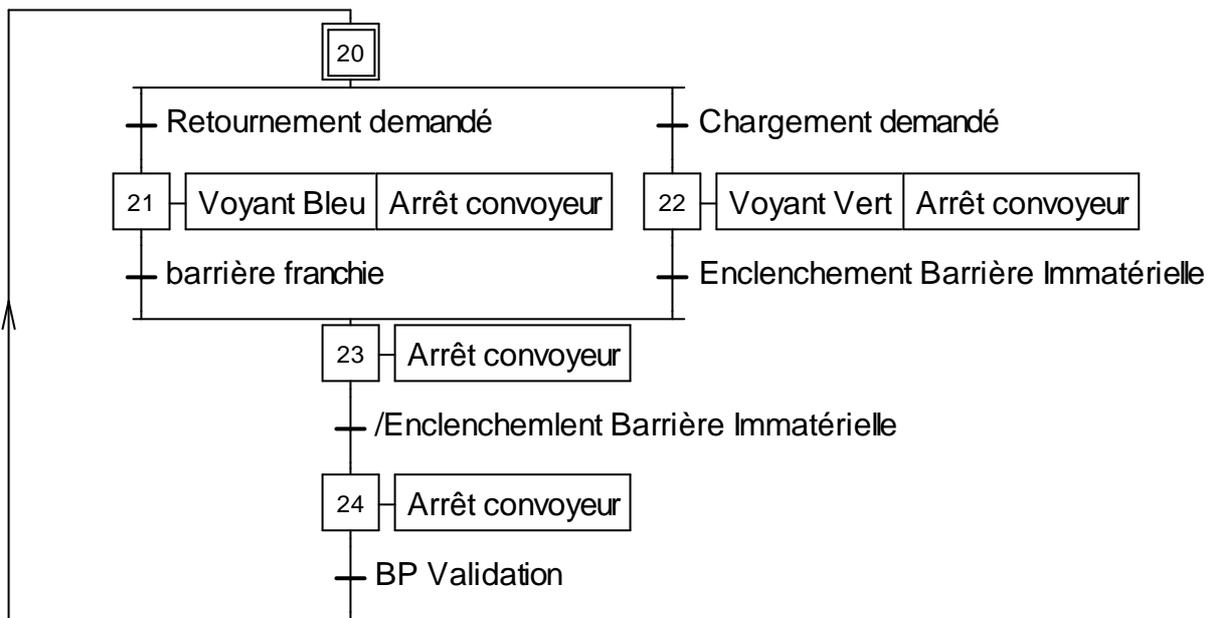
Grafcet d'arrêt d'urgence

QA2-4



QA2-5 Les principales technologies sont basées sur la détection d'un faisceau laser. Si un objet s'introduit dans la zone protégée, le faisceau est coupé et la sécurité est déclenchée.

QA2-6



L'information « Enclenchement Barrière Immatérielle » traduit le franchissement de la barrière.

QA2-7 La traduction en logique à contact peut se faire selon plusieurs méthodes. La réponse doit montrer la bonne compréhension de la notion d'état et être une traduction qui respecte les 3 règles de Grafcet.

Le candidat peut utiliser des bascules RS, utiliser des sorties bistables, ou écrire des conditions d'auto-maintien.

QA2-8 A chaque avance du convoyeur, les palettes sont avancées de 4 positions dans le système, et en plus, les palettes qui sont au poste de dépose voient leur nombre de poses s'incrémenter d'une unité.

L'algorithme est alors le suivant :

A chaque avance faire :

Début

A = V[81]

B = V[82]

C = V[83]

D = V[84]

Pour i = 80 jusqu'à 1 {parcourir la boucle dans le sens décroissant}

V[i+4]=V[i]

Fin Pour

V[1]=D

V[2]=C

V[3]=B

V[4]=A

V[17]= V[17]+1

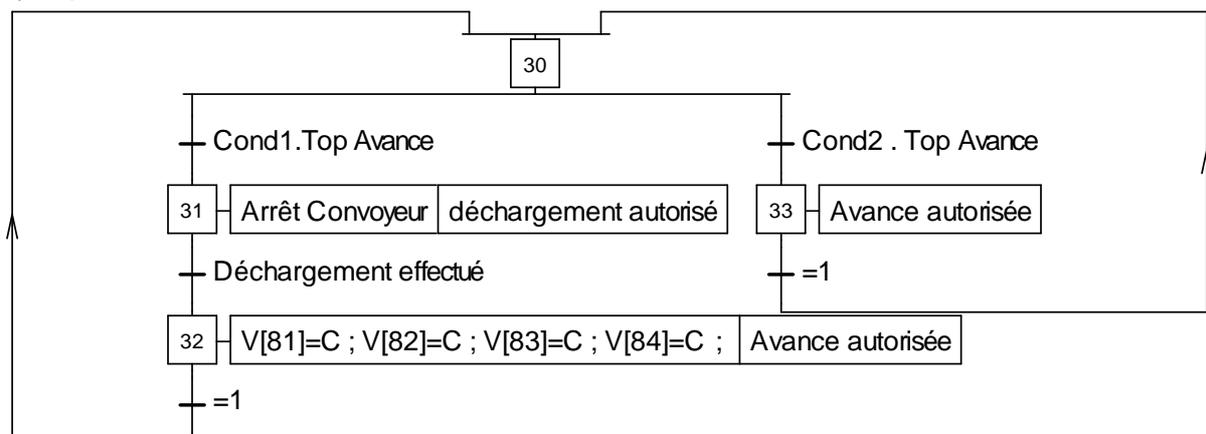
V[18]= V[18]+1

V[19]= V[19]+1

V[20]= V[20]+1

Fin

QA2-9

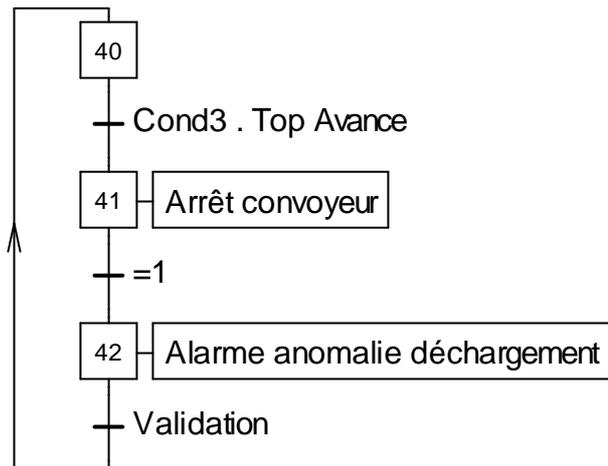


avec :

Cond1 = Présence palette . Présence article 1. Présence article 2. Présence article 3. Présence article 4

Cond2 = Présence palette . Présence article 1. Présence article 2. Présence article 3. Présence article 4. $V[j] \neq$ nombre de marquages à faire pour $j = 81, \dots, 84$

Cond3 : /Présence palette +/Présence article 1 + /Présence article 2 + /Présence article 3 +/Présence article 4



QA2-10 La supervision peut être développée avec un progiciel de supervision ou à partir d'une programmation avec VB, VC, C#, etc. Pour créer l'animation demandée, il suffit de lire avec une fréquence à déterminer (par exemple 1s) les valeurs du tableau $V[i]$. Un lien communication doit être installé entre le poste de supervision et l'automate programmable. Ce lien peut être un réseau Ethernet, un réseau d'automatisme (ASi, CAN, Profibus, modbus+, etc.) ou une simple liaison série RS 232 ou RS 485. Les communications sans fil sont aussi possibles. La lecture des valeurs du tableau se fait au travers d'un protocole de communication compris par l'automate et le superviseur (exemple Modbus).

QA2-11 On peut créer un compteur pour chaque heure de production. Le fonctionnement du compteur est validé uniquement lorsque le temps correspond à l'heure correspondante. On fait augmenter le compteur de 4 à chaque fois que des pièces sont déchargées des palettes. Exemple : supposons que le compteur C8 comptabilise le nombre de pièces fabriquées entre 8h et 9h
On a

A chaque lot de 4 pièces déchargées

Début

Si $H > 8h00$ et $H < 9h00$

$C8 = C8 + 4$

Fin

QA2-12 En mode dégradé, l'opérateur a besoin de 10 s supplémentaires.

- Cas des produits avec une seule dépose : pour 4 articles il faut :

$15 + 10 + 3 = 28$ s

La cadence horaire est alors de 514 articles. Soit une chute de 35% ;

- Cas des produits avec deux déposes : 4 articles sortent en moyenne tout les $15 + 3 + 15 + 3 + 10 = 46$ s

La cadence horaire est 131 articles par heure au lieu de 400 par heure. Il y a alors une baisse de 21,7%.

QA2-13 En mode dégradé, la baisse de productivité est importante (35 % pour les articles avec une dépose et 21% pour les articles avec 2 déposes). L'utilisation d'un deuxième opérateur peut être justifiée.

Partie B : Étude du robot asservi de dépose du gel

B1. ESTIMATION DE LA PRODUCTIVITÉ PRÉVISIONNELLE DU ROBOT

QB1-1

- Temps disponible pour le robot pour 4a articles : **15 s.**
- Temps pour faire une bande : 0,100 m à la vitesse de 0,2 m/s soit **0,5 s** (en négligeant les temps accélération et freinage)
- Temps pour passer d'une bande à une autre (suivant X) soit 2 cm :

Pente de l'accélération : $V_x/T_x = 2,5 \text{ m/s}^{-2}$

Il faut $L = V_{\text{moy}} \times 0,2 = 0,05 \text{ m}$ pour atteindre la vitesse maxi (on n'atteint pas la vitesse maxi)

$L = 1 \text{ cm}$ donc $L = \frac{1}{2} \times 2,5 \times T^2$ et $T = 2 \frac{\sqrt{0,01}}{2,5} = 0,08 \text{ s}$. Donc le temps pour passer d'une bande à l'autre est le double (décélération) : **T = 0,16 s.**

- Temps maximum pour aller de la dernière bande de l'article n à la première de l'article n+1 (n=1, 2, ou 3) au premier point de dépose :

Si on considère le temps suivant X en supposant une origine proche du milieu de course :

Course maxi = 320 mm ; pente d'accélération et le freinage le robot parcourt 10 cm en 0,4s. Il reste à parcourir 310 mm à 0,5m/s : 0,62 s (le temps nécessaire suivant Y n'est pas critique ; en 0,62 s l'axe pourrait se déplacer d'environ 310 mm alors que le déplacement maxi nécessaire est de 140*2 mm)

Le temps total de changement d'article : **0,62 s** (3 fois dans un cycle de 4 articles)

Pour 1 article

$N = \text{nombre de bandes par article. } N \times 0,5 + (N-1) \times 0,16 = 15/4 - \frac{3}{4} \times 0,62$ donc $N=5,21$

Soit environ 5 bandes maxi.

Le temps pour déposer 5 bandes complètes est : $5 \times 0,5 + 4 \times 0,16 + \frac{3}{4} \times 0,62 = \mathbf{3.605 \text{ s (pour 3,75 s)}}$

QB1-2

En faisant des lots de 4 chaussettes toujours identiques :

a) le robot peut réaliser 4 bandes alignées suivant Y avant de se décaler suivant X, il y a perte de temps entre les chaussettes mais gain de translation suivant X et gain sur les retours « à vide » entre deux chaussettes,

b) le robot peut piloter 4 buses identiques et réaliser 4 chaussettes identiques en même temps. On multiplie le nombre de bandes par 4 mais il faut valider cette solution qui modifie les inerties des pièces mobiles du robot.

B2 - ESTIMATION DES PERFORMANCES DE L'AXE X DU ROBOT

QB2-1 Transformée de Laplace des équations du moteur

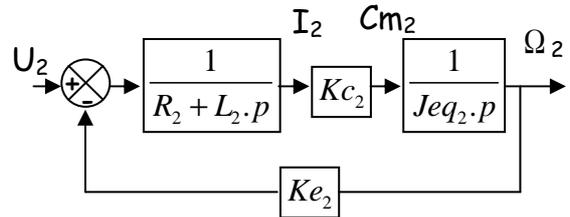
$$U_{L2}(p) = L_2 \cdot p \cdot I_2(p)$$

$$U_{R2}(p) = R_2 \cdot I_2(p)$$

$$U_2(p) = U_{R2}(p) + U_{L2}(p) + E_2(p)$$

$$E_2(p) = Ke_2 \cdot \Omega_2(p)$$

$$Cm_2(p) = Kc_2 \cdot I_2(p)$$



Équation énergie cinétique :

$$Cm_2(t) = J_2 \cdot \frac{d\omega_2(t)}{dt} + \left(\frac{r_2 \cdot p_2}{2\pi} \right)^2 \cdot (M_1 + m_1 + m_2) \cdot \frac{d\omega_2(t)}{dt} = Jeq_2 \cdot \frac{d\omega_2(t)}{dt} \text{ d'où } Cm_2(p) = Jeq_2 \cdot p \cdot \Omega(p)$$

$$\text{avec } Jeq_2 = \left(J_2 + \left(\frac{r_2 \cdot p_2}{2\pi} \right)^2 \cdot (M_1 + m_1 + m_2) \right)$$

Étude du comportement du moteur :

$$H_{Mot2}(p) = \frac{\frac{1}{Ke_2}}{1 + \frac{R_2 \cdot Jeq_2}{Kc_2 \cdot Ke_2} \cdot p + \frac{L_2 \cdot Jeq_2}{Kc_2 \cdot Ke_2} \cdot p^2}, \quad \text{AN : } H_{Mot2}(p) = \frac{0.91}{1 + 3.46 \cdot 10^{-2} \cdot p + 3.26 \cdot 10^{-5} \cdot p^2}$$

QB2-2 Il y a une boucle de retour dans le schéma bloc mais ce n'est pas la boucle d'un capteur qui a pour but la mesure d'une grandeur physique. Ce n'est donc pas un asservissement.

QB2-3 On peut approximer le comportement du moteur par un ordre 1 :

$$H'_{Mot2}(p) = \frac{27914}{(30 + p) \cdot (1032 + p)}$$

la racine 1032 n'a que peu d'influence donc :
$$H'_{Mot2}(p) = \frac{\frac{1}{Ke_2}}{1 + \frac{R_2 \cdot Jeq_2}{Kc_2 \cdot Ke_2} \cdot p} = \frac{0.91}{1 + 3.46 \cdot 10^{-2} \cdot p}$$

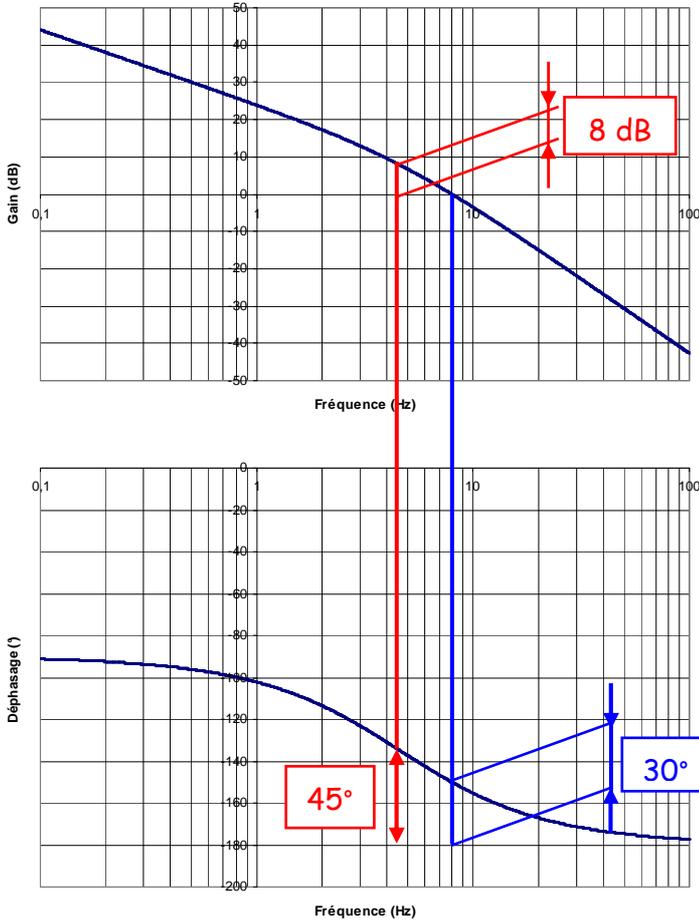
QB2-4 Les codeurs incrémentaux fonctionnent sur un principe de comptage et décomptage d'impulsions. Le disque d'un codeur incrémental comporte deux types de pistes. La piste extérieure : (voie A ou voie A et B) est divisée en « n » intervalles d'angles égaux alternativement opaques et transparents, « n » s'appelant la résolution ou nombre de périodes ; c'est en effet le nombre d'impulsions qui seront délivrées par le codeur pour un tour complet de son disque.

- En amont du réducteur, le nombre d'impulsion par tour de la sortie du réducteur est plus important (multiplié par 1/r) donc le capteur est plus précis.

- L'inconvénient peut résider dans le jeu ou la déformation angulaire dans le réducteur.

QB2-5

Diagramme de Bode



Etude de l'asservissement de position

$$FTBO_2(p) = \frac{K_2}{Ke_2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_2 \cdot Je q_2}{Kc_2 \cdot Ke_2} \cdot p} \cdot \frac{1}{p}$$

La marge de phase est de 30° à 7,95 rad/s. Cette marge de phase n'est pas suffisante au regard du cahier des charges (45°) mais garantit la stabilité du système.

Correcteur à gain pur nécessaire k_G :
 Mesure graphique de la valeur de gain k_G nécessaire (voir page ci-dessus)

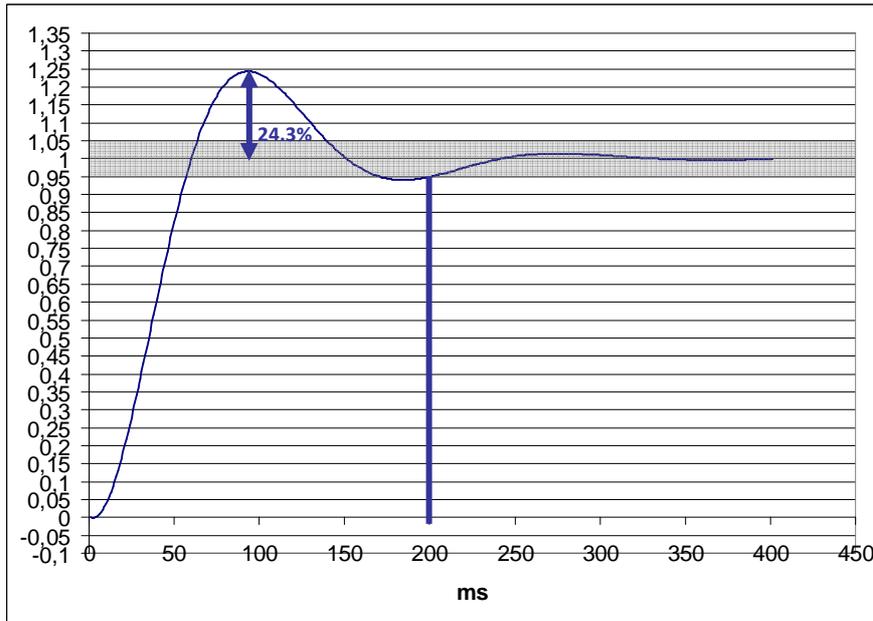
$\Delta\phi=45^\circ$ pour $\omega_{\Delta\phi=45^\circ}=4.6$ rad/s le gain est de 7,8 dB; il faut donc traduire la courbe de -7,8dB.

$$20 \cdot \log(k_G) = -7,8 \text{ donc } k_G = 10^{\frac{-7,8}{20}} = 0,4$$

- Correcteur intégral inutile. Il va amplifier le risque d'instabilité.

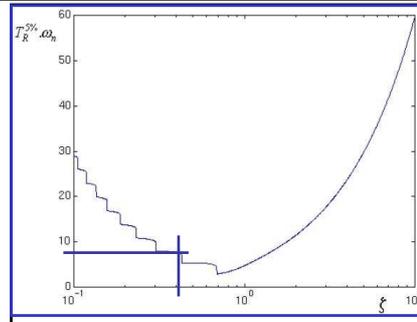
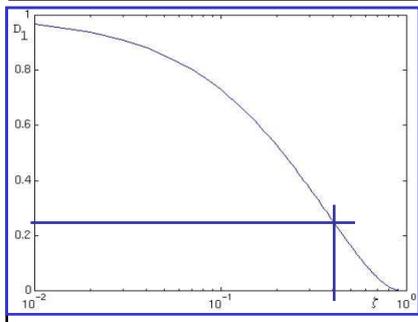
QB2-6 Le système possède une intégration dans la boucle d'asservissement donc l'erreur statique est nulle.

QB2-7



Temps de réponse correct par rapport au CdC (<0,25s).

Peu d'oscillations.



Modélisation par un second ordre :
$$H(p) = \frac{k}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

Coefficient d'amortissement $\xi=0,43$, $Tr_{5\%} \times \omega_n = 7$ alors $\omega_n = 35$ rad/s

QB2-8 Équation de la dynamique en considérant uniquement la masse M_1 , un frottement visqueux μ et une déformation élastique de raideur k :

$$M_1 \cdot \frac{d^2 X_B}{dt^2} = -k \cdot (X_B - X) - \mu \cdot \frac{dX_B}{dt}$$

Transformation en Laplace, avec conditions initiales nulles :

$$(M_1 \cdot p^2 + \mu \cdot p + k) \cdot X_B = k \cdot X \qquad H_s(p) = \frac{X_B}{X} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\mu}{k} \cdot p + \frac{M_1}{k} \cdot p^2\right)}$$

En prenant un modèle poutre encastree de resistance des matériaux :

La flèche est $\Delta X = \frac{FY^3}{3.E.I}$ donc la raideur $k = \frac{Cste}{Y^3}$.

QB2-9 Second ordre :

Amortissement trop faible : $\zeta=7,03 \cdot 10^{-3}$ et $\omega_n = 141,4$ rad/s .

Le temps de réponse de la structure est très long et la structure va osciller (problème de résistance de la structure à long terme)

QB2-10 Solution 1 : Augmenter le frottement fluide dans la structure en installant un amortisseur. Cette solution nécessite une augmentation de la masse de la structure à valider.

Solution 2 : Asservir la position de la buse elle-même. Cela nécessite l'installation d'un capteur de position au niveau de la buse, ce qui est difficile, ou l'installation d'un accéléromètre (difficile à exploiter).

Épreuve d'Automatique et Informatique Industrielle

I – Commentaires généraux

Le sujet est articulé autour :

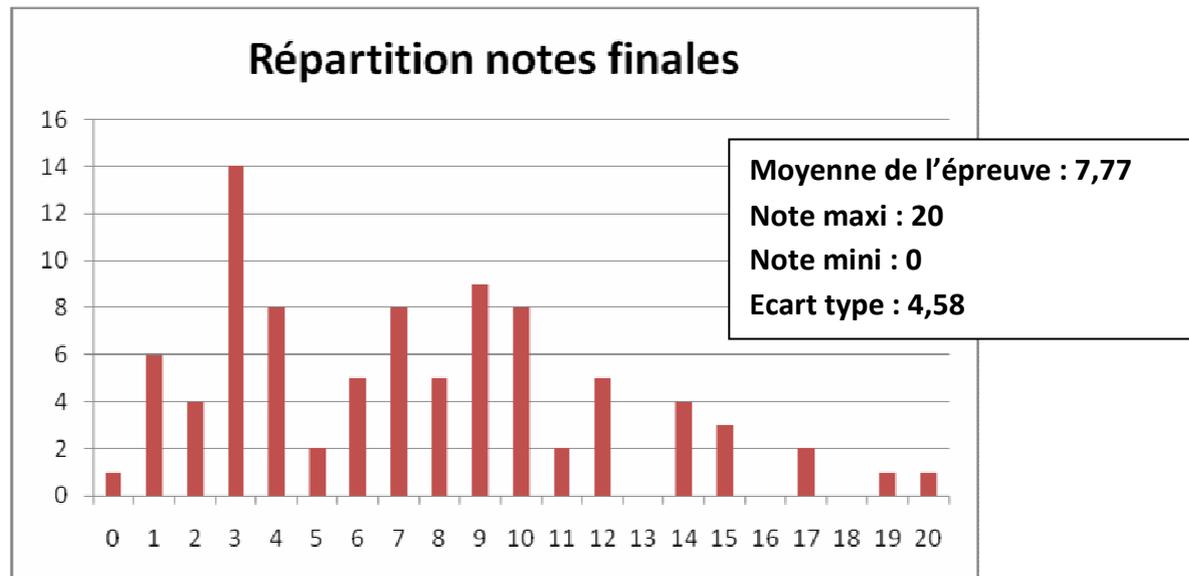
- de trois parties indépendantes dont les questions sont progressives ;
- d'un équilibre entre des parties de modélisation et des parties d'application et de mise en œuvre de modèles ;
- de questions qui laissent une liberté au candidat pour choisir ses méthodes de modélisation.

Résultats globaux de l'épreuve :

Les constatations suivantes peuvent être dégagées :

- les questions A1.1 et A1.2 ont été correctement traitées par presque la totalité des candidats ce qui permet de valider l'accessibilité du sujet ;
- toutes les questions du sujet ont été abordées par les candidats (pas forcément les mêmes) ;
- les notes de l'épreuve s'échelonnent de 0 à 20 ;
- 13% des candidats ont plus de 12 ;
- 29% des candidats ont plus de 9.

L'analyse des notes montre que les candidats ayant une note ≥ 10 ont composé dans les trois parties de l'épreuve.



II – Analyse du sujet par question

Partie A1 : Dimensionnement du système de convoyage

Cette partie s'intéresse au dimensionnement du nombre de palettes sur le convoyeur et aux choix des moteurs pour son entraînement.

Questions 1 et 2 : Ces deux questions très simples devaient permettre aux candidats de comprendre le fonctionnement de la machine. Presque la totalité des candidats a répondu correctement.

Questions 3, 4 et 5 : Ces questions liées pour déterminer le nombre de palettes dans le système et pour déterminer le temps de chargement font appel à des calculs arithmétiques simples. Seulement 60 % des candidats ont trouvé le bon nombre de palettes.

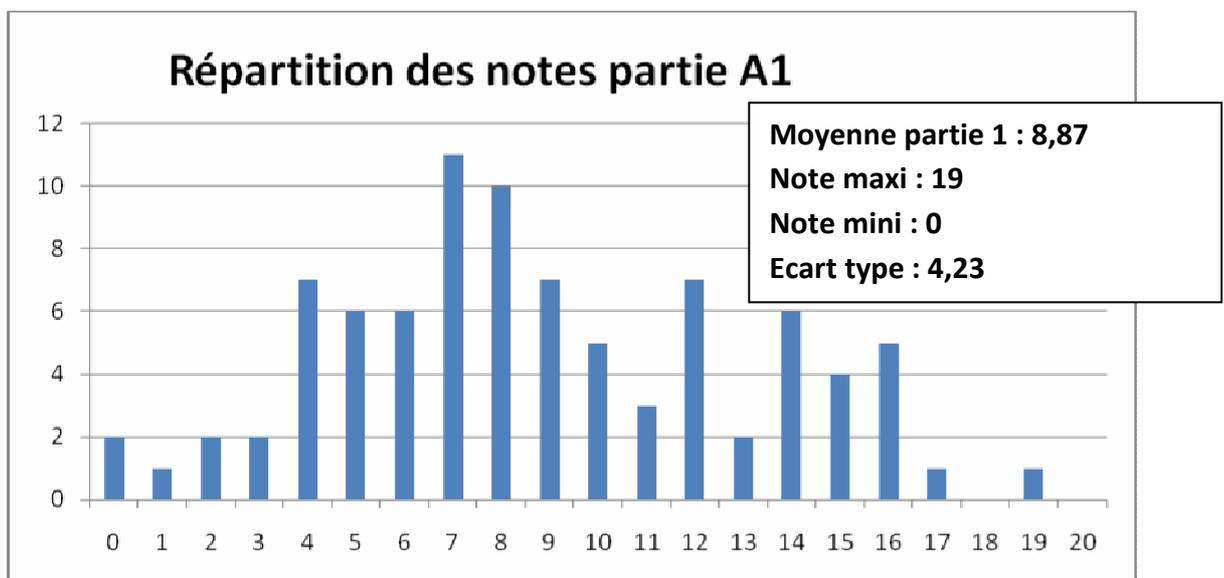
Question 6 et 7 : Une question 6 classique qui fait intervenir des éléments simples de la cinématique. Elle aurait pu être traitée d'une manière indépendante du sujet. Cependant, bien qu'elle ait été traitée par 70% des candidats, seuls 30% des candidats trouvent les bons résultats. Question 7 liée au résultat de la question 6.

Question 8 : Seulement 20% des candidats ont répondu correctement à cette question. De nombreux candidats semblent même ignorer la notion de « moment d'inertie ramené à un axe moteur ».

Questions 9 et 10 : Ces questions nécessitent l'application simple des lois de la mécanique au système étudié. Elles ne présentent aucune difficulté. Seulement 15% des candidats les ont traitées correctement.

Questions 11 à 13 : Permettent aux candidats qui ont bien répondu à la question 9 de faire le choix du moteur à l'aide du document support fourni. 10% des candidats ont traité correctement ces questions.

Cette partie a été abordée par tous les candidats. Cependant, à part les deux premières questions très simples, de nombreux candidats éprouvent des difficultés à répondre aux questions dès qu'il faut prendre en compte des considérations simples de mécanique générale.



Partie A2 : Commande du système de convoyage

Cette partie s'intéresse à certains aspects de la commande du système de convoyage.

Question 1 : C'est une question ouverte pour tester les connaissances des candidats en outils de modélisation. Presque la totalité des candidats se limite à citer la méthode GEMMA (Guide d'Etude de Mode de Marche et d'Arrêt).

Questions 2 : 60% des candidats ont tenté de proposer une modélisation des modes de marches de la machine. Mais de très nombreux schémas sont très peu précis et ne comportent pas les éléments nécessaires pour décrire correctement les enchaînements des modes. Seul 25% des candidats proposent des modélisations acceptables.

Question 3 : Le grafcet de conduite est le résultat de la modélisation proposée dans la question 2. Près de 35% des candidats ont proposé des solutions acceptables.

Question 4 : C'est une question simple où il suffit d'exprimer sous forme de grafcet un comportement donné sous forme littérale dans le sujet. 65% des candidats ont répondu correctement à cette question.

Question 5 : Presque la totalité des candidats a répondu correctement à cette question.

Questions 6 : C'est une question simple où il suffit d'exprimer sous forme de grafcet un comportement donné sous forme littéral dans le sujet. 65% des candidats ont répondu correctement à cette question.

Questions 7 : Cette question sert à tester les capacités des candidats à passer d'un langage de spécification (le grafcet) au langage le plus important de mise en œuvre de la commande qui est le langage à contact, tout en respectant les règles du grafcet. C'est une question simple et classique qui devrait être réussie par la grande majorité des candidats. Malheureusement, seulement 13% des candidats ont répondu correctement à cette question. Beaucoup semblent ignorer même le sens de la question.

Questions 8 : Cette question teste les capacités des candidats à écrire l'algorithme d'un traitement spécifié. 15% des candidats ont donné des réponses satisfaisantes.

Questions 9 : C'est la spécification d'un grafcet un peu plus complexe que ceux des questions 4 et 6. 25% des candidats ont répondu correctement.

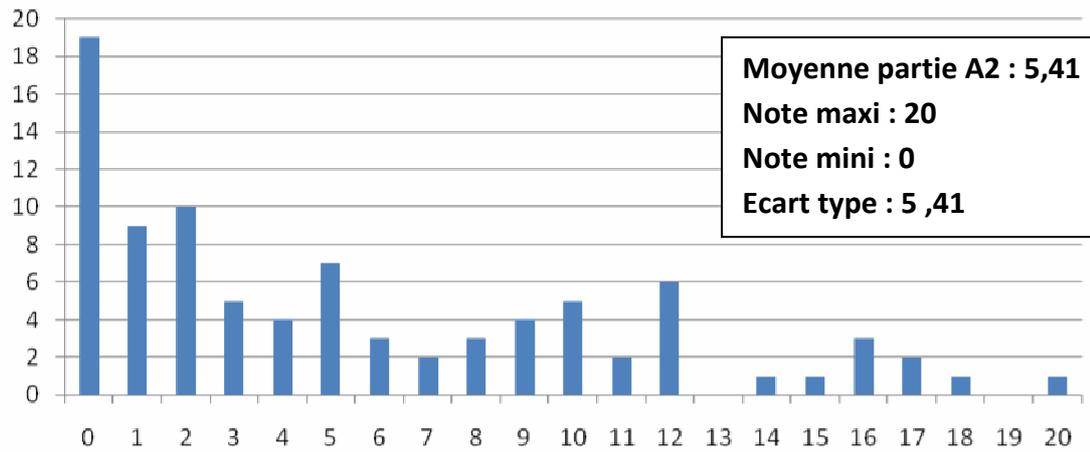
Questions 10 : Cette question permet de tester les connaissances des candidats vis-à-vis des outils de développement d'application de supervision et d'interface Homme-Machine. C'est une partie indissociable des développements de la commande des systèmes automatisés industriels d'aujourd'hui. 15% des candidats ont donné des réponses acceptables.

Questions 11 : C'est une question sur la mise en place d'un calcul d'un indicateur (ici le nombre de pièces produites) avec prise en compte de l'aspect temps. C'est une question qui n'a été traitée que par 10% des candidats.

Questions 12 et 13 : Ce sont deux questions sur le mode de fonctionnement dégradé de la machine, avec un calcul de cadence de production. Elles ont été traitées correctement par près de 38 % des candidats.

Il apparaît nettement que les candidats ont su appréhender les caractéristiques et la problématique de l'automatisation de cette unité de fabrication, mais sont pénalisés par la non maîtrise des outils de description fonctionnelle, Gemma, Grace et algorithmie. Les réponses aux questions 2, 7, 8 et 11 en font la démonstration.

Répartition des notes partie A2



Partie B1 : Estimation de la productivité prévisionnelle du robot

Question 1 : Le calcul du nombre de bandes a été traité par la majorité des candidats mais beaucoup se contentent de lignes de calcul sans explications, sans tenir compte des contraintes imposées par le sujet et sans donner les hypothèses nécessaires aux calculs.

Question 2 : Cette question a été globalement bien réussie et montre que les candidats se sont appropriés rapidement le sujet.

Partie B2 : Estimation des performances de l'axe X du robot

Question 1 : De nombreux candidats font des erreurs de calcul sur cette question. Cependant la démarche pour obtenir une fonction de transfert semble globalement acquise. Cette question formulée différemment de la question 8 de la partie A2, confirme que le calcul de l'inertie équivalente n'est pas maîtrisé par la majorité des candidats.

Question 2 : Plus de 80% des candidats estiment qu'un moteur à courant continu à lui seul est asservi et le justifient par la présence d'une « boucle de retour » sur un bloc diagramme.

Question 3 : La justification de l'approximation de l'ordre 2 par un ordre 1 a très souvent conduit à la comparaison de deux grandeurs non comparables car pas de même nature. L'application numérique, pourtant ici indispensable, est trop souvent négligée.

Question 4 : Les candidats bien préparés connaissent majoritairement le principe d'une roue codeuse, cependant les critères qui permettent de choisir sa position dans la chaîne d'action ne sont pas toujours exprimés correctement.

Question 5 : L'analyse du diagramme de Bode est une difficulté importante pour 50% des candidats ayant abordé la question. Quelques rares candidats ont des réponses pertinentes sur la stabilité intrinsèque d'un second ordre tout en tenant compte du cahier des charges du sujet.

Question 6 & 7 : Ces questions mesurent de manière flagrante que les candidats ne maîtrisent pas les effets des correcteurs. Au mieux certains retiennent des recettes sans savoir les appliquer à un système. Cela conduit à des erreurs fondamentales. Le calcul de l'écart statique, pourtant évident, n'a souvent pas été traité par les candidats.

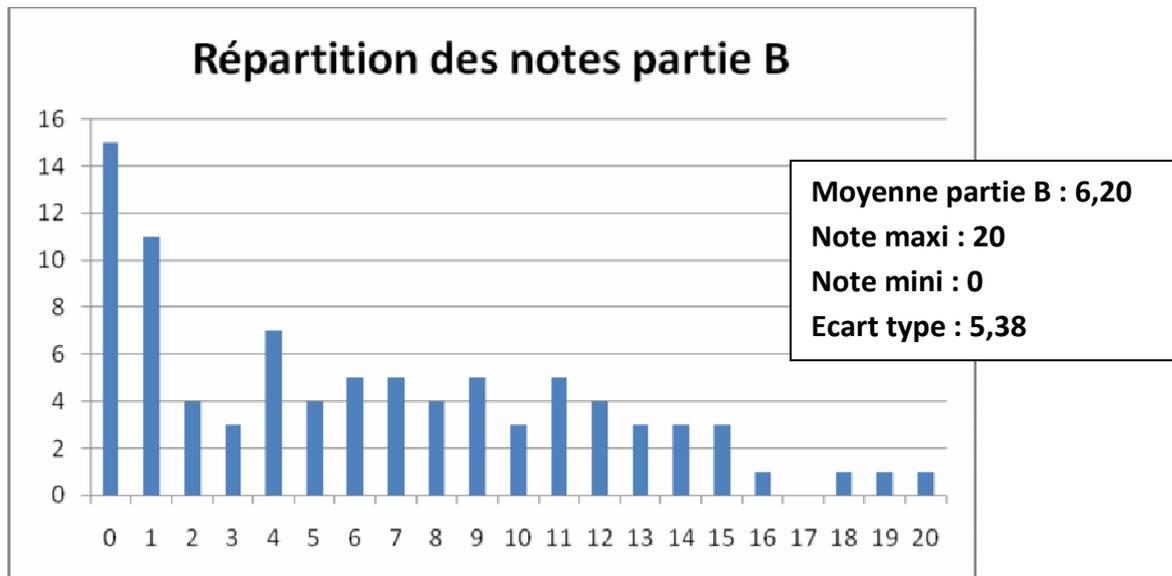
Question 8 : 30% des candidats veulent appliquer des «formules» (généralement, sans y parvenir) pour déterminer les paramètres caractéristiques d'un second ordre alors qu'une simple lecture des données de l'annexe amène rapidement aux résultats.

Question 9 : Seul 20% des candidats sont capables de mettre en œuvre le principe fondamental de la dynamique pour obtenir les résultats d'un modèle ressort – amortisseur.

Question 10 : La proposition d'un modèle adapté à un objectif simple n'a quasiment pas été traitée par les candidats (<10%).

Question 11 & 12 : Lorsque le calcul numérique de la fonction de transfert est réalisé, peu de candidats sont capables de conclure quant aux conséquences sur le système réel et encore moins de proposer des solutions pertinentes.

60% des candidats ont obtenu des notes inférieures à 3/20 sur cette partie, c'est-à-dire que ces candidats n'ont pas ou quasiment pas traité cette partie. Comme déjà souligné précédemment, cette partie ne présentait pas de difficultés majeures et il n'est pas concevable pour les examinateurs que des candidats puissent prétendre à l'obtention d'une agrégation de mécanique sans connaître les principes fondamentaux des systèmes asservis.



RAPPORT DE L'ÉPREUVE DE TRAVAUX PRATIQUES

Jacques AÏACHE – Olivier ALTET – Séverine BLANC-SERRIER –

Michel DEJANS – Philippe FICHOU – Robert PAPANICOLA – Hervé RIOU

Objectifs de l'épreuve

L'épreuve de travaux pratiques prend appui sur un système pluritechnique complexe et vise à évaluer les compétences que les candidats mettent en œuvre pour résoudre un problème technique posé au niveau de l'agrégation, pour exploiter ce système afin de préparer une activité pédagogique à caractère expérimental à un niveau donné, et pour communiquer les démarches mises en œuvre et les résultats obtenus.

Déroulement de l'épreuve

L'épreuve comporte trois phases :

- phase 1 : mise en œuvre des équipements au laboratoire (durée 4 h 30) ;
- phase 2 : préparation dans la salle d'exposé (durée 0 h 30) ;
- phase 3 : présentation des travaux devant un jury (durée 1 h 00).

La première phase se découpe en trois parties. La première partie (durée 0 h 30) permet aux candidats, via les manipulations demandées et les questions posées, d'appréhender globalement le système et d'en comprendre le fonctionnement. Elle permet également d'identifier l'instrumentation présente sur le support technique (capteurs, appareils de mesure) utilisables en vue de réaliser l'exploitation pédagogique proposée en troisième partie. La deuxième partie (durée 2h00) positionne les candidats dans une démarche de résolution de problèmes techniques, au cours de laquelle ils doivent mobiliser leurs compétences au niveau de l'agrégation. La troisième partie (durée 2 h 00) sera l'occasion pour les candidats de préparer une activité pédagogique à caractère expérimental, en s'aidant d'un ou plusieurs protocoles qu'ils seront amenés à définir et à valider.

La troisième phase se découpe en quatre parties : présentation du système (durée maximale 5 min), compte-rendu des manipulations effectuées dans la deuxième partie de la phase 1 et conclusion (durée maximale 15 min), présentation de l'exploitation pédagogique (durée maximale 25 min) et entretien avec le jury (durée maximale 15 min).

Compétences attendues par le jury

Lors de cette épreuve de travaux pratiques, le jury évalue chez les candidats les compétences suivantes :

- s'approprier un support matériel de TP ;
- mettre en œuvre des outils informatiques ;
- conduire, élaborer, justifier un protocole expérimental ;
- exploiter des résultats expérimentaux et exprimer des conclusions ;
- élaborer, justifier, analyser de manière critique un modèle ;
- évoluer en autonomie en mobilisant toutes ses connaissances ;
- élaborer, commenter une démarche pédagogique ;
- dégager l'essentiel d'une problématique ;
- présenter oralement ses travaux (clarté, originalité...) ;

- être pertinent et réactif aux questions posées.

Supports retenus et activités demandées

Pour la session 2010, les supports retenus pour cette épreuve de travaux pratiques ont été les suivants :

- appareillage de dialyse instrumenté ;
- barrière de péage ;
- béquille électro-hydraulique de moto ;
- bras anthropomorphique de jockey ;
- essuie vitre / lave vitre de motrice ;
- moyeu de vélo ;
- panneau solaire asservi ;
- pilote électro-hydraulique ;
- plateau diviseur asservi ;
- plateforme robotisée mobile ;
- phare automobile orientable ;
- système de conditionnement de balles ;
- système de dosage gravitaire de produits pulvérulents ;
- système de traccage.

Ces supports ont permis aux candidats de mettre en œuvre leurs compétences à haut niveau scientifique sur les activités suivantes :

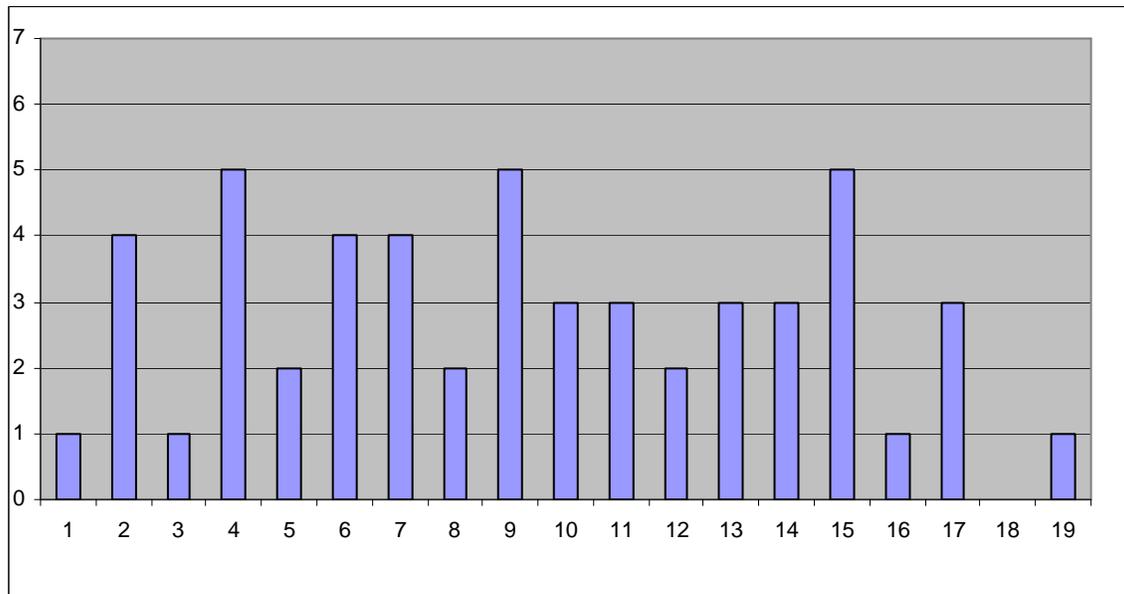
- détermination des caractéristiques d'une chaîne d'énergie ;
- détermination des paramètres significatifs dans une modélisation ;
- identification du comportement de composants ;
- mesure du comportement d'un système ;
- modélisation d'un système ;
- optimisation d'une solution industrielle ;
- recalage d'un modèle ;
- simulation et prédiction de performance ;
- validation des performances d'un cahier des charges.

Les activités pédagogiques demandées aux candidats faisaient référence aux connaissances et savoirs faire suivants :

- caractérisation d'un capteur – niveau pré bac ;
- caractérisation d'une chaîne de traitement de l'information – niveau post bac ;
- étude d'une chaîne d'énergie – niveau pré bac ;
- étude du freinage exponentiel – niveau post bac ;
- étude du frottement et du glissement – niveau post bac ;
- mesure et évaluation du rendement d'une chaîne d'action – niveau pré bac ;
- modélisation d'une structure flexible – niveau post bac ;
- modélisation et validation de performance – niveau post bac ;
- validation du dimensionnement de composants pour un critère statique – niveau post bac.

Résultats obtenus pour la session 2010

Pour la session 2010, la moyenne de l'épreuve de TP est de 9,49. La répartition des notes est donnée dans le graphique ci-dessous.



Remarques générales sur les travaux pratiques à haut niveau scientifiques (deuxième partie de la phase 1)

Pour cette partie de l'épreuve, le candidat peut être amené à utiliser une instrumentation spécifique dédiée à la mesure de grandeurs physiques sur les systèmes instrumentés. Une aide d'utilisation est fournie, et le jury assiste le candidat pour l'aider en cas de difficultés matérielles.

Les candidats peuvent également être amenés à mettre en œuvre différents outils informatiques (modeleurs volumiques, logiciels de simulation, calculs par éléments finis, tableurs, traitements de textes, logiciels de calcul, ...). La maîtrise de ces logiciels n'est pas exigée et une aide est systématiquement fournie. Les logiciels proposés peuvent, par leurs possibilités de simulation, faciliter la compréhension des phénomènes et éviter des calculs longs et complexes. En revanche ils ne dispensent pas les candidats de l'ensemble des hypothèses et des justifications nécessaires.

La maîtrise des connaissances fondamentales dans les domaines de la mécanique, de la technologie et de l'automatique est indispensable pour mettre en œuvre les différents équipements proposés aux candidats et résoudre les problématiques techniques auxquelles ils sont confrontés.

Sur cette partie, le jury constate régulièrement :

- une analyse insuffisante du sujet proposé ;
- une absence de problématisation des sujets proposés ;
- une maîtrise insuffisante des méthodes courantes d'analyse ;
- une exploitation limitée des équipements due à des analyses superficielles, des manipulations approximatives et des interprétations peu rigoureuses des résultats

obtenus, qui résultent probablement d'une pratique insuffisante de la démarche à caractère expérimental ;

- une culture technologique insuffisante des capteurs, pré actionneurs et actionneurs ;
- une incapacité à passer du modèle au réel et inversement ;
- une connaissance insuffisante de l'automatique des systèmes linéaires et séquentiels.

Le jury ne saurait donc que trop conseiller aux futurs candidats de combler leurs lacunes sur ces points.

Les candidats qui ont bien réussi la présentation de l'activité expérimentale se sont attachés à :

- présenter rapidement le système proposé, la problématique posée, les données et l'environnement matériel considérés inconnus du jury ;
- structurer l'exposé à partir d'un plan ;
- présenter les résultats en faisant une analyse critique ;
- mettre en relation les chaînes d'énergie et d'information ;
- montrer l'influence du comportement de la partie opérative sur la partie commande si cela est justifié ;
- tirer les conclusions techniques qui s'imposent vis-à-vis du problème posé.

Le jury tient à préciser que la mise en œuvre de supports équipant les laboratoires des filières S-SI, STI, STS, CPGE peut aider certains candidats préparatoires à s'inscrire dans la démarche souhaitée dans cette partie. Cette possibilité de mise en œuvre ne saurait néanmoins se substituer à une pratique expérimentale régulière des systèmes complexes industriels.

Remarques générales sur la réalisation d'une activité pédagogique à caractère expérimental (troisième partie de la phase 1)

En intégrant tout ou partie des résultats obtenus lors de la mise en œuvre des équipements fournis, le candidat doit proposer une exploitation pédagogique à caractère expérimental en mettant en évidence l'apport spécifique des activités de travaux pratiques dans l'enseignement des sciences pour l'ingénieur.

Le jury constate régulièrement que les candidats :

- ne dégagent pas suffisamment les objectifs et les connaissances à transmettre ;
- ont des difficultés à structurer une démarche cohérente conduisant à la transmission de compétences nouvelles au niveau imposé et à identifier les centres d'intérêt associés au système étudié ;
- présentent le plus souvent des activités de travaux dirigés plutôt que des activités à caractère expérimental ;
- réduisent leur temps consacré à la préparation de l'exploitation pédagogique (au profit de l'étude à haut niveau scientifique), ce qui les pénalise.

Le jury conseille aux futurs candidats d'étudier les programmes et les objectifs de formation des baccalauréats S (option Sciences de l'Ingénieur) et STI, des BTS CPI, IPM, MAI, DUT GMP et des CPGE (filiales PCSI - PSI et PTSI - PT), ainsi que les commentaires associés. Cela étant, les programmes des classes visées sont fournis aux candidats. Cette étude leur permettra de proposer une exploitation pédagogique qui soit en adéquation avec le niveau imposé. Une réflexion pédagogique sur les objectifs de formation de ces filiales est indispensable pour cette partie.

Remarques générales sur la présentation des travaux face au jury (phase 3)

Les candidats disposent de 45 minutes maximum pour présenter les résultats des travaux et de l'exploitation pédagogique qu'ils ont réalisés. Il s'agit d'un temps pendant lequel ils doivent présenter le support sur lequel ils ont travaillé (5 minutes maximum), les manipulations effectuées et les résultats obtenus en TP (15 minutes maximum), puis leur exploitation pédagogique à caractère expérimental (25 minutes maximum). Le jury dispose ensuite de 15 minutes au maximum pour s'entretenir avec le candidat.

Lors de la phase de présentation des manipulations effectuées, de nombreux candidats commencent leur prestation sans avoir défini le problème posé, ni la nature de l'environnement matériel du déroulement du TP. Certains n'en précisent même pas le titre. Le jury déplore l'absence de démarche et de rigueur pour résoudre le problème technique posé. Certains exposés omettent de présenter les résultats significatifs et les étapes de la mise en œuvre sur le matériel. L'exposé doit en effet au contraire mettre en valeur le travail réalisé en laboratoire. Le jury attend du candidat tout au long de son exposé une prestation conduite au niveau de l'agrégation et non un discours fondé sur des généralités.

Lors de la phase de présentation de l'activité pédagogique, il est important pour les candidats d'aller à l'essentiel et de replacer la séquence proposée dans son contexte. Il n'est pas nécessaire qu'ils présentent de façon exhaustive l'organisation pédagogique générale de l'année de formation correspondante. Les candidats qui ont bien réussi dans cette présentation de l'exploitation pédagogique se sont attachés à :

- ne pas proposer des activités de travaux dirigés ;
- construire leur exposé à partir des résultats expérimentaux obtenus dans la troisième partie de la première phase de l'épreuve ;
- présenter l'organisation pédagogique générale de la séance (objectifs opérationnels, pré requis, connaissances nouvelles, environnement matériel) ;
- proposer un plan de déroulement de la séance avec les points clés ;
- développer la partie expérimentale de la séance qui amène les compétences nouvelles, en présentant les manipulations, résultats expérimentaux et conclusions attendues ;
- préciser les travaux donnés aux élèves et les modes d'évaluation.

Remarques générales sur le comportement des candidats

De trop nombreux candidats manquent de méthode et de rigueur pour appréhender un système pluritechnique dans sa globalité et sa complexité. Cette épreuve de travaux pratiques ne s'improvise pas et doit se préparer tout au long de la formation post-baccalauréat conduisant à l'agrégation.

Les candidats se réfèrent avec une confiance aveugle aux modèles numériques et ont en revanche beaucoup de méfiance vis-à-vis des résultats expérimentaux. Même si c'est une évidence, il n'est pas inutile de le rappeler ici, une épreuve de travaux pratiques est avant tout une épreuve expérimentale.

À l'avenir, la « culture des systèmes pluritechniques » sera davantage valorisée au travers de sujets plus équilibrés entre les problèmes sur les chaînes d'énergie et les chaînes d'information. En effet, aujourd'hui il n'est plus possible d'ignorer que la conception globale des systèmes fait appel tout autant à la connaissance des systèmes de commande qu'à ceux des chaînes d'action

mécanique. De la même façon, un agrégé de mécanique ne peut ignorer les bases de l'électrotechnique utiles à la caractérisation de la chaîne d'énergie, notamment des actionneurs électriques, de leur commande et de leur protection.

L'agrégation est un concours prestigieux qui impose le respect aussi bien de la part des examinateurs que de celle des candidats. Les candidats doivent se présenter dans une tenue digne de candidats à un concours de recrutement de cadres A de la fonction publique.