

Session 2010

MAT-10-PG2

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES

Mercredi 28 avril 2010 - de 8h 30 à 11h 30
Deuxième épreuve d'admissibilité

MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures
Coefficient : 3
Note éliminatoire 5/20

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 7 pages (dont 1 page de garde et 2 pages d'annexes), numérotées de 1/7 à 7/7. Assurez-vous que cet exemplaire est complet.

S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage d'une calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.

Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

Exercice n°1 (2 points)

Le 1^{er} juillet 2009, la TVA dans la restauration est passée de 19,6 % à 5,5 % en France métropolitaine.

Au 30 juin 2009, un restaurateur d'une ville française proposait un menu « dégustation » à ses clients pour un prix de 35 €

1. Au 1^{er} juillet 2009, ce même restaurateur indique qu'il passe le prix de son menu « dégustation » de 35 à 33 € en raison de la baisse de la TVA. De quel pourcentage a-t-il baissé son prix ? *On arrondira le résultat à 0,01%.*
2. Si le restaurateur avait répercuté intégralement la baisse de la TVA sur le prix du menu « dégustation » à 35 €, quel aurait été le prix de ce menu au 1^{er} juillet 2009 ? *On arrondira le résultat au centième.*

Exercice n°2 (2 points)

Gabrielle s'intéresse au problème suivant :

« Deux nombres ont pour somme 100. Comment varie leur produit si on soustrait 5 à chacun d'eux ? »

Gabrielle a alors l'idée d'expérimenter à l'aide d'un tableur. Au cours de son expérimentation, elle est amenée à choisir des nombres dans la colonne A.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
	1er nombre	2ème nombre	Produit	Nouveau produit	Variation								
2	1	99	99	-376	-475								
3	2	98	196	-279	-475								
4	3	97	291	-184	-475								
5	4	96	384	-91	-475								
6	5	95	475	0	-475								
7	6	94	564	89	-475								
8	7	93	651	176	-475								
9	8	92	736	261	-475								
10	9	91	819	344	-475								
11	10	90	900	425	-475								
12	1,345	98,655	132,690975	-342,309025	-475								
13	1,346	98,654	132,788284	-342,211716	-475								
14	1,347	98,653	132,885591	-342,114409	-475								
15	1,348	98,652	132,982896	-342,017104	-475								
16	1,349	98,651	133,080199	-341,919801	-475								
17	1,35	98,65	133,1775	-341,8225	-475								
18	1,351	98,649	133,274799	-341,725201	-475								
19	1,352	98,648	133,372096	-341,627904	-475								
20	1,353	98,647	133,469391	-341,530609	-475								
21	-4,55	104,55	-475,7025	-950,7025	-475								
22	-4,56	104,56	-476,7936	-951,7936	-475								
23	-4,57	104,57	-477,8849	-952,8849	-475								
24	-4,58	104,58	-478,9764	-953,9764	-475								
25	-4,59	104,59	-480,0681	-955,0681	-475								
26	-4,6	104,6	-481,16	-956,16	-475								
27	-4,61	104,61	-482,2521	-957,2521	-475								
28	-4,62	104,62	-483,3444	-958,3444	-475								
29	-4,63	104,63	-484,4369	-959,4369	-475								
30													

1. a. La colonne B est obtenue à partir d'une formule écrite en B2, puis répétée vers le bas. Faire une proposition pour une telle formule.
- b. La colonne E est obtenue à partir d'une formule écrite en E2, puis répétée vers le bas. Faire une proposition pour une telle formule.
2. Emettre une conjecture relative au problème posé, et la démontrer.

Question complémentaire (3 points)

Dans une classe de cycle 3, lors d'une évaluation sommative de calcul mental, un enseignant demande à ses élèves d'effectuer les calculs suivants :

a) 251×10 b) 14×100 c) $2,3 \times 10$ d) $3500 : 10$ e) $2130 : 100$ f) $15,8 : 10$

L'enseignant dicte ces calculs aux élèves qui doivent les écrire « en ligne » avec leur résultat. Les six calculs sont donnés à la suite. Une correction est réalisée ultérieurement.

1. En référence aux progressions fournies avec les Programmes 2008 de l'école primaire (voir **Annexe 1**), préciser à quel niveau de classe cette séance peut être menée. Justifier.
2. Pour chaque calcul, le nombre de bonnes réponses obtenues dans cette classe de 28 élèves est fourni dans le tableau suivant :

Calculs	251×10	14×100	$2,3 \times 10$	$3500 : 10$	$2130 : 100$	$15,8 : 10$
Nombre de bonnes réponses	28	28	18	26	14	17

Expliquer les différences de réussite entre ces six calculs.

3. Trois réponses d'élèves à cette évaluation sont reproduites en **Annexe 2**.
 - a. Donner une hypothèse concernant les erreurs de Théo, de Younes et de Sarah lors de la troisième multiplication : $2,3 \times 10$.
 - b. Donner une hypothèse concernant l'erreur de Théo à la deuxième division ($2130 : 100$).
 - c. Comment peut-on expliquer que Sarah n'ait pas su donner une réponse à la troisième division ($15,8 : 10$) ?

Exercice n°3 (3 points)

Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis au centième .

Usain Bolt a battu à Berlin les records du monde du 100 m et du 200 m respectivement les 16 et 20 août 2009. Il a couru le 100 m en 9,58 s et le 200 m en 19,19 s.

1. Quelle était, en km/h, la vitesse moyenne d'Usain Bolt, lors de ces courses, respectivement sur le 100 m et le 200 m ?

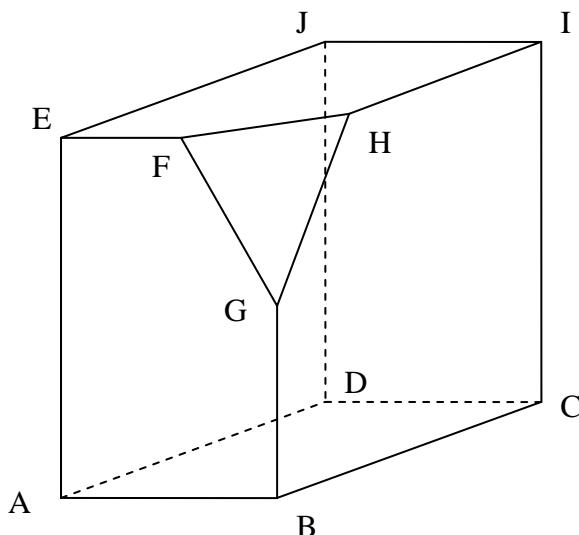
Dans la suite de cet exercice, on suppose qu'Usain Bolt court toujours le 100 m en 9,58 s.

2. a. Paul court à la vitesse moyenne de 30 km/h. Il fait une course avec Usain Bolt sur 100 m. Il part 2 secondes avant le champion. Franchira-t-il la ligne d'arrivée le premier ? Justifier.
- b. À quelle vitesse moyenne devrait courir Paul pour arriver en même temps que le champion, toujours dans le cas où il part 2 secondes avant lui ?

Exercice n°4 (5 points)

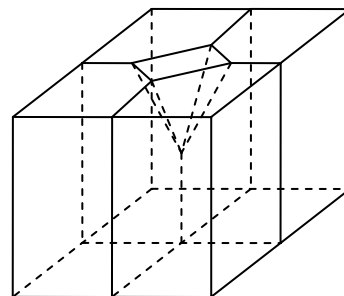
Le solide ABCDEFGHIJ est un parallélépipède rectangle tronqué, tel que :

EA = 4 cm, AB = 2 cm, BC = 3 cm, EF = 1 cm, BG = 2 cm et HI = 2 cm.



- a. Quelle est la nature du triangle FGH ? Justifier la réponse

b. Calculer les mesures des longueurs des côtés du triangle FGH. (Donner les valeurs exactes, puis les valeurs arrondies au dixième de millimètre).
- En se servant de la règle graduée, de l'équerre et du compas, tracer un patron du solide ABCDEFGHIJ. (Laisser les traits de construction apparents).
- Calculer le volume du solide ABCDEFGHIJ. (Donner la valeur exacte, puis la valeur arrondie au millimètre cube).
- Quatre parallélépipèdes tronqués identiques, à une symétrie près, au précédent sont assemblés pour fabriquer le solide représenté ci-contre. Quelle est la nature du solide correspondant à la partie évidée du parallélépipède rectangle obtenu ? Justifier.



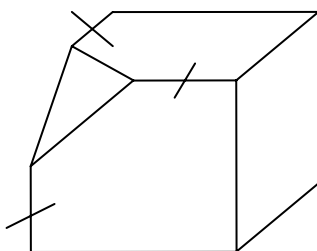
Question complémentaire (5 points)

Dans une séquence sur les patrons de solides avec ses élèves de CM1, un enseignant met en œuvre deux activités proposées dans l'ouvrage « Apprentissages géométriques et résolution de problèmes » (ERMEL, Hatier 2006).

Première activité

Description rapide de la séance :

« Les élèves doivent construire, dans un premier temps, des schémas correspondant au patron d'un solide non usuel : le cube tronqué (ci-dessous). Les schémas font l'objet d'une mise en commun, les élèves doivent ensuite construire ce patron à l'aide de gabarits. »



Objectifs de la séance :

« Amener les élèves à anticiper pour reconnaître si un assemblage de figures planes constitue ou non un patron. Ils doivent également reconnaître si deux patrons différents correspondent ou non à un même solide. »

En début de séance, l'enseignant montre aux élèves le cube tronqué qu'il laissera visible par tous jusqu'à la fin du travail. La séance se déroule en deux phases.

Première phase : les élèves doivent dessiner à main levée des schémas correspondant à des patrons du cube tronqué présenté. Cette phase est suivie d'une mise en commun qui permet de mettre en évidence des caractéristiques que tout patron valide doit posséder.

1. Citer trois caractéristiques parmi celles qui pourront ainsi être dégagées.

Deuxième phase : les élèves doivent construire effectivement un patron du cube tronqué.

- 2a. Lors de cette phase, l'enseignant fournit aux élèves des gabarits de différentes formes planes dont celles des faces du cube tronqué (chaque gabarit est en un seul exemplaire par élève).

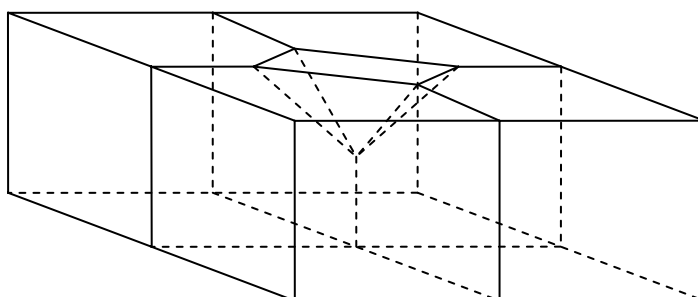
Donner deux arguments pouvant justifier ce choix.

- 2b. Certains élèves peuvent rencontrer des difficultés à réaliser le patron de ce solide.

Citer deux aides matérielles que l'enseignant peut leur fournir.

Deuxième activité

L'enseignant demande à ses élèves d'assembler par quatre les cubes tronqués construits précédemment (voir ci-dessous) et de réaliser le patron du solide qui permettra de « boucher le trou ».



3. Quelle est la difficulté particulière de cette activité pour les élèves ?
4. A l'issue de ces deux activités, l'enseignant fait une synthèse sur la notion de patron. Donner une formulation de la trace écrite qui pourrait être proposée aux élèves.

Mathématiques

Les tableaux suivants donnent des repères pour l'organisation de la progressivité des apprentissages par les équipes pédagogiques.

Seules des connaissances et compétences nouvelles sont mentionnées dans chaque colonne.

Pour chaque niveau, les connaissances et compétences acquises dans la classe antérieure sont à consolider.

La résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique. Elle est présente dans tous les domaines et s'exerce à tous les stades des apprentissages.

	Cours élémentaire deuxième année	Cours moyen première année	Cours moyen deuxième année
Nombres et calcul	<i>Les nombres entiers jusqu'au million</i> - Connaître, savoir écrire et nommer les nombres entiers jusqu'au million. - Comparer, ranger, encadrer ces nombres. - Connaître et utiliser des expressions telles que : double, moitié ou demi, triple, quart d'un nombre entier. - Connaître et utiliser certaines relations entre des nombres d'usage courant : entre 5, 10, 25, 50, 100, entre 15, 30 et 60.	<i>Les nombres entiers jusqu'au milliard</i> - Connaître, savoir écrire et nommer les nombres entiers jusqu'au milliard. - Comparer, ranger, encadrer ces nombres. - La notion de multiple : reconnaître les multiples des nombres d'usage courant : 5, 10, 15, 20, 25, 50.	<i>Les nombres entiers</i>
		<i>Fractions</i> - Nommer les fractions simples et décimales en utilisant le vocabulaire : demi, tiers, quart, dixième, centième. - Utiliser ces fractions dans des cas simples de partage ou de codage de mesures de grandeurs.	<i>Fractions</i> - Encadrer une fraction simple par deux entiers consécutifs. - Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. - Ajouter deux fractions décimales ou deux fractions simples de même dénominateur.
		<i>Nombres décimaux</i> - Connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu'au 1/100ème). - Savoir : . les repérer, les placer sur une droite graduée, . les comparer, les ranger, . les encadrer par deux nombres entiers consécutifs, . passer d'une écriture fractionnaire à une écriture à virgule et réciproquement.	<i>Nombres décimaux</i> - Connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu'au 1/10 000ème). - Savoir : . les repérer, les placer sur une droite graduée en conséquence, . les comparer, les ranger, . produire des décompositions liées à une écriture à virgule, en utilisant 10 ; 100 ; 1 000... et 0,1 ; 0,01 ; 0,001... - Donner une valeur approchée à l'unité près, au dixième ou au centième près.
	<i>Calcul sur des nombres entiers</i> Calculer mentalement - Mémoriser et mobiliser les résultats des tables d'addition et de multiplication. - Calculer mentalement des sommes, des différences, des produits. Effectuer un calcul posé - Addition, soustraction et multiplication. - Connaître une technique opératoire de la division et la mettre en œuvre avec un diviseur à un chiffre. - Organiser ses calculs pour trouver un résultat par calcul mental, posé, où à l'aide de la calculatrice. - Utiliser les touches des opérations de la calculatrice. Problèmes - Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations.	<i>Calcul</i> Calculer mentalement - Consolider les connaissances et capacités en calcul mental sur les nombres entiers. - Multiplier mentalement un nombre entier ou décimal par 10, 100, 1 000. - Estimer mentalement un ordre de grandeur du résultat. Effectuer un calcul posé - Addition et soustraction de deux nombres décimaux. - Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier. - Division euclidienne de deux entiers. - Division décimale de deux entiers. - Connaître quelques fonctionnalités de la calculatrice utiles pour effectuer une suite de calculs. Problèmes - Résoudre des problèmes engageant une démarche à une ou plusieurs étapes.	<i>Calcul</i> Calculer mentalement - Consolider les connaissances et capacités en calcul mental sur les nombres entiers et décimaux. - Diviser un nombre entier ou décimal par 10, 100, 1 000. Effectuer un calcul posé - Addition, soustraction, multiplication de deux nombres entiers ou décimaux. - Division d'un nombre décimal par un nombre entier. - Utiliser sa calculatrice à bon escient. Problèmes - Résoudre des problèmes de plus en plus complexes.

ANNEXE 2

Théo

$$251 \times 10 = 2510$$

$$14 \times 100 = 1400$$

$$2,3 \times 10 = 2,30$$

$$3500 : 10 = 350$$

$$2130 : 100 = 21,3$$

$$15,80 : 10 = 1,58$$

Younes

$$a) 251 \times 10 = 2510$$

$$b) 14 \times 100 = 1400$$

$$c) 2,3 \times 10 = 20,3$$

$$d) 3500 : 10 = 350$$

$$e) 2130 : 100 = 21,3$$

$$f) 15,8 : 10 = 1,58$$

Larah:

$$a) 251 \times 10 = 2510$$

$$b) 14 \times 100 = 1400$$

$$c) 2,3 \times 10 = 20,30$$

$$d) 3500 : 10 = 350$$

$$e) 2130 : 100 = 21,3$$

$$f) 15,8 : 10 =$$